الرياضيات

الحادي عشر أدبي

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الرابعة

إجابات كراسة التمارين

إعداد: Hala Labeeb

H.L.

H.W.

الأسئلة المقالية

حلول مسائل كتاب التمارين :-

① صـ ٨ :-

(أ) ترتيب البيانات تصاعدياً :-

٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٨ ، ٨ ، ٨ ، ١٠ ، ١٠

(ب) عدد البيانات (ن) = ١٥ (فردي)

∴ ترتيب الوسيط ($ر_٢$) = $\frac{ن+١}{٢} = \frac{١٥+١}{٢} = ٨$

الوسيط ($ر_٢$) = ٦

(ج) ن = ٧ (فردي)

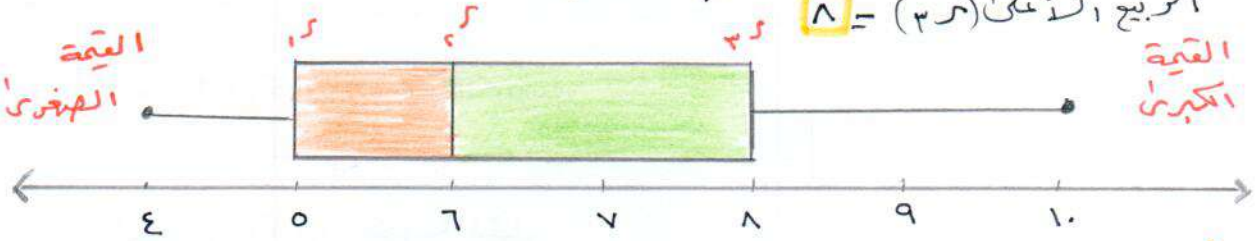
∴ ترتيب الربيع الأدنى ($ر_١$) = $\frac{ن+١}{٤} = \frac{٧+١}{٤} = ٢$

الربيع الأدنى ($ر_١$) = ٥

ترتيب الربيع الأعلى ($ر_٣$) = $\frac{ن+١}{٤} = \frac{٧+١}{٤} = ٢$

الربيع الأعلى ($ر_٣$) = ٨

(د)



② صـ ٨

ترتيب البيانات تصاعدياً :-

٢٨° ، ٣٠° ، ٣٢° ، ٣٢° ، ٣٤° ، ٣٦° ، ٣٦° ، ٣٦° ، ٣٦° ، ٣٨° ، ٣٨° ، ٤٠°

(أ) عدد البيانات (ن) = ١٢ (زوجي)

∴ ترتيب الوسيط ($ر_٢$) = $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}+١$

$= \frac{١٢}{٢}$ ، $\frac{١٢}{٢}+١$

$= ٦$ ، ٧

الوسيط ($ر_٢$) = $\frac{٣٤° + ٣٦°}{٢} = ٣٥°$

ن = ٦ (زوجي)

ترتيب الربيع الأدنى ($ر_١$) = $\frac{ن}{٤}$ ، $\frac{ن}{٤}+١$

$= \frac{٦}{٤}$ ، $\frac{٦}{٤}+١$

$= ١$ ، ٢

الربيع الأدنى ($ر_١$) = $\frac{٣٢° + ٣٢°}{٢} = ٣٢°$

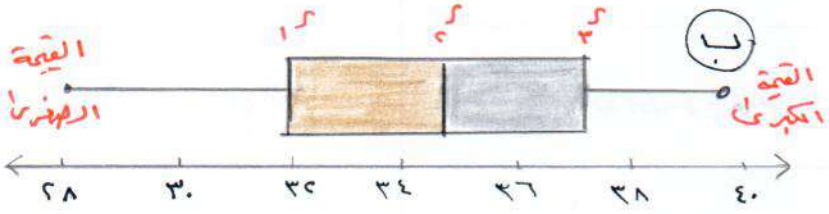
ترتيب الربيع الأعلى ($ر_٣$) = $\frac{ن}{٤}$ ، $\frac{ن}{٤}+١$

$= \frac{٦}{٤}$ ، $\frac{٦}{٤}+١$

$= ١$ ، ٢

الربيع الأعلى ($ر_٣$) = $\frac{٣٦° + ٣٨°}{٢} = ٣٧°$

(ب)



H.W

(٣) ص ٩

(أ)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المجمع الصاعد
١٠ –	٤	أقل من ٢٠	٤
٢٠ –	٨	أقل من ٣٠	١٢
٣٠ –	٩	أقل من ٤٠	٢١
٤٠ –	٧	أقل من ٥٠	٢٨
٥٠ –	٢	أقل من ٦٠	٣٠

(ب) المجموع = ٣٠

مجموع التكرارات ن = ٣٠

ترتيب الوسيط $(ر_م) = \frac{ن}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$ (يقع في ٢١ ، ١٢)

* الحد الأدنى لفئة الوسيط = ٣٠
* التكرار المجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط = ١٢
* التكرار الأعلى لفئة الوسيط = ٩
* طول الفئة = ١٠ (طرح أي فئتين)

$$\text{الوسيط } (ر_م) = \text{الحد الأدنى لفئة الوسيط} + \frac{\frac{ن}{٢} - \text{التكرار المجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأعلى لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$$

$$\text{الوسيط } (ر_م) = ٣٠ + \frac{١٥ - ١٢}{٩} \times ١٠$$

$$= ٣٣,٣٣$$

H.W.

(٢)

(٤) ص ٩

(أ)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأدنى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
١٦٠ -	٤	أقل من ١٦٥	٤
١٦٥ -	١	أقل من ١٧٠	٥
١٧٠ -	٤	أقل من ١٧٥	٩
١٧٥ -	٦	أقل من ١٨٠	١٥
١٨٠ -	٧	أقل من ١٨٥	٢٢
١٨٥ -	٢	أقل من ١٩٠	٢٤

المجموع = ٢٤

(ب)

مجموع التكرارات (ن) = ٢٤

ترتيب الربيع الأدنى ($ر_١$) = $\frac{ن}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ٦$

* الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى = ١٧٠

* التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى = ٥

* التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى = ٤

* طول الفئة = ٥

الربيع الأدنى ($ر_١$) =

الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى + $\frac{\frac{ن}{٤} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}} \times \text{طول الفئة}$

الربيع الأدنى ($ر_١$) = $١٧٠ + \frac{٦ - ٥}{٤} \times ٥$

= ١٧١٫٢٥

H.W.

(٤)

(٥) ص ١٠

(أ)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٦ -	٤	أقل من ٨	٤
٨ -	٥	أقل من ١٠	٩
١٠ -	٧	أقل من ١٢	١٦
١٢ -	٤	أقل من ١٤	٢٠
← ١٤ -	٣	أقل من ١٦	٢٣
١٦ -	٥	أقل من ١٨	٢٨

المجموع = ٢٨

مجموع التكرارات (ن) = ٢٨

ترتيب الربيع الأعلى (ر٣) = $\frac{٣ن}{٤}$ = $\frac{٣ \times ٢٨}{٤}$ = ٢١

* الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى = ١٤

* التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى = ٢٠

* التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى = ٣

* طول الفئة = ٢

الربيع الأعلى (ر٣) =

الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى + $\frac{\frac{٣ن}{٤} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}}$ × طول الفئة

الربيع الأعلى (ر٣) = ١٤ + $\frac{٢١ - ٢٠}{٣}$ × ٢

= ١٤,٦٦

H.L.

(٥)

① ص ١١

ترتيب البيانات تصاعدياً :

٥٦ ٥٦ ٥٧ ٥٧ ٥٧ ٥٨ ٥٨ ٥٨ ٥٨ ٥٨ ٦٠ ٦٠ ٦٠

عدد البيانات (ن) = ١٣ (فردي)

ترتيب الوسيط ($ر_٢$) = $\frac{ن+١}{٢} = \frac{١٣+١}{٢} = ٧$

الوسيط ($ر_٢$) = ٥٨

ن = ٦ (زوجي)

∴ ترتيب الربيع الأدنى ($ر_١$) = $\frac{ن}{٤}$ ، $\frac{ن}{٤}+١$

$= \frac{٦}{٤}$ ، $\frac{٦}{٤}+١$

$= ٣$ ، ٤

الربيع الأدنى ($ر_١$) = $\frac{٥٧+٥٧}{٢}$

= ٥٧

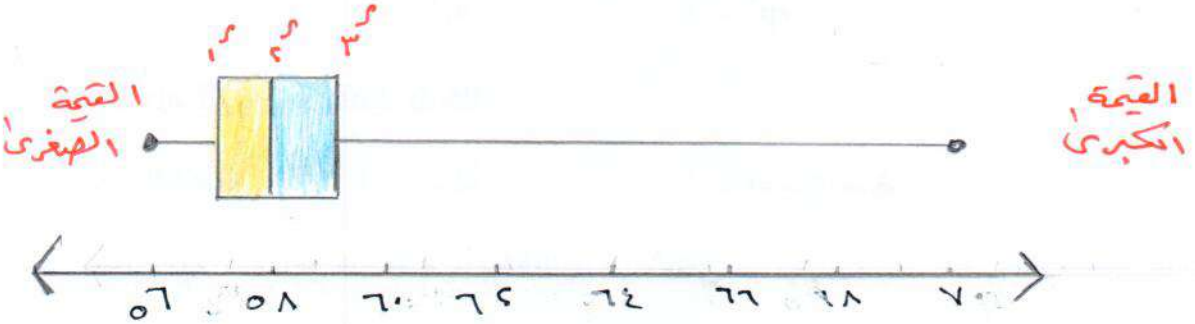
ترتيب الربيع الأعلى ($ر_٣$) = $\frac{٣ن}{٤}$ ، $\frac{٣ن}{٤}+١$

$= \frac{٣\times٦}{٤}$ ، $\frac{٣\times٦}{٤}+١$

$= ٤$ ، ٥

الربيع الأعلى ($ر_٣$) = $\frac{٥٨+٦٠}{٢}$

= ٥٩



H.W.

٦

ص ١١ ٢

(أ)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٠ -	١٤	أقل من ٥	١٤
٥ -	٥٣	أقل من ١٠	٦٧
١٠ -	٤٥	أقل من ١٥	١١٢
١٥ -	٢٢	أقل من ٢٠	١٣٤
٢٠ -	١٢	أقل من ٢٥	١٤٦
٢٥ -	٨	أقل من ٣٠	١٥٤
٣٠ -	٦	أقل من ٣٥	١٦٠

المجموع = ١٦٠

(ب) مجموع التكرارات (ن) = ١٦٠

ترتيب الوسيط ($ر_و$) = $\frac{ن}{٢} = \frac{١٦٠}{٢} = ٨٠$

* الحد الأدنى لفئة الوسيط = ١٠
* التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط = ٦٧
* التكرار الأصلي لفئة الوسيط = ٤٥
* طول الفئة = ٥

الوسيط ($ر_و$) =

الحد الأدنى لفئة الوسيط + $\frac{\frac{ن}{٢} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}}$ × طول الفئة

الوسيط ($ر_و$) = $١٠ + \frac{٨٠ - ٦٧}{٤٥} \times ٥$

= ١١,٤٤

H.W.

٧

تابع:

⑤ حـ ١١

ترتيب الربيع الأدنى $(ر_1) = \frac{ن}{٤} = \frac{١٦٠}{٤} = ٤٠$

* الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى = ٥
* التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى = ١٤
* التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى = ٥٣
* طول الفئة = ٥

الربيع الأدنى $(ر_1)$ =

الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى + $\frac{\frac{ن}{٤} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}} \times$ طول الفئة

الربيع الأدنى $(ر_1) = ٥ + \frac{٤٠ - ١٤}{٥٣} \times ٥$

= ٧,٤٥

ترتيب الربيع الأعلى $(ر_3) = \frac{٣ن}{٤} = \frac{١٦٠ \times ٣}{٤} = ١٢٠$

* الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى = ١٥
* التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى = ١١٢
* التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى = ٢٢
* طول الفئة = ٥

الربيع الأعلى $(ر_3)$ =

الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى + $\frac{\frac{٣ن}{٤} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times$ طول الفئة

الربيع الأعلى $(ر_3) = ١٥ + \frac{١٢٠ - ١١٢}{٢٢} \times ٥$

= ١٦,٨١

H. L.

(٨)

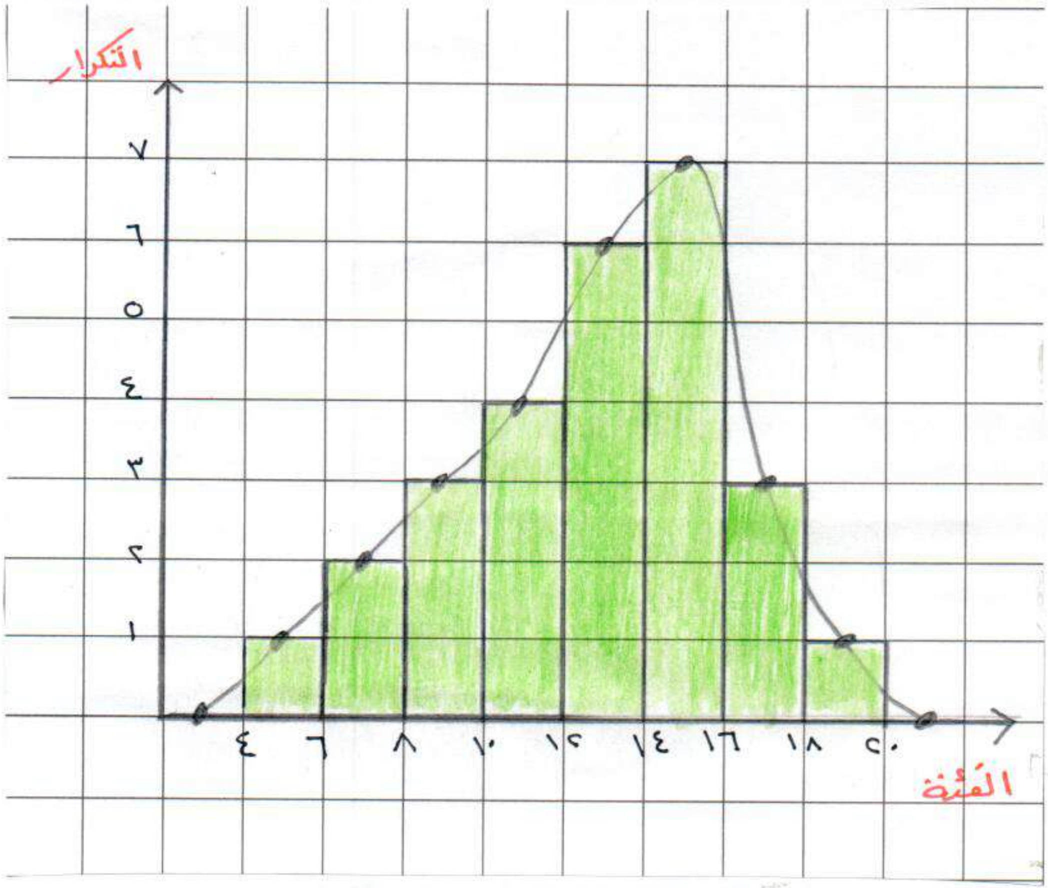
① ص ١٢

(أ)، (ب)، (جـ) ← م : المنوال

ن : الوسيط

ل : المتوسط الحسابي

② ص ١٢



يوجد التواء لجهة اليسار

(التواء سالب)

←

④ ص ١٣

ترتيب البيانات تصاعدياً :

٣، ٣، ٤، ٤، ٤، ٤، ٦، ٦، ٦، ٦، ٦، ٦، ٧، ٧، ٧، ٧، ٨، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٢، ٢٢، ٢٢، ٢٥

(أ) المنوال = ٦ (أكثر العناصر تكراراً)

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$ = $\frac{٢٤٠}{٢٥}$ = ٩,٦

عدد البيانات (ن) = ٢٥ (فردي)

∴ ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢}$ = $\frac{٢٥ + ١}{٢}$ = ١٣

الوسيط = ٧

(ب) ∴ المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي

∴ يوجد التواء لجهة اليمين (التواء موجب)

H.W.

(٩)

ص ١٣

ترتيب البيانات تصاعدياً :

٣٧٦ ، ٤٠٩ ، ٤٦٤ ، ٤٦٩ ، ٤٩٧ ، ٥٠٤ ، ٧٤٦

(أ) عدد البيانات (ن) = ٧ (فردي)

∴ ترتيب الوسيط $(ر_٢) = \frac{ن+١}{٢} = \frac{٧+١}{٢} = ٤$

الوسيط $(ر_٢)$ = ٤٦٩

ن = ٣ (فردي)

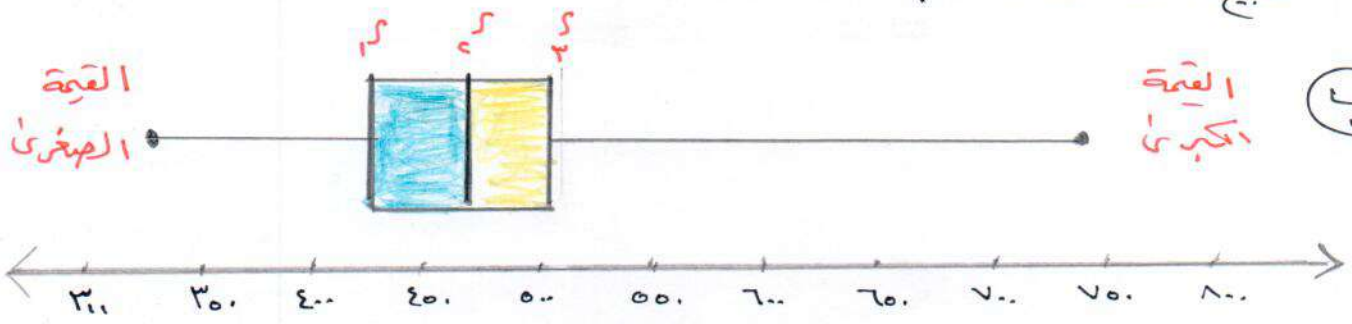
∴ ترتيب الربيع الأدنى $(ر_١) = \frac{ن+١}{٢} = \frac{٣+١}{٢} = ٢$

الربيع الأدنى $(ر_١)$ = ٤٠٩

ترتيب الربيع الأعلى $(ر_٣) = \frac{ن+١}{٢} = \frac{٣+١}{٢} = ٢$

الربيع الأعلى $(ر_٣)$ = ٥٠٤

(ب)



(جـ) ∵ الوسيط أقرب إلى الربيع الأعلى منه إلى الربيع الأدنى .

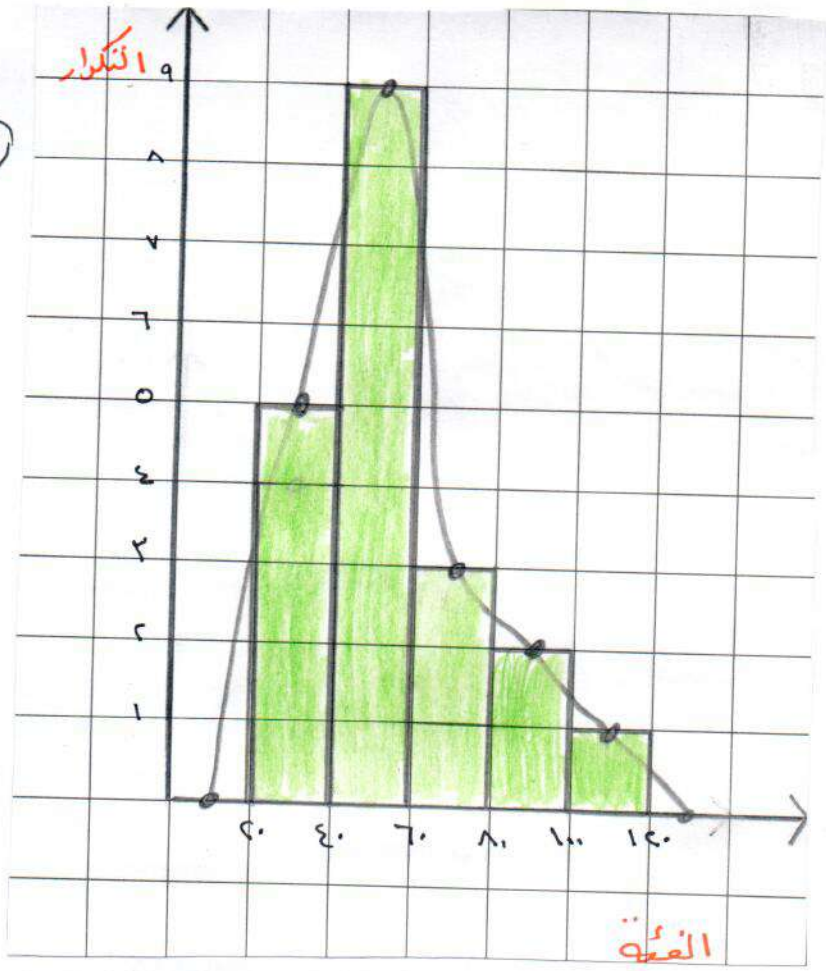
∴ يوجد التواء لجهة اليسار (التواء سالب)

H.W.

١٠

١ ص ١٤

أ



ب يوجد التواء لجهة اليمين

(التواء موجب)

٢ ص ١٤

ترتيب البيانات تصاعدياً :

٢ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٧

أ المنوال = ٥

عدد البيانات (ن) = ١٥ (فردي)

∴ ترتيب الوسيط = $\frac{ن+١}{٢} = \frac{١٥+١}{٢} = ٨$

الوسيط = ٦

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{١٠٨}{١٥} = ٧٫٢$

ب ∴ المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي

∴ يوجد التواء لجهة اليمين (التواء موجب)

H.L.

(١١)

(٣) ص ١٤

ترتيب البيانات تصاعدياً :.

٥٦ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦٠ ، ٦٠ ، ٦٢ ، ٦٢ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٧٠

(أ) مجموع البيانات (ن) = ١٦ (زوجي)

∴ ترتيب الوسيط (ر٢) = $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١

= $\frac{١٦}{٢}$ ، $\frac{١٦}{٢}$ + ١

= ٨ ، ٩

∴ الوسيط (ر٢) = $\frac{٦٠ + ٦٠}{٢}$ = ٦٠

عدد البيانات (ن) = ٨ (زوجي)

∴ ترتيب الربيع الأدنى (ر١) = $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١

= $\frac{٨}{٢}$ ، $\frac{٨}{٢}$ + ١

= ٤ ، ٥

∴ الربيع الأدنى (ر١) = $\frac{٥٨ + ٥٨}{٢}$ = ٥٨

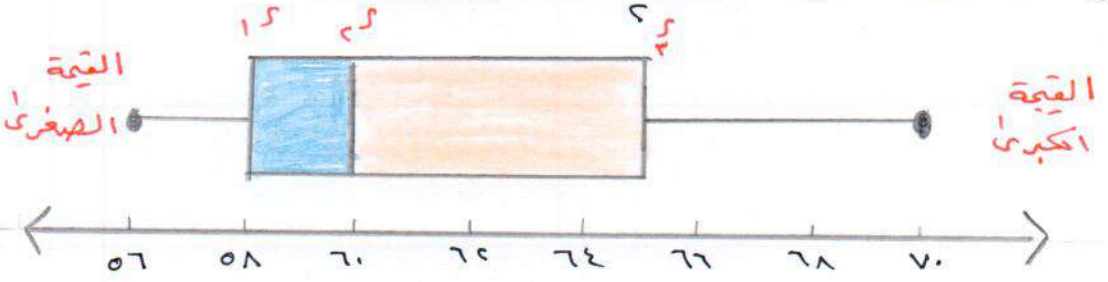
ترتيب الربيع الأعلى (ر٣) = $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١

= $\frac{١٢}{٢}$ ، $\frac{١٢}{٢}$ + ١

= ٤ ، ٥

الربيع الأعلى (ر٣) = $\frac{٦٥ + ٦٦}{٢}$ = ٦٥,٥

(ب)



(جـ) ∴ الوسيط أقرب إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى

∴ يوجد التواء لجهة اليسار (التواء موجب)

H.W.

① ص ١٦

ترتيب البيانات تصاعدياً :

٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢ ، ١١ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥

(أ) المدى = القيمة العظمى − القيمة الصغرى

= ١٥ − ٧

= ٨

عدد البيانات (ن) = ٩ (فردي)

∴ ترتيب الوسيط = $\frac{ن+١}{٢}$ = $\frac{٩+١}{٢}$ = ٥

الوسيط = ١١

عدد البيانات (ن) = ٤ (زوجي)

ترتيب الربيع الأدنى = $\frac{ن}{٤}$ ، $\frac{ن}{٤}+١$

= $\frac{٤}{٤}$ ، $\frac{٤}{٤}+١$

= ١ ، ٢

الربيع الأدنى = $\frac{٨+٩}{٢}$ = ٨,٥

ترتيب الربيع الأعلى = $\frac{٣ن}{٤}$ ، $\frac{٣ن}{٤}+١$

= $\frac{٣×٤}{٤}$ ، $\frac{٣×٤}{٤}+١$

= ٣ ، ٤

الربيع الأعلى = $\frac{١٣+١٤}{٢}$ = ١٣,٥

نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$

= $\frac{١٣,٥ - ٨,٥}{٢}$ = ٢,٥

(ب) المتوسط الحسابي ($\bar{س}$) = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

= $\frac{٩٩}{٩}$ = ١١

التباين ($ع^{٢}$) = $\frac{\sum (س - \bar{س})^{٢}}{ن}$

= $\frac{٦٠}{٩}$ = ٦,٦٦

الانحراف المعياري ($ع$) = $\sqrt{٦,٦٦}$

= ٢,٥٨

س	س − $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^{٢}$
٧	−٤	١٦
٨	−٣	٩
٩	−٢	٤
١٠	−١	١
١١	٠	٠
١٢	١	١
١٣	٢	٤
١٤	٣	٩
١٥	٤	١٦
المجموع =		٦٠

H.W

(٢) ص ١٦

(أ)

الفئة	مركز الفئة $س_ر$	التكرار $ت_ر$	$س_ر ت_ر$	$س_ر - \bar{س}$	$(س_ر - \bar{س})^2$	$ت_ر \times (س_ر - \bar{س})^2$
٤٢-	٤٣,٥	١١	٤٧٩,٥	-٤,٤٧	١٩,٩٨	٢١٩,٧٨٩٩
٤٥-	٤٦,٥	٢٥	١١٦٢,٥	-١,٤٧	٢,١٦	٥٤
٤٨-	٤٩,٥	٣٨	١٨٨١	١,٥٣	٢,٣٤	٨٨,٩٠٤٢
٥١-	٥٢,٥	٢٣	١٢٠٧,٥	٤,٥٣	٢٠,٥٢	٤٧١,٩٨
٥٤-	٥٥,٥	٣	١٦٦,٥	٧,٥٣	٥٦,٧	١٧٠,١
المجموع		١٠٠	٤٧٩٧			١٠٠٤,٨٢٦

(ب) المتوسط الحسابي $(\bar{س}) = \frac{\sum س_ر ت_ر}{\sum ت_ر}$

$= \frac{٤٧٩٧}{١٠٠}$

$= ٤٧,٩٧$

* حساب مركز الفئة $(س_ر)$ = (الفئة + الفئة التي تليها) ÷ ٢

(جـ) التباين $(ع^٢) = \frac{\sum ت_ر \times (س_ر - \bar{س})^2}{\sum ت_ر}$

$= \frac{١٠٠٤,٨٢٦}{١٠٠}$

$= ١٠,٠٤$

الانحراف المعياري $(ع) = \sqrt{١٠,٠٤}$

$= ٣,١٦$

H.L.

(٣) ص ١٧

(أ) $\bar{س} = ١٤٥٠$ ، $ع = ٢٢٥$ دينار

باستخدام القاعدة التجريبية :

$[\bar{س} - ع ، \bar{س} + ع]$

(١) حوالي ٦٨٪ من الأرباح تقع على الفترة : $[١٤٥٠ - ٢٢٥ ، ١٤٥٠ + ٢٢٥]$

$= [١٢٢٥ ، ١٦٧٥]$

(٢) حوالي ٩٥٪ من الأرباح تقع على الفترة : $[\bar{س} - ٢ع ، \bar{س} + ٢ع]$

$= [١٤٥٠ - ٢ \times ٢٢٥ ، ١٤٥٠ + ٢ \times ٢٢٥]$

$= [١٠٠٠ ، ١٨٠٠]$

(٣) حوالي ٩٩,٧٪ من الأرباح تقع على الفترة : $[\bar{س} - ٣ع ، \bar{س} + ٣ع]$

$= [١٤٥٠ - ٣ \times ٢٢٥ ، ١٤٥٠ + ٣ \times ٢٢٥]$

$= [٧٢٥ ، ٢١٧٥]$

(ب) نلاحظ أن المبلغ ٥٠٠ دينار يقع خارج الفترة الأخيرة $[٧٢٥ ، ٢١٧٥]$ والتي تناظر ٩٩,٧٪ من الأرباح.

لذلك من غير المتوقع أن تكون أرباح هذه الشركة قد وصلت إلى ٥٠٠ دينار.

H.W.

١١٥ (١) ص ١٨٠

(أ) ترتيب البيانات تصاعدياً :-

١٨ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩

المدى = أكبر قيمة − أصغر قيمة

= ٢٩ − ١٨

= ١١

عدد البيانات (ن) = ٨ (زوجي)

ترتيب الوسيط = $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١

= ٤ ، ٥

الوسيط = $\frac{ق٤ + ق٥}{٢}$ = ٢٤ ، ٥ ق

الربيع الأدنى = $\frac{ق٠ + ق١}{٢}$ = ٢٠ ، ٥ ق

الربيع الأعلى = $\frac{ق٢٧ + ق٢٨}{٢}$ = ٢٧ ، ٥ ق

نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$

= $\frac{٢٧ ، ٥ ق - ٢٠ ، ٥ ق}{٢}$ = ٣ ، ٥

(ب) $\bar{س}$ = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

= $\frac{١٩٢ ق}{٨}$ = ٢٤ ق

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^{٢}
١٨	− ٦	٣٦
٢٠	− ٤	١٦
٢١	− ٣	٩
٢٤	٠	٠
٢٥	١	١
٢٧	٣	٩
٢٨	٤	١٦
٢٩	٥	٢٥
المجموع =		١١٢

التباين ($ع^{٢}$) = $\frac{\sum (س - \bar{س})^{٢}}{ن}$

= $\frac{١١٢}{٨}$

= ١٤

الانحراف المعياري ($ع$) = $\sqrt{١٤}$

= ٣ ، ٧٤

H.L.

١٦

② صـ ١٨

الفئة	مركز الفئة $س_ر$	التكرار $ت_ر$	$س_ر \times ت_ر$	$س_ر - \bar{س}$	$(س_ر - \bar{س})^2$	$ت_ر \times (س_ر - \bar{س})^2$
٠ -	٥	١٩٠	٩٥٠	- ٢٢,٦٥٠	٥١١,٨٩	٩٧٢٥٩,١٠
١٠ -	١٥	٣٠٠	٤٥٠٠	- ١٢,٦٥٠	١٥٩,٣٩	٤٧٨١٧
٢٠ -	٢٥	٤٧٠	١١٧٥٠	- ٢,٦٢٥	٦,٨٩	٣٢٣٨,٣
٣٠ -	٣٥	٢٨٠	٩٨٠٠	٧,٣٧٥	٥٤,٣٩	١٥٢٢٩,٢
٤٠ -	٤٥	٢٦٠	١١٧٠٠	١٧,٣٧٥	٣٠١,٨٩	٧٨٤٩١,٤
٥٠ -	٥٥	١٠٠	٥٥٠٠	٢٧,٣٧٥	٧٤٩,٣٩	٧٤٩٣٩
المجموع		١٦٠٠	٤٤٢٠٠			٣١٦٩٧٤

(أ) المتوسط الحسابي $(\bar{س}) = \frac{\sum س_ر \times ت_ر}{\sum ت_ر}$

$= \frac{٤٤٢٠٠}{١٦٠٠} = ٢٧,٦٥٠$

(ب) التباين $(ع^2) = \frac{\sum ت_ر \times (س_ر - \bar{س})^2}{\sum ت_ر}$

$= \frac{٣١٦٩٧٤}{١٦٠٠}$

$= ١٩٨,١$

الإنحراف المعياري $(ع) = \sqrt{١٩٨,١}$

$= ١٤,٠٧$

H.L.

H.W.

(٣) ص ١٩

(أ) $\bar{س} = 1400$ ، $ع = 200$

باستخدام القاعدة التجريبية :

① حوالي ٦٨٪ من قيم البيانات تقع على الفترة : $[\bar{س} - ع ، \bar{س} + ع]$

$= [1400 - 200 ، 1400 + 200]$

$= [1200 ، 1600]$

② حوالي ٩٥٪ من قيم البيانات تقع على الفترة : $[\bar{س} - 2ع ، \bar{س} + 2ع]$

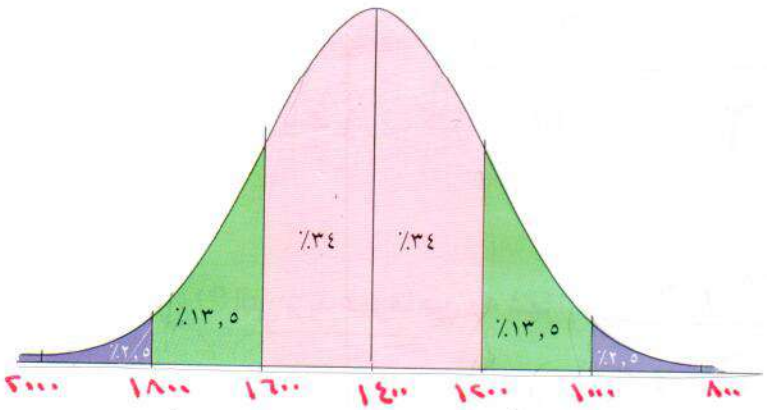
$= [1400 - 2 \times 200 ، 1400 + 2 \times 200]$

$= [1000 ، 1800]$

③ حوالي ٩٩,٧ من قيم البيانات تقع على الفترة : $[\bar{س} - 3ع ، \bar{س} + 3ع]$

$= [1400 - 3 \times 200 ، 1400 + 3 \times 200]$

$= [800 ، 2000]$



(ب) ∵ المنحنى التوزيعي قوة تحمل الأسلاك يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي .

∴ النسبة المئوية للأسلاك المعدنية التي يزيد تحملها عن ١٠٠٠ كجم =

٪١٣,٥ + ٪٣٤ + ٪٣٤ + ٪١٣,٥ + ٪٢,٥ = ٪٩٧,٥

H.W.

(٤) ص ١٩

المدينة أ

$س_{٣} = ٧٥$

$س_{٢} = ٧٠$

$س_{١} = ٥$

$ف_{١} = \frac{س_{٢} - س_{١}}{ن}$

$= \frac{٧٠ - ٧٥}{٥}$

$= ١$

المدينة ب

$س_{٣} = ٨٠$

$س_{٢} = ٧٦$

$ن = ٨$

$ف_{٢} = \frac{س_{٣} - س_{٢}}{ن}$

$= \frac{٨٠ - ٧٦}{٨}$

$= ٥٠,$

∴ $٥٠, < ١$

∴ $ف_{٢} < ف_{١}$

∴ وزن الرجل أفضل مقارنة بأوزان الرجال فى المدينة أ أفضل من وزن الرجل مقارنة بأوزان الرجال في المدينة ب .

مع تمنياتي بالتوفيق للجميع

H.W

حـ ٤٠

البنود الموضوعية

في البنود (١-٧) عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) في البيانات التالية: ٣، ٨، ١٢، ١٥، ٢٠ نصف المدى الربيعي هو ١٧ — (أ) (ب)

(٢) في البيانات التالية: ٣٠٨، ٣١٤، ٣١٦، ٣١٧، ٣٢١، ٣٢١، ٣٢١، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦، ٣٢٦، ٣٢٧، ٣٣٢ الربيع الأدنى هو ٣١٦,٥ — (أ) (ب)

(٣) إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو ٤ فإن التباين هو ٢ ← العكس — (أ) (ب)

(٤) إذا كان المتوسط الحسابي لِعَيّنة ما يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٢ والمنحنى على شكل جرس فإن ٩٥٪ من القيم تقع في [١٦، ٢٤] — (أ) (ب)

(٥) في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{س}$ = ١٤، والانحراف المعياري σ = ٤ فإن القيمة المعيارية لِ س = ١٦ هي ز = $\frac{١}{٢}$ — (أ) (ب)

[$\bar{س} - ٢\sigma$ ، $\bar{س} + ٢\sigma$]

(٦) في التوزيع الطبيعي الفترة [$\bar{س} - \sigma$، $\bar{س} + \sigma$] تحتوي على ٩٥٪ من قيم البيانات. — (أ) (ب)

(٧) في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{س}$ = ١٢ القيمة المعيارية لِ س = ١٥ هي ز = ٠,٤ فإن الانحراف المعياري σ = ٧,٥ — (أ) (ب)

① ترتيب البيانات: ٣ ٦ ٨ ٦ ١٢ ٦ ١٥ ٦ ٢٠

↓ $ر_٢$

الربيع الأدنى = $\frac{٣+٨}{٢}$ = ٥,٥

الربيع الأعلى = $\frac{١٥+٢٠}{٢}$ = ١٧,٥

نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$

= $\frac{١٧,٥ - ٥,٥}{٢}$ = ١٢

السبب

② ترتيب البيانات: (الوسيط)

٣٠٨ ٦ ٣١٤ ٦ ٣١٦ ٦ ٣١٧ ٦ ٣٢١ ٦ ٣٢١ ٦ ٣٢١ ٦ ٣٢٤ ٦ ٣٢٥ ٦ ٣٢٦ ٦ ٣٢٦ ٦ ٣٢٧ ٦ ٣٣٢

الربيع الأدنى = $\frac{٣١٦+٣١٧}{٢}$

= ٣١٦,٥

③ الانحراف المعياري = الجذر التربيعي للتباين

④ حدود ٩٥٪ من القيم تقع في الفترة: [$\bar{س} - ٢\sigma$ ، $\bar{س} + ٢\sigma$]

= [٢٠ - ٢ × ٢ ، ٢٠ + ٢ × ٢]

= [١٦ ، ٢٤]

⑤ ز = $\frac{س - \bar{س}}{\sigma}$

$\frac{١}{٢}$ = $\frac{١٦ - ١٤}{٤}$ = $\frac{س - \bar{س}}{\sigma}$

حـ ٤٠

⑦ ز = $\frac{س - \bar{س}}{\sigma}$

٠,٤ = $\frac{١٥ - ١٢}{\sigma}$ ⟸ σ = $\frac{١٥ - ١٢}{٠,٤}$

= ٧,٥

الاختيار من متعدد: في البنود (٨-١٣)، لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح، ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

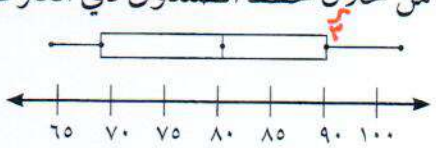
(٨) إذا كانت القيمة المعيارية لِ س = ١٨ من مجموعة بيانات هي ن = ٠,٧٥ والانحراف المعياري σ = ٨ فإن المتوسط الحسابي $\overline{س}$ يساوي:

(أ) ٢٤ (ب) ١٢ (جـ) -١٢ (د) -٢٤

(٩) وسيط البيانات التالية: ٥٠، ١، ١٠، ١٥، ٥، ١٠، ١٠، ٢٠، ٢٥، ١٥، هو:

(أ) ١٠ (ب) ١٢,٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

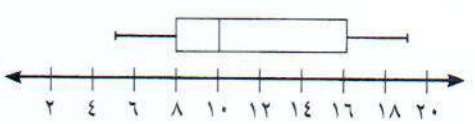
(١٠) من خلال مخطط الصندوق ذي العارضتين التالي، قيمة الربيع الأعلى هي:

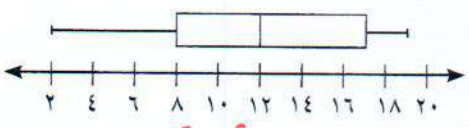


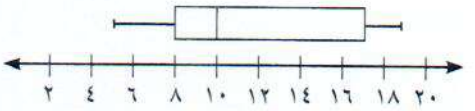
(أ) ٧٠ (ب) ٨٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٠٠

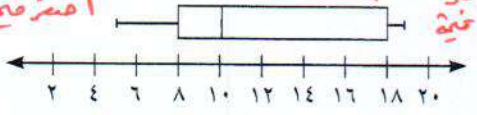
(١١) البيانات: ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٩، ٩، ١٠، ١٢، ١٤، ١٧، ١٨، ١٨، ١٩، ١٩ تمثّل عدد ساعات استخدام شبكة الإنترنت من قبل طلاب صف الرياضيات.

أي مخطط صندوق ذو العارضتين أدناه يمثل هذه البيانات؟

(أ)


(ب)


(جـ)


(د)


(١٢) أي مما يلي لا يمثل مقاييس النزعة المركزية.

(أ) المتوسط الحسابي (ب) الوسيط

(جـ) التباين (د) المنوال

(١٣) في المنحنى التكراري حيث الالتواء لجهة اليمين يكون المتوسط الحسابي:

(أ) أكبر من الوسيط (ب) أصغر من الوسيط

(جـ) يساوي الوسيط (د) ليس أي مما سبق صحيحًا

H.L.

(٨) $م_{ص} = \frac{س - \bar{س}}{ص}$

$٠,٧٥ = \frac{١٨ - \bar{س}}{٨}$

بالضرب التقاطعي :

$٠,٧٥ \times ٨ = ١٨ - \bar{س}$

$٦ = ١٨ - \bar{س}$

$\bar{س} = ١٨ - ٦$

$= ١٢$

(٩) ترتيب البيانات تصاعدياً :

٥٠ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥

ن = ١٠ (زوجي)

ترتيب الوسيط $(م_{ص}) = \frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢} + ١$

$= \frac{١٠}{٢}$ ، $\frac{١٠}{٢} + ١$

$= ٥$ ، ٦

الوسيط $(م_{ص}) = \frac{١٠ + ١٥}{٢} = ١٢,٥$

(١١) ترتيب البيانات تصاعدياً :

٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٨ ، ٩ ، ٩ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٧ ، ١٨ ، ١٨ ، ١٩ ، ١٩ ، ١٩ ، ٦

ن = ١٥ (فردي)

ترتيب الوسيط $(م_{ص}) = \frac{ن + ١}{٢} = \frac{١٥ + ١}{٢} = ٨$

الوسيط $(م_{ص}) = ١٠$

الربيع الأدنى $(م_{١}) = ٨$

الربيع الأعلى $(م_{٣}) = ١٨$

مبدأ العد والتباديل والتوافيق
Counting Principle, Permutations and Combinations

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) ضع قائمة تبيّن كل الكلمات من ثلاثة أحرف الممكن كتابتها باستخدام كلٍّ من الحروف: م ج د، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

م - ج - د (مجد) | ج - د - م (جدم) | د - ج - م (دجم) | يوجد ٢×٣ = ٦ طريقة
م - د - ج (مدج) | ج - م - د (جمد) | د - م - ج (دمج)

(٢) ضع قائمة تبيّن كل الكلمات من أربعة أحرف الممكن كتابتها باستخدام كلٍّ من الحروف: س ع ي د، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

س - ع - ي - د (سعيد) | ع - س - ي - د (عسيد)
س - ع - د - ي (سعدي) | ع - س - د - ي (عسدي)
س - ي - ع - د (سيعد) | ع - ي - د - س (عيدس)
س - ي - د - ع (سيدع) | ع - ي - س - د (عيسد)
س - د - ع - ي (سدعي) | ع - د - ي - س (عديس)
س - د - ي - ع (سديع) | ع - د - س - ي (عدسي)

ي - س - ع - د (يسعد) | د - ع - س - ي (دعسي)
ي - س - د - ع (يسدع) | د - ع - ي - س (دعيس)
ي - ع - د - س (يعدس) | د - س - ع - ي (دسعي)
ي - ع - س - د (يعسد) | د - س - ي - ع (دسيع)
ي - د - ع - س (يدعس) | د - ي - ع - س (ديعس)
ي - د - س - ع (يدسع) | د - ي - س - ع (ديسع)

∴ يوجد ٤×٦ = ٢٤ طريقة مختلفة

ثانوية ام الحارث الانصارية

ثانوية ام الحارث الانصارية

في التمارين (٣–٨)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

(٣) $٨!$ $= ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٤٠٣٢٠$

(٤) $\frac{١١!}{٩!}$ $= \frac{١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١} = ١١٠$

(٥) $١٦ \times ١٤!$ $= ١٦ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٠٩٢٧٤٨٠$

(٦) $١٣! \times ١٥!$ $= ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٧٢٠$

(٧) $١٣! + ١٥!$ $= ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ١٢٦$

(٨) $١٨! - ١٦!$ $= ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ - ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٣٩٦٠٠$

في التمارين (٩–١٥)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

(٩) ${}^{١٢}ل_{١١}$ $= \frac{١٢!}{(١٢-١١)!} = \frac{١٢!}{١!} = ١٢! = ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٤٧٩٠٠١٦٠٠$

(١٠) ${}^{١٢}ل_{١٠}$ $= \frac{١٢!}{(١٢-١٠)!} = \frac{١٢!}{٢!} = \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٢ \times ١} = ٢٣٩٥٠٠٨٠٠$

(١١) ${}^{١٢}ل_{٥}$ $= \frac{١٢!}{(١٢-٥)!} = \frac{١٢!}{٧!} = \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١} = ١٢ \times ١١ \times ٩ \times ٨ = ٩٥٠٤$

(١٢) ${}^{١٢}ل_{١}$ $= \frac{١٢!}{(١٢-١)!} = \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١} = ١٢$

(١٣) ${}^{٨}ل_{٣} + {}^{٨}ل_{٤}$ $= \frac{٨!}{(٨-٣)!} + \frac{٨!}{(٨-٤)!} = \frac{٨!}{٥!} + \frac{٨!}{٤!} = \frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{٥!} + \frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤!}{٤!} = ٣٣٦ + ١٦٨٠ = ٢٠١٦$

(١٤) ${}^{٨}ل_{٣} - {}^{٨}ل_{٢}$ $= \frac{٨!}{(٨-٣)!} - \frac{٨!}{(٨-٢)!} = \frac{٨!}{٥!} - \frac{٨!}{٦!} = \frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{٥!} - \frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{٦ \times ٥!} = ٣٣٦ - ٥٦ = ٢٨٠$

(١٥) $\frac{{}^{١٢}ل_{٨}}{{}^{١٢}ل_{٥}}$ $= \frac{١٢!}{(١٢-٨)!} \div \frac{١٢!}{(١٢-٥)!} = \frac{١٢!}{٤!} \times \frac{٧!}{١٢!} = \frac{٧!}{٤!} = \frac{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤!}{٤!} = ٢١٠$

(١٦) اشترك ٨ طلاب في اختبار الحصول على منحة مدرسية. بكم طريقة مختلفة يمكن توقع الفائزين الثلاثة الأوائل بالترتيب؟

عدد الطرق المختلفة $= {}^{٨}ل_{٣} = \frac{٨!}{(٨-٣)!} = \frac{٨!}{٥!} = \frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{٥!} = ٣٣٦$ طريقة

(١٧) يمكن لمسافر الاختيار بين ٣ شركات طيران، و٥ فنادق، و٤ شركات لتأجير السيارات. بكم طريقة ممكنة يمكنه اختيار شركة الطيران والفندق وشركة تأجير السيارات؟

عدد الطرق $= ٣ \times ٥ \times ٤ = ٦٠$ طريقة

(١٨) لدى سلمى ٣ أقلام تلوين (زهري، أزرق، بني). تريد تلوين ٤ دوائر متباعدة (كل دائرة بلون واحد).

(أ) بكم طريقة مختلفة يمكنها تلوين الدوائر؟ عدد الطرق $= ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٨١$

(ب) بكم طريقة مختلفة يمكنها تلوين الدوائر إذا لم تستخدم اللون الأزرق؟

$= ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$

في التمارين (١٩-٢٥)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

(١٩) $^{12}ق_{11} = \frac{12!}{(12-11)!11!} = \frac{12!}{1!11!} = \frac{12 \times 11!}{11!} = 12$

(٢٠) $^{12}ق_{10} = \frac{12!}{(12-10)!10!} = \frac{12!}{2!10!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{2 \times 1 \times 10!} = 66$

(٢١) $^{12}ق_{5} = \frac{12!}{(12-5)!5!} = \frac{12!}{7!5!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 792$

(٢٢) $^{12}ق_{1} = \frac{12!}{(12-1)!1!} = \frac{12!}{11!1!} = \frac{12 \times 11!}{11!} = 12$

(٢٣) $^{12}ق_{12} = \frac{12!}{(12-12)!12!} = \frac{1}{1} = 1$ ملاحظة: $0! = 1$

(٢٤) $^{5}ق_{4} + {}^{5}ق_{3} = \frac{5!}{(5-4)!4!} + \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{5}{1} + \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 5 + 10 = 15$

(٢٥) $\frac{^{5}ق_{3}}{^{5}ق_{2}} = \frac{5!}{(5-3)!3!} \div \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5!}{3!2!} \times \frac{3!2!}{3!} = 1$

(٢٦) يريد معلّم التربية الفنية اختيار ٤ رسوم من أعمال طلابه لتعليقها في غرفة الصف. بكم طريقة ممكنة يمكنه الاختيار إذا كان في الصف ٢٤ طالبًا؟ $ن_{ق_{ر}} = \frac{ن!}{(ن-ر)!ر!}$ $^{24}ق_{4} = \frac{24!}{(24-4)!4!} = \frac{24 \times 23 \times 22 \times 21 \times 20!}{20! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10626$

(٢٧) حل المعادلات التالية:

(أ) $ل_{ر} = 20 \Leftarrow ر(ر-1) = 20 \Leftarrow ر^2 - ر - 20 = 0 \Leftarrow (ر-5)(ر+4) = 0$

ر = 5 ، ر = -4 مرفوض

(ب) $س_{ر} = 10 \Leftarrow \frac{ل_{ر}}{ر!} = 10 \Leftarrow \frac{ر(ر-1)(ر-2)}{ر!} = 10$

$\frac{ر(ر-1)(ر-2)}{ر(ر-1)(ر-2)} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}$

ر = 5

(جـ) $\frac{ر!}{(ر-2)!} = 12 \Leftarrow \frac{ر(ر-1)(ر-2)!}{(ر-2)!} = 12 \Leftarrow ر^2 - ر - 12 = 0$

$(ر-4)(ر+3) = 0$ ← ر = 4 ، ر = -3 مرفوض

(٢٨) من بين ٥ معلمين يراد اختيار معلم لتدريب طلبة الأولمبياد في مادة الرياضيات ثم معلم آخر لإعداد الاختبار. أوجد عدد طرق الاختيارات.

عدد الطرق = $5 \times 4 = 20$ طريقة

(٢٩) من بين ٨ طلاب بكم طريقة يمكن لمعلم التربية البدنية اختيار ثلاث طلاب واحدًا تلو الآخر للاشتراك في كرة الطائرة وكرة السلة وكرة القدم على الترتيب.

عدد الطرق = $ل_{3}^{8} = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$ طريقة

(٣٠) بكم طريقة يمكن اختيار أربع طلاب من بين ١٢ طالبًا للذهاب للمركز العلمي.

عدد الطرق = $^{12}ق_{4} = \frac{12!}{(12-4)!4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$ طريقة

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١-٢)، ضع قائمة تبيّن كل الكلمات الممكن كتابتها باستخدام كلّ الحروف، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

(١) ن، ج، ح

ن - ج - ح (نجح)
ن - ح - ج (نحج)
ح - ن - ج (حنج)
ح - ج - ن (حجن)
ج - ح - ن - ح (حنح)
ج - ح - ن (حجن)

(٢) ش، ك

ش - ك (شك)
ك - ش (كش)

في التمارين (٣-٨)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

(٣) $6! = 1\times2\times3\times4\times5\times6 = 720$

(٤) $7! - 4 = 1\times2\times3\times4\times5\times6\times7 - 4 = 5040 - 4 = 5036$

(٥) $\frac{18!}{15!} = \frac{16\times17\times18}{1\times2\times3} = 16\times17\times3 = 816$

(٦) $7! - 5!$

$= 1\times2\times3\times4\times5\times6\times7 - 1\times2\times3\times4\times5$

$= 4920$

(٧) $\frac{15!}{13!2!} = \frac{13!\times14\times15}{13!\times1\times2} = 7\times5\times13 = 455$

(٨) $4\times4!$

$4\times1\times2\times3\times4 = 4\times24 = 96$

(٩) يوجد في كيس ٥ كرات من اللون الأحمر، ٦ كرات من اللون الأخضر. من دون النظر داخل الكيس قام خالد بسحب كرتين معًا.

(أ) بكم طريقة يمكن سحب الكرتين معًا. $C(11,2) = \frac{11!}{2!9!} = \frac{10\times11}{2} = 55$

(ب) بكم طريقة يمكن أن تكون الكرتين المسحوبتين حمراوين. $C(5,2)\times C(6,0) = 10\times1 = 10$

ثانوية ام الحارث الانصارية

(١٠) حل كلًّا من المعادلات التالية:

(أ) $ل^{ن}_{٢} = ٢٨$ ⇐ $\frac{ن!}{(ن-٢)!\times ١\times ٢} = ٢٨$ ∴ $ن(ن-١) = ٥٦$ ⇐ $ن(ن-١) = ٨\times ٧$ ∴ $ن = ٨$

(ب) $\frac{(ن+٣)!}{(ن+١)!} = ٤٢$ ⇐ $\frac{(ن+٣)(ن+٢)(ن+١)!}{(ن+١)!} = ٤٢$ ⇐ $(ن+٣)(ن+٢) = ٤٢$ ⇐ $(ن+٣)(ن+٢) = ٧\times ٦$

∴ $ن+٣ = ٧$ ⇐ $ن = ٤$

(ج) $ل^{ن}_{٣} = ٨ن$

الحل

$\frac{ن!}{(ن-٢)!} = ٨ن$ ∴ $ن(ن-١) = ٨ن$

$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{(ن-٢)!} = ٨ن$

∴ $ن-١ = ٨$ ⇐ $ن = ٩$

في التمارين (١١-١٦)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

(١١) $٦ل^{٤}_{٣} = ٦\times ٥\times ٤\times ٣ = ٣٦٠$

(١٢) $٥ل^{٣}_{٣} + ٥ل^{٢}_{٣} = ٥\times ٤\times ٣ + ٥\times ٤ = ٨٠$

(١٣) $\frac{٧ل^{٥}_{٤}}{٧ل^{٤}_{٤}} = \frac{٧\times ٦\times ٥\times ٤\times ٣}{٧\times ٦\times ٥\times ٤} = ٣$

(١٤) $٧ق^{٥}_{٥} = \frac{٧ل^{٥}_{٥}}{٥!} = \frac{٧\times ٦\times ٥\times ٤\times ٣}{١\times ٢\times ٣\times ٤\times ٥} = ٢١$

(١٥) $٥ق^{٣}_{٣} + ٥ق^{٢}_{٣} = \frac{ل^{٣}_{٣}}{٣!} + \frac{ل^{٢}_{٣}}{ج} = \frac{٥ل^{٣}_{٣}}{١ج} + \frac{٣\times ٤\times ٥}{ج} = \frac{٤\times ٥}{ج} = ١٠ + ١٠ = ٢٠$

(١٦) $\frac{٧ق^{٥}_{٥}}{٧ق^{٤}_{٥}} = \frac{٧!}{(٧-٥)!٥!} \times \frac{(٧-٤)!٤!}{٧!} = \frac{١}{١٠\times ١٢} \times \frac{١٢\times ١٠\times (٣\times ٢\times ١)}{١} = \frac{٣!\times ٤!}{٥!} = \frac{٢٤}{١٢٠} = \frac{١}{٥}$

(١٧) في اختبار صح - خطأ من ٥ أسئلة. بكم طريقة مختلفة يمكن الإجابة؟

$= ٢\times ٢\times ٢\times ٢\times ٢ = ٣٢$

(١٨) وضعت ١٠ نقاط مختلفة على دائرة. ما عدد المثلثات المختلفة الممكن تكوينها باختيار ٣ من هذه النقاط؟

عدد المثلثات $= ق^{١٠}_{٣} = \frac{١٠!}{(١٠-٣)!٣!} = \frac{١٠\times ٩\times ٨\times ٧!}{٧!\times ٣\times ٢\times ١} = ١٢٠$ طريقة

(١٠) حل كلًّا من المعادلات التالية:

(أ) $ل^{ن}_{٢} = ٢٨ \Leftarrow \frac{ن!}{(ن-٢)!} = ٢٨ \leftarrow \frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{(ن-٢)!} = ٢٨ \leftarrow ن(ن-١) = ٥٦$

$ن(ن-١) = ٨ \times ٧ \therefore$

$ن = ٨$

(ب) $\frac{(ن+٣)!}{(ن+١)!} = ٤٢ \Leftarrow \frac{(ن+٣)(ن+٢)(ن+١)!}{(ن+١)!} = ٤٢$

$ن^{٢} + ٥ن + ٦ - ٤٢ = ٠ \leftarrow ن^{٢} + ٥ن - ٣٦ = ٠$

$(ن+٩)(ن-٤) = ٠ \leftarrow ن = -٩$ مرفوض

$ن = ٤$

(ج) $ل^{ن}_{٢} = ٨ن$

$\frac{ن!}{(ن-٢)!} = ٨ن$

$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{(ن-٢)!} = ٨ن$

$ن - ١ = ٨$

$ن = ٩$

$ن(ن-١) = ٨ن$

في التمارين (١١-١٦)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

(١١) $ل^{٦}_{٤} = \frac{٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤} = ٣٦٠$

(١٢) $ل^{٥}_{٣} + ل^{٥}_{٢} = \frac{٥ \times ٤ \times ٣}{١ \times ٢ \times ٣} + \frac{٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤} = ٢٠$

(١٣) $\frac{ل^{٧}_{٥}}{ل^{٧}_{٤}} = \frac{١٠٧}{\frac{٧!}{(٧-٤)!}} = \frac{١٠٧}{\frac{٧!}{٣!}} = \frac{١٠٧}{\frac{٧!}{٣! \times ٤!}} \times \frac{٤!}{٤!} = \frac{١٨٤ \times ٣}{١ \times ٢ \times ٤} = ٣$

(١٤) $ق^{٧}_{٥} = \frac{٧!}{(٧-٥)! \times ٥!} = \frac{٧!}{٢! \times ٥!} = \frac{٧ \times ٦ \times ٥!}{٢ \times ١ \times ٥!} = ٢١$

(١٥) $ق^{٥}_{٣} + ق^{٥}_{٢} = \frac{٥!}{(٥-٣)! \times ٣!} + \frac{٥!}{(٥-٢)! \times ٢!} = \frac{٥ \times ٤ \times ٣!}{٢! \times ٣!} + \frac{٥ \times ٤ \times ٣! \times ٢}{٣! \times ٢ \times ٢} = ١٠ + ١٠ = ٢٠$

(١٦) $\frac{ق^{٧}_{٥}}{ق^{٧}_{٤}} = \frac{\frac{٧!}{(٧-٥)! \times ٥!}}{\frac{٧!}{(٧-٤)! \times ٤!}} = \frac{\frac{٧!}{٢! \times ٥!}}{\frac{٧!}{٣! \times ٤!}} = \frac{٣! \times ٤!}{٢! \times ٥!} = \frac{٣ \times ٢ \times ٤ \times ٣ \times ٢}{٢ \times ١ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢} = \frac{٣}{٥}$

(١٧) في اختبار صح - خطأ من ٥ أسئلة. بكم طريقة مختلفة يمكن الإجابة؟ $٥ق_{٢} = \frac{٥!}{(٥-٢)! \times ٢!} = \frac{٥!}{٣! \times ٢!}$

$= \frac{٥ \times ٤ \times ٣!}{٣! \times ٢ \times ١} = ١٠$ طرق

(١٨) وضعت ١٠ نقاط مختلفة على دائرة. ما عدد المثلثات المختلفة الممكن تكوينها باختيار ٣ من هذه النقاط؟

عدد المثلثات $= ١٠ق_{٣} = \frac{١٠!}{(١٠-٣)! \times ٣!} = \frac{١٠!}{٧! \times ٣!} = \frac{١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧!}{٧! \times ٣ \times ٢ \times ١} = ١٢٠$ طريقة

اختبار الوحدة الخامسة

أسئلة المقال

في التمارين (١-٣)، حدّد ما إذا كانت الحالة تبيّن توفيقة أم تبديلًا، ثم حلّ.

(١) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ ممثلين من مجموعة مؤلفة من ١١ ممثلًا لتحضير عمل مسرحي؟

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ١٥ طالبًا مع مراعاة الترتيب.

(٣) أوجد مفكوك: $(١ - ٢س)^{٤}$

(٤) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٨ ، ل(ن) = ٠,٢٤.

فأوجد: ل(م ∩ ن).

(٥) إذا كان م، ن حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٣ ، ل(ن) = ٠,٢٠.

فأوجد: ل(م ∪ ن).

(٦) يبيّن الجدول المقابل فصائل الدم لِـ ١٥٠٠ شخص.

النوع / الفصيلة	A	B	AB	O
موجب	٥١٥	٧٥	٦٠	٥١٠
سالب	١١٥	٤٥	١٥	١٦٥

اختير شخص عشوائيًّا من هذه المجموعة.

(أ) ما احتمال أن يكون دمه من الفصيلة A؟

(ب) ما احتمال أن يكون نوع دمه موجب؟

البنود الموضوعية

في البنود (١-١٢) عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) قيمة المقدار ١٠! هي ٣٦٢٨٨٠٠ (ب)

(٢) قيمة المقدار ٤! × ٥! هي ٣٦٠ (أ)

(٣) قيمة المقدار ${}^{8}ل_{2}$ هي ٣٦٠ (أ)

(٤) قيمة المقدار ${}^{5}ق_{4} \times 3$ هي ١٥ (ب)

(٥) ${}^{5}ل_{2} = 2 \times {}^{5}ق_{2}$ (ب)

(٦) مفكوك $(جـ + 1)^{5}$ هو: $جـ^{5} + 5جـ^{4} + 10جـ^{3} + 10جـ^{2} + 5جـ + 1$ (ب)

(٧) إذا كان الحد $126 جـ^{4} د^{5}$ أحد حدود مفكوك $(جـ + د)^{ن}$، فإن قيمة ن هي ٥ (أ)

(٨) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(س + ر)^{ن}$ هو ٧ فإنّ قيمة ن هي ٦ (ب)

(٩) الحد الثاني من $(س + 3)^{9}$ هو $54 س^{8}$ (أ)

(١٠) (اختيار لون السيارة عشوائيًّا واختيار نوع الإطارات عشوائيًّا) هما حدثان مستقلان. (ب)

(١١) بفرض أن الحدثين م، ن مستقلان، $ل(م) = \frac{12}{17}$ ، $ل(ن) = \frac{3}{8}$ إذًا $ل(م \cap ن) = \frac{9}{17}$ (أ)

(١٢) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على العدد ٤ أو عدد زوجي يساوي $\frac{1}{2}$ (ب)

في التمارين (١٣-٢٤)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(١٣) قيمة المقدار $\frac{10!}{3! 7!}$ هي:

(أ) $\frac{10}{21}$ (ب) $\frac{1}{120}$ (جـ) ١٢٠ (د) ١

(١٤) قيمة المقدار ${}^{6}ل_{4} \times {}^{10}ق_{6}$ هي:

(أ) ٧٥٦٠٠ (ب) ٧٥٦٠ (جـ) ٢,٥ (د) ٢١٠

(١٥) قيمة المقدار $\frac{{}^{7}ق_{4}}{{}^{9}ق_{4}} \times {}^{9}ق_{2}$ هي:

(أ) ١٨ (ب) ٥,١٨٤ (جـ) ١٠ (د) ٧٣٥

(١٦) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ لاعبين لفريق كرة السلة من بين ١٢ لاعبًا إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهمًّا؟

(أ) ٩٥٠٤٠ (ب) ٤٧٥٢٠٠ (جـ) ٣٩٢ (د) ١١٤٠٤٨٠٠

(١٧) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٣ أعلام من مجموعة من ٧ أعلام مختلفة؟

(أ) ٢١٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٨٤٠ (د) ٢٤

(١٨) مفكوك $(أ - ب)^3$ هو:

(أ) $أ^3 + أ^2ب + أب^2 + ب^3$ (ب) $أ^3 + 3أ^2ب + 3أب^2 + ب^3$

(جـ) $أ^3 - أ^2ب + أب^2 - ب^3$ (د) $أ^3 - 3أ^2ب + 3أب^2 - ب^3$

(١٩) الحد الثالث في مفكوك $(أ - ب)^7$ هو:

(أ) $-21أ^5ب^2$ (ب) $-7أ^5ب$

(جـ) $7أ^6ب$ (د) $21أ^5ب^2$

(٢٠) معامل $جـ^4$ في مفكوك $(2جـ - 4ب)^5$ هو:

(أ) ١٢٨٠ (ب) -٢٥٦٠ (جـ) -٣٢٠ (د) ٥١٢٠

(٢١) إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، حيث $ل(م) = \frac{1}{3}$ ، $ل(ن) = \frac{9}{10}$ ، فإن $ل(م \cap ن)$ تساوي:

(أ) $\frac{3}{24}$ (ب) $\frac{25}{48}$ (جـ) $\frac{3}{10}$ (د) $\frac{11}{48}$

(٢٢) إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين حيث $ل(ع) = \frac{3}{5}$ ، $ل(ط) = \frac{1}{3}$، فإن $ل(ع \cup ط)$ تساوي:

(أ) $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{14}{15}$ (جـ) $\frac{4}{15}$ (د) صفر

(٢٣) إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين حيث $ل(ع) = \frac{1}{7}$ ، $ل(ط) = 60٪$، فإن $ل(ع \cup ط)$ تساوي:

(أ) $\frac{6}{70}$ (ب) ٤٢٪ (جـ) $\frac{16}{35}$ (د) $\frac{26}{35}$

(٢٤) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{5}{6}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) ١

تمرّن ٢-٥

نظرية ذات الحدين

The Binomial Theorem

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، املأ الفراغ بالعدد المناسب.

(١) $(س + ص)^{٤} = س^{\square} + \square س^{٣} ص + ٦ س^{\square} ص^{٢} + \square س ص^{\square} + ص^{\square}$

(٢) $(ز - ص)^{٣} = ز^{\square} - \square ز^{٢} ص + \square ز ص^{\square} - ص^{\square}$

(٣) $(س + ص)^{٥} = س^{\square} + \square س^{٤} ص + ١٠ س^{\square} ص^{٢} + \square س^{٢} ص^{\square} + \square س ص^{٤} + ص^{\square}$

في التمارين (٤-٩)، أوجد مفكوك كل مما يلي:

(٤) $(١ + س)^{٤} = {}^{٤}ق_{٠} \times ١^{٤} + {}^{٤}ق_{١} \times ١^{٣} \times س + {}^{٤}ق_{٢} \times ١^{٢} \times س^{٢} + {}^{٤}ق_{٣} \times ١ \times س^{٣} + {}^{٤}ق_{٤} \times س^{٤}$

$= ١ + ٤س + ٦س^{٢} + ٤س^{٣} + س^{٤}$

(٥) $(١ - س)^{٤} = {}^{٤}ق_{٠} \times ١^{٤} + {}^{٤}ق_{١} \times ١^{٣} \times (-س) + {}^{٤}ق_{٢} \times ١^{٢} \times (-س)^{٢} + {}^{٤}ق_{٣} \times ١ \times (-س)^{٣} + {}^{٤}ق_{٤} \times (-س)^{٤}$

$= ١ - ٤س + ٦س^{٢} - ٤س^{٣} + س^{٤}$

(٦) $(١ - ٢س)^{٥} = ١ + ٥ \times (-٢س) + ١٠ \times (-٢س)^{٢} + ١٠ \times (-٢س)^{٣} + ٥ \times (-٢س)^{٤} + (-٢س)^{٥}$

$= ١ - ١٠س + ٤٠س^{٢} - ٨٠س^{٣} + ٨٠س^{٤} - ٣٢س^{٥}$

(٧) $(٢س - ١)^{٣} = (٢س)^{٣} + ٣ \times (٢س)^{٢} \times (-١) + ٣ \times (٢س) \times (-١)^{٢} + (-١)^{٣}$

$= ٨س^{٣} - ١٢س^{٢} + ٦س - ١$

(٨) $(س - ص)^{٣} = س^{٣} + ٣ \times س^{٢} \times (-ص) + ٣ \times س \times (-ص)^{٢} + (-ص)^{٣}$

$= س^{٣} - ٣س^{٢}ص + ٣س ص^{٢} - ص^{٣}$

(٩) $\left(٢ - \frac{س}{٢}\right)^{٤} = ٢^{٤} + ٤ \times ٢^{٣} \times \left(\frac{-س}{٢}\right) + ٦ \times ٢^{٢} \times \left(\frac{-س}{٢}\right)^{٢} + ٤ \times ٢ \times \left(\frac{-س}{٢}\right)^{٣} + \left(\frac{-س}{٢}\right)^{٤}$

$= ١٦ - ١٦س + ٦س^{٢} - \frac{١}{٢}س^{٣} + \frac{س^{٤}}{١٦}$

(١٠) في مفكوك $\left(١ - \frac{٣}{٢س}\right)^{٥}$ أوجد: $ر = ٢$ $ن = ٥$

(أ) الحد الثالث. $ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \times ف^{ن-ر} \times ل^{ر}$

$ح_{٣} = {}^{٥}ق_{٢} \times ١^{٣} \times \left(\frac{-٣}{٢س}\right)^{٢} = \frac{٤٥}{٤س^{٢}}$

(ب) الحد الخامس. $ن = ٥$ $ر = ٤$

$ح_{٥} = {}^{٥}ق_{٤} \times ١ \times \left(\frac{-٣}{٢س}\right)^{٤} = \frac{٤٠٥}{١٦س^{٤}}$

(١١) أوجد معامل $س^{٣}$ في مفكوك $(١ - س)^{٤}$. $ن = ٤$ $أ = ١$ $ب = -س$

$ح_{ر+١} = ن ق_{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$

$ح_{ر+١} = ٤ ق_{ر} (١)^{٤-ر} \times (-س)^{ر} \Leftarrow س^{٣} = س^{ر} \Leftarrow ر = ٣$

الحد الرابع يحتوي على $س^{٣}$

$ح_{٤} = ٤ ق_{٣} \times (١)^{٤-٣} \times (-س)^{٣} = -٤ س^{٣}$

معامل $س^{٣} = -٤$

(١٢) أوجد معامل $س^{٣}$ في مفكوك $(س + ص)^{٥}$. $ن = ٥$ $أ = س$ $ب = ص$

$ح_{ر+١} = ن ق_{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$

$ح_{ر+١} = ٥ ق_{ر} \times س^{٥-ر} \times ص^{ر} \Leftarrow س^{٣} = س^{٥-ر} \Leftarrow ٥ - ر = ٣ \Leftarrow ر = ٢$

الحد الثالث يحتوي على $س^{٣}$

$ح_{٣} = ٥ ق_{٢} \times س^{٣} \times ص^{٢} = ١٠ س^{٣} ص^{٢}$

معامل $س^{٣} = ١٠$

(١٣) في مفكوك $(س + ٢)^{٦}$ أوجد معامل $س^{٤}$. $ن = ٦$ $أ = س$ $ب = ٢$

$ح_{ر+١} = ن ق_{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$

$ح_{ر+١} = ٦ ق_{ر} \times س^{٦-ر} \times ٢^{ر}$

$س^{٦-ر} = س^{٤} \Leftarrow ٦ - ر = ٤ \Leftarrow ر = ٢$ الحد الثالث يحتوي على $س^{٤}$

$ح_{٣} = ٦ ق_{٢} \times س^{٤} \times ٢^{٢} = ٦٠ س^{٤}$

معامل $س^{٤} = ٦٠$

(١٤) في مفكوك $(س - \frac{١}{٢})^{٨}$ أوجد معامل $س^{٥}$. $ن = ٨$ $أ = س$ $ب = -\frac{١}{٢}$

$ح_{ر+١} = ن ق_{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$

$ح_{ر+١} = ٨ ق_{ر} \times س^{٨-ر} \times (-\frac{١}{٢})^{ر}$

$س^{٨-ر} = س^{٥} \Leftarrow ٨ - ر = ٥ \Leftarrow ر = ٣$ الحد الرابع يحتوي على $س^{٥}$

$ح_{٤} = ٨ ق_{٣} \times س^{٥} \times (-\frac{١}{٢})^{٣} = -٧ س^{٥}$

معامل $س^{٥} = -٧$

(١٥) (أ) بسّط $(٢ + \sqrt{٣})^{٤}$. $= ٢^{٤} + ٤ \times ٢^{٣} \times \sqrt{٣} + ٦ \times ٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} + ٤ \times ٢ \times (\sqrt{٣})^{٣} + (\sqrt{٣})^{٤}$

$= ١٦ + ٣٢\sqrt{٣} + ٢٤ + ٨\sqrt{٣} + ٩ = ٤٩ + ٤٠\sqrt{٣}$

(ب) أثبت أن: $(٢ + \sqrt{٣})^{٤} + (٢ - \sqrt{٣})^{٤} = ١٩٤$. باستخدام مفكوك ذات الحدين

$(٢ + \sqrt{٣})^{٤} = ٩٧ + ٥٦\sqrt{٣}$

$(٢ - \sqrt{٣})^{٤} = ٩٧ - ٥٦\sqrt{٣}$

إذن $(٢ + \sqrt{٣})^{٤} + (٢ - \sqrt{٣})^{٤} = ٩٧ + ٥٦\sqrt{٣} + ٩٧ - ٥٦\sqrt{٣} = ١٩٤$

∴ الطرفان متساويان

(١٦) أثبت أن: $(س + \frac{١}{س})^{٣} = (س^{٣} + \frac{١}{س^{٣}}) + ٣(س + \frac{١}{س})$. باستخدام نظرية ذات الحدين

الطرف الأيسر $= (س + \frac{١}{س})^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times س^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times س^{٢} \times (\frac{١}{س}) + {}^{٣}ق_{٢} \times س \times (\frac{١}{س})^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times (\frac{١}{س})^{٣}$

$= س^{٣} + ٣س + \frac{٣}{س} + \frac{١}{س^{٣}}$

$= (س^{٣} + \frac{١}{س^{٣}}) + (٣س + \frac{٣}{س}) = (س + \frac{١}{س})^{٣} + ٣(س + \frac{١}{س})$ الطرف الأيمن

∴ الطرفان متساويان

(١٧) أوجد مفكوك: $(٢ + س)^{٥}$. باستخدام نظرية ذات الحدين

$(٢ + س)^{٥} = {}^{٥}ق_{٠} \times ٢^{٥} + {}^{٥}ق_{١} \times ٢^{٤} \times س + {}^{٥}ق_{٢} \times ٢^{٣} \times س^{٢} + {}^{٥}ق_{٣} \times ٢^{٢} \times س^{٣} + {}^{٥}ق_{٤} \times ٢ \times س^{٤} + {}^{٥}ق_{٥} \times س^{٥}$

$= ٣٢ + ٨٠س + ٨٠س^{٢} + ٤٠س^{٣} + ١٠س^{٤} + س^{٥}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٧)، أوجد مفكوك كل مما يلي:

(١) $(س - ٢)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times س^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times س^{٢} \times (-٢) + {}^{٣}ق_{٢} \times س \times (-٢)^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times (-٢)^{٣}$

$= س^{٣} + ٣ \times ٣س^{٢} \times (-٢) + ٣ \times س \times (-٢)^{٢} + (-٢)^{٣}$

$= س^{٣} - ٦س^{٢} + ١٢س - ٨$

(٢) $(١ - ص)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times ١^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times ١^{٢} \times (-ص) + {}^{٣}ق_{٢} \times ١ \times (-ص)^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times (-ص)^{٣}$

$= ١ - ٣ص + ٣ص^{٢} - ص^{٣}$

(٣) $(١ + ص)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times ١^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times ١^{٢} \times ص + {}^{٣}ق_{٢} \times ١ \times ص^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times ص^{٣}$

$= ١ + ٣ص + ٣ص^{٢} + ص^{٣}$

(٤) $(\frac{١}{٢} + ب)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times (\frac{١}{٢})^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times (\frac{١}{٢})^{٢} \times ب + {}^{٣}ق_{٢} \times (\frac{١}{٢}) \times ب^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times ب^{٣}$

$= \frac{١}{٨} + \frac{٣}{٤}ب + \frac{٣}{٢}ب^{٢} + ب^{٣}$

(٥) $(٢أ - ٣ب)^٤ = {}^٤ق_٠ \times (٢أ)^٤ + {}^٤ق_١ \times (٢أ)^٣ \times (-٣ب) + {}^٤ق_٢ \times (٢أ)^٢ \times (-٣ب)^٢ + {}^٤ق_٣ \times (٢أ) \times (-٣ب)^٣ + {}^٤ق_٤ \times (-٣ب)^٤$

$= ١٦أ^٤ - ٩٦أ^٣ب + ٢١٦أ^٢ب^٢ - ٢١٦أب^٣ + ٨١ب^٤$

(٦) $(س + \frac{١}{س})^٤ = {}^٤ق_٠ \times س^٤ + {}^٤ق_١ \times س^٣ \times (\frac{١}{س}) + {}^٤ق_٢ \times س^٢ \times (\frac{١}{س})^٢ + {}^٤ق_٣ \times س \times (\frac{١}{س})^٣ + {}^٤ق_٤ \times (\frac{١}{س})^٤$

$= س^٤ + ٤س^٢ + ٦ + \frac{٤}{س^٢} + \frac{١}{س^٤}$

$= س^٤ + ٤س^٢ + \frac{٤}{س^٢} + \frac{١}{س^٤} + ٦$

(٧) $(س^٢ + ١)^٣ = {}^٣ق_٠ \times س^٦ + {}^٣ق_١ \times س^٤ \times (١) + {}^٣ق_٢ \times س^٢ \times (١)^٢ + {}^٣ق_٣ \times (١)^٣$

$= س^٦ + ٣س^٤ + ٣س^٢ + ١$

(٨) في مفكوك $(٢ + س)^٤$، أوجد معامل $س^٣$. $ن = ٤ \quad م = ٢ \quad ب = س$

$ح_{ر+١} = {}^ن ق_ر \, م^{ن-ر} \, ب^ر$

$= {}^٤ق_ر \times ٢^{٤-ر} \times س^ر$

$س^ر = س^٣ \Leftarrow ر = ٣$ الحد الرابع يحتوي على $س^٣$

$ح_٤ = {}^٤ق_٣ \times ٢ \times س^٣$

$ح_٤ = ٨س^٣$ معامل $س^٣ = ٨$

(٩) أوجد معامل $س^٤$ في مفكوك $(س + ص)^٧$ $م = س \quad ب = ٣ص \quad ن = ٧$

$ح_{ر+١} = {}^ن ق_ر \, م^{ن-ر} \, ب^ر$

$= {}^٧ق_ر \, س^{٧-ر} \, ص^ر$

$س^{٧-ر} = س^٤ \Leftarrow ٧ - ر = ٤ \Leftarrow ر = ٣$

الحد الرابع يحتوي على $س^٤$

$ح_٤ = {}^٧ق_٣ \times س^{٧-٣} \times ص^٣ = ٣٥س^٤ص^٣$

معامل $س^٤ = ٣٥$

(١٠) أثبت أن: $(٢ + \sqrt{٣})^٤ - (٢ - \sqrt{٣})^٤ = ١١٢\sqrt{٣}$. باستخدام مفكوك ذات الحدين

$(ج + \sqrt{٣})^٤ = ج^٤ + ٤ ج^٣ \sqrt{٣} + ٦ ج^٢ (\sqrt{٣})^٢ + ٤ ج (\sqrt{٣})^٣ + (\sqrt{٣})^٤ =$

$= ج^٤ + ٤\sqrt{٣} ج^٣ + ٧ ج^٢ + ٣\sqrt{٣} ج + ٩ = ٧ ج^٢ + ٦\sqrt{٣} ج + ٩$

$(ج - \sqrt{٣})^٤ = ج^٤ - ٤\sqrt{٣} ج^٣ + ٧ ج^٢ - ٣\sqrt{٣} ج + ٩ = ٧ ج^٢ - ٦\sqrt{٣} ج + ٩$

بالطرح نجد $(ج + \sqrt{٣})^٤ - (ج - \sqrt{٣})^٤ = ٧ ج^٢ + ٦\sqrt{٣} ج + ٩ - ٧ ج^٢ + ٦\sqrt{٣} ج - ٩ = ١١٢\sqrt{٣}$

(١١) إذا كان: $(٦\sqrt{٧} + ٢\sqrt{٧})^٣ - (٦\sqrt{٧} - ٢\sqrt{٧})^٣ = ٢\sqrt{٧}$، فأوجد قيمة $ج$. باستخدام مفكوك ذات الحدين

$(٦\sqrt{٧} + ج)^٣ = (٦\sqrt{٧})^٣ + ٣ (٦\sqrt{٧})^٢ ج + ٣ (٦\sqrt{٧}) ج^٢ + ج^٣ = ٥٠٤ + ٧٢\sqrt{٧} ج + ج^٣$

$(٦\sqrt{٧} - ج)^٣ = ٥٠٤ - ٧٢\sqrt{٧} ج + ٣٦ ج^٢ - ج^٣$

بالطرح نجد $(٦\sqrt{٧} + ج)^٣ - (٦\sqrt{٧} - ج)^٣ = ١٤٤\sqrt{٧} ج + ٢ ج^٣ = ٢\sqrt{٧}$

$\therefore ج = ١$

(١٢) أثبت أن: $(١ + س)^٧ = ١ + ٧س + ٢١س^٢ + ٣٥س^٣ + ٣٥س^٤ + ٢١س^٥ + ٧س^٦ + س^٧$.

باستخدام مفكوك ذات الحدين

$(١ + س)^٧ = ١ + ٧ س + ٢١ س^٢ + ٣٥ س^٣ + ٣٥ س^٤ + ٢١ س^٥ + ٧ س^٦ + س^٧$

تمرين ٣-٥

الاحتمال

Probability

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، حدّد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم غير مستقلين.

(١) اختيار كرة من كيس، ثم إعادتها واختيار كرة ثانية.

مستقلين

(٢) اختيار كرة من كيس دون إعادتها ثم اختيار كرة ثانية.

غير مستقلين

(٣) عند رمي حجر نرد متزن مرتين متتاليتين، الحصول في المرة الأولى على ٥ والحصول في المرة الثانية على ٥.

مستقلين

في التمرينين (٤-٥)، إذا كان الحدثان أ، ب مستقلين. أوجد ل(أ ∩ ب).

(٤) ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٣ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب) = ٠,٤ × ٠,٣ = ٠,١٢

(٥) ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{٢}{٥}$ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب) = $\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٥} = \frac{١}{٥}$ = ٠,٢

في التمرينين (٦-٧)، إذا كان الحدثان م، ن متنافيين. أوجد ل(م ∪ ن).

(٦) ل(م) = ٠,٣ ، ل(ن) = ٠,١٤ ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = ٠,٣ + ٠,١٤ = ٠,٤٤

(٧) ل(م) = ٠,٦ ، ل(ن) = ٠,٢ ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = ٠,٦ + ٠,٢ = ٠,٨

(٨) إذا كان أ، ب حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث:

ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٣٥، أوجد:

(أ) ل($\overline{أ}$) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٤ = ٠,٦

(ب) ل($\overline{ب}$) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٣٥ = ٠,٦٥

(جـ) ل(أ ∩ ب) = صفر حدثان متنافيان

(د) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) = ٠,٤ + ٠,٣٥ = ٠,٧٥

(هـ) ل($\overline{أ \cup ب}$) = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − ٠,٧٥ = ٠,٢٥

ثانوية ام الحارث الانصارية

ثانوية ام الحارث الانصارية

(٩) إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة ف حيث:

ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٣ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢٥ ، أوجد:

(أ) ل(أ ∩ ب)' = ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − ٠,٢٥ = ٠,٧٥

(ب) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٤ + ٠,٣ − ٠,٢٥ = ٠,٤٥

(جـ) ل(أ ∪ ب)' = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − ٠,٤٥ = ٠,٥٥

(١٠) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث ل(ن) = ١/٢ ، ل(م) = ٣/٥ ، فأوجد كلًا مما يلي:

(أ) ل(م) = ١ − ل(م)' = ١ − ٣/٥ = ٢/٥

(ب) ل(م ∩ ن) = ل(م) × ل(ن) = ٢/٥ × ١/٢ = ١/٥

(جـ) ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن) = ٣/٥ + ١/٢ − ١/٥ = ٧/١٠

(١١) إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث ل(م ∪ ن) = ٠,٧ ، ل(م) = ٠,٥ ، ل(ن) = ٠,٣ ،

فأوجد: ل(م ∩ ن)

ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن)

ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∪ ن) = ٠,٥ + ٠,٣ − ٠,٧ = ٠,١

(١٢) إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث ل(م)' = ١/٣ ، ل(ن)' = ١/٤ ، ل(م ∪ ن)' = ١/٥ ، فأوجد:

(أ) ل(م ∪ ن) = ١ − ل(م ∪ ن)' = ١ − ١/٥ = ٤/٥

(ب) ل(م ∩ ن) ل(م) = ١ − ١/٣ = ٢/٣ ل(ن) = ١ − ١/٤ = ٣/٤

ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∪ ن) = ٢/٣ + ٣/٤ − ٤/٥ = ٢٧/٦٠

(١٣) إذا كان ل(م ∪ ن) = ٧/١٠ ، ل(م) = ١/٥ ، ل(م ∩ ن) = ٠،

فأوجد: ل(ن)

ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن)

∴ ل(ن) = ل(م ∪ ن) − ل(م) = ٧/١٠ − ١/٥ = ١/٢

(١٤) ألقي حجر نرد مرقم من ١ إلى ٦. ليكن:

الحدث أ: الحصول على العدد ٢. أ = {٢} ل(أ) = ١/٦

الحدث ب: الحصول على أعداد مربعة. ب = {١، ٤} ل(ب) = ٢/٦ = ١/٣

الحدث جـ: الحصول على عدد زوجي. جـ = {٢، ٤، ٦} ل(جـ) = ٣/٦ = ١/٢

أوجد: ل(أ ∪ جـ) = ١/٢ ل(أ ∩ ب) = صفر

(أ) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ١/٦ + ١/٣ = ١/٢

(ب) ل(أ ∪ جـ) = ل(أ) + ل(جـ) − ل(أ ∩ جـ) = ١/٦ + ١/٢ − ١/٦ = ١/٢

(جـ) ل(أ ∩ ب) = صفر

(د) ل(ب ∪ جـ)' = ١ − ل(ب ∪ جـ) = ١ − ٢/٣ = ١/٣

ل(ب ∪ جـ) = ل(ب) + ل(جـ) − ل(ب ∩ جـ)

(١٥) إذا كان احتمال نجاح راشد في الاختبار = $\frac{٢}{٥}$ ، واحتمال نجاح سعد في نفس الاختبار = $\frac{١}{٣}$ ، فما احتمال أن ينجحا معًا في نفس الاختبار؟

احتمال ينجحا معاً ل (أ ∩ ب) = ل(أ) · ل(ب) = $\frac{٢}{٥} \times \frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{١٥}$

(١٦) في إحدى المؤسسات تم تنظيم دورة للموظفين في اللغة الإنجليزية والحاسوب. إذا كان عدد الموظفين في المؤسسة ٢٠٠ موظف وتمّ تنفيذ الدورات على الموظفين وفق الجدول التالي:

دور الحاسوب / دورة اللغة الإنجليزية	نعم	لا
نعم	٤٥	٣٣
لا	٧٠	٥٢

ف = {(نعم، نعم) ، (نعم، لا) ، (لا، نعم) ، (لا، لا)}

(ع ، حاسوب)

إذا تم اختيار موظف عشوائيًا، فأوجد كلًّا من الاحتمالات التالية:

(أ) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية ودورة الحاسوب.

$\frac{٤٥}{٢٠٠} = \frac{٩}{٤٠}$

(ب) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية ولم يأخذ دورة الحاسوب.

$\frac{٣٣}{٢٠٠}$ =

(جـ) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية أو أخذ دورة الحاسوب.

$\frac{٧٠ + ٣٣ + ٤٥}{٢٠٠} = \frac{١٤٨}{٢٠٠}$ =

ثانوية ام الحارث الانصارية

(١٧) في حوض لتربية سمك السلمون هناك نوعان من الأسماك: السلمون المرقط والسلمون الملوّن.
يبين الجدول توزيع هذه الأسماك في الحوض.

الطول بالسنتيمتر	-١٦	-١٨	-٢٠	-٢٢
ملوّن	٣	٢٠	٣٥	١٢
مرقط	٧	١٥	٢٥	٣

أخذت سمكة عشوائيًا من الحوض. أوجد كلًّا من احتمالات الأحداث التالية:

أ = «سمكة ملوّنة». $= \frac{٣ + ٢٠ + ٣٥ + ١٢}{١٠٠} = \frac{٧٠}{١٠٠} = \frac{٧}{١٠}$

ب = «طولها أصغر من ٢٠ سم». $= \frac{٣ + ٧ + ٢٠ + ١٥}{١٠٠} = \frac{٤٥}{١٠٠} = \frac{٩}{٢٠}$

جـ = «سمكة مرقطة وطولها على الأقل ٢٠ سم». $= \frac{٣ + ٢٥}{١٠٠} = \frac{٢٨}{١٠٠}$

د = «سمكة مرقطة أو طولها على الأقل ٢٢ سم». $= \frac{٧ + ١٥ + ٢٥ + ٣ + ١٢}{١٠٠} = \frac{٦٢}{١٠٠}$

هـ = «سمكة ملونة وطولها على الأقل ١٨ سم». $= \frac{٢٠ + ٣٥ + ١٢}{١٠٠} = \frac{٦٧}{١٠٠}$

و = «ألا تكون مرقطة وألا يكون طولها أصغر من ٢٠ سم». $= \frac{٣٥ + ١٢}{١٠٠} = \frac{٤٧}{١٠٠}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١-٢)، حدّد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم لا.

(١) سحب كرة حمراء من كيس والحصول على العدد ٣ عند رمي حجر نرد. مستقلان

(٢) أن يكون الابن الأول في العائلة ولد والثاني أيضًا ولد. مستقلان

في التمرينين (٣-٤)، إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، أوجد ل(م ∩ ن) حيث:

(٣) ل(م) = $\frac{٣}{٧}$ ، ل(ن) = $\frac{٧}{١٥}$ ل(م ∩ ن) = ل(م) · ل(ن) = $\frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{١٥} = \frac{١}{٥}$

(٤) ل(م) = ٠,١٢ ، ل(ن) = ٠,٢٤ ل(م ∩ ن) = ل(م) · ل(ن) = ٠,١٢ × ٠,٢٤ = ٠,٠٢٨٨

في التمرينين (٥-٦)، إذا كان الحدثان م، ن متنافيين. أوجد ل(م ∪ ن) حيث:

(٥) ل(م) = ٠,١٤ ، ل(ن) = ٠,١٦ ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = ٠,١٤ + ٠,١٦ = ٠,٣

(٦) ل(م) = $\frac{٣}{٥}$ ، ل(ن) = $\frac{٣}{١٠}$ ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = $\frac{٣}{٥} + \frac{٣}{١٠} = \frac{٩}{١٠}$

(٧) إذا كان أ، ب حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث:

ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٢٥. أوجد:

(أ) ل(أ) = ١ - ل($\overline{أ}$) = ١ - ٠,٣ = ٠,٧

(ب) ل($\overline{ب}$) = ١ - ل(ب) = ٠,٧٥

(جـ) ل(أ ∩ ب) = صفر

(د) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

(هـ) ل($\overline{أ \cap ب}$) = ١ - ل(أ ∩ ب) = ١ - ٠ = ١

= ٠,٧ + ٠,٢٥ = ٠,٩٥

(٨) إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة ف حيث:

ل($\overline{أ}$) = ٠,٤٥ ، ل(ب) = ٠,٣٢ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,١٨. أوجد: ل(أ) = ١ - ل($\overline{أ}$)

= ١ - ٠,٤٥ = ٠,٥٥

(أ) ل($\overline{ب}$) = ١ - ل(ب) = ١ - ٠,٣٢ = ٠,٦٨

(ب) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب) = ٠,٥٥ + ٠,٣٢ - ٠,١٨ = ٠,٦٩

(جـ) ل($\overline{أ \cup ب}$) = ١ - ل(أ ∪ ب) = ١ - ٠,٦٩ = ٠,٣١

(٩) إذا كان ل، م حدثين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٢٥ ، ل(ن) = ٠,٤٥

أوجد: ل(م ∩ ن). ماذا تستنتج؟

ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) - ل(م ∩ ن)

ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) - ل(م ∪ ن) = ٠,٢٥ + ٠,٤٥ - ٠,٧ = صفر

∴ الحدثان متنافيان

(١٠) إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٧ ، ل(ن) = ٠,٤ ، فهل يمكن أن يكون هذان الحدثان متنافيين؟ برهن إجابتك.

متنافيان ∴ ل(م ∩ ن) = صفر

ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن)

١ = ل(م) + ل(ن)

١ ≠ ٠,٧ + ٠,٤

∴ الحدثان غير متنافيان

(١١)

(١١) إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة ف حيث: ل(أ ∪ ب) = ٠,٢٤٢ ، ل(أ) = ٠,٠٥٢ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٠١٢٥. فأوجد: ل(ب̄).

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

ل(ب) = ل(أ ∪ ب) + ل(أ ∩ ب) − ل(أ)

ل(ب) = ٠,٢٤٣ + ٠,٠١٢٥ − ٠,٠٥٢ = ٠,٢١٦

ل(ب̄) = ١ − ٠,٢١٦ = ٠,٧٨٤

(١٢) تحوي علبة ١٢ قرصًا متشابهًا مرقمًا من ١ إلى ١٢، سحب قرص عشوائيًا. أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

(أ) الحصول على العدد ٢.

(ب) الحصول على عدد فردي.

(جـ) الحصول على عدد أولي.

(د) الحصول على عدد من مضاعفات العدد ٤.

(أ) الحصول على عدد زوجي = $\frac{١}{١٢}$

(ب) الحصول على عدد فردي = $\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

(جـ) الحصول على عدد أولي = $\frac{٥}{١٢}$

(د) الحصول على عدد من مضاعفات العدد ٤ = $\frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

(١٣) ألقي حجر نرد أرقامه ٣، ٣، ٣، ١، ٤، ٦، فما احتمال الحصول على:

(أ) عدد زوجي. = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

(ب) عدد من مضاعفات العدد ٣. = $\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

اختبار الوحدة الخامسة

أسئلة المقال

في التمارين (١-٣)، حدّد ما إذا كانت الحالة تبيّن توفيقة أم تبديلًا، ثم حلّ.

(١) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ ممثلين من مجموعة مؤلفة من ١١ ممثلًا لتحضير عمل مسرحي؟

$$\text{ت}_{11}^{5} = \frac{11!}{6!} = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 55440$$

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ١٥ طالبًا مع مراعاة الترتيب.

$$\text{ت}_{15}^{3} = \frac{15!}{12!} = 15 \times 14 \times 13 = 2730$$

(٣) أوجد مفكوك: $(1 - 2س)^4$

$$(1-2س)^4 = {}^4ق_0 \times 1^4 + {}^4ق_1 \times 1^3 \times (-2س) + {}^4ق_2 \times 1^2 \times (-2س)^2 + {}^4ق_3 \times 1 \times (-2س)^3 + {}^4ق_4 \times (-2س)^4$$
$$= 1 - 8س + 24س^2 - 32س^3 + 16س^4$$

(٤) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٨ ، ل(ن) = ٠,٢٤.

فأوجد: ل(م ∩ ن).

$$\text{ل}(م \cap ن) = \text{ل}(م) \cdot \text{ل}(ن) = 0.38 \times 0.24 = 0.0912$$

(٥) إذا كان م، ن حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٣ ، ل(ن) = ٠,٢٠.

فأوجد: ل(م ∪ ن).

$$\text{ل}(م \cup ن) = \text{ل}(ن) + \text{ل}(م) = 0.33 + 0.20 = 0.53$$

(٦) يبيّن الجدول المقابل فصائل الدم لِـ ١٥٠٠ شخص.

النوع / الفصيلة	A	B	AB	O
موجب	٥١٥	٧٥	٦٠	٥١٠
سالب	١١٥	٤٥	١٥	١٦٥

اختير شخص عشوائيًّا من هذه المجموعة.

(أ) ما احتمال أن يكون دمه من الفصيلة A؟

احتمال أن يكون دمه من الفصيلة $A = \frac{515 + 115}{1500} = \frac{21}{50}$

(ب) ما احتمال أن يكون نوع دمه موجب؟

احتمال أن يكون نوعه دمه موجب $= \frac{515 + 75 + 60 + 510}{1500} = \frac{1160}{1500} = \frac{58}{75}$

البنود الموضوعية

في البنود (١-١٢) عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) قيمة المقدار ١٠! هي ٣ ٦٢٨ ٨٠٠ (ب)

(٢) قيمة المقدار ٤! × ٥! هي ٣٦٠ (أ)

(٣) قيمة المقدار ${}^{8}ل_{٢}$ هي ٣٦٠ (أ)

(٤) قيمة المقدار ${}^{٥}ق_{٤} \times ٣$ هي ١٥ (ب)

(٥) ${}^{٥}ل_{٢} = ٢ \times {}^{٥}ق_{٢}$ (ب)

(٦) مفكوك $(جـ + ١)^{٥}$ هو: $جـ^{٥} + ٥جـ^{٤} + ١٠جـ^{٣} + ١٠جـ^{٢} + ٥جـ + ١$ (ب)

(٧) إذا كان الحد $١٢٦ جـ^{٤} د^{٥}$ أحد حدود مفكوك $(جـ + د)^{ن}$، فإن قيمة ن هي ٥ (أ)

(٨) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(س + ر)^{ن}$ هو ٧ فإنّ قيمة ن هي ٦

(٩) الحد الثاني من $(س + ٣)^{٩}$ هو $٥٤ س^{٨}$ (أ)

(١٠) (اختيار لون السيارة عشوائيًّا واختيار نوع الإطارات عشوائيًّا) هما حدثان مستقلان. (ب)

(١١) بفرض أن الحدثين م، ن مستقلان، $ل(م) = \frac{١٢}{١٧}$ ، $ل(ن) = \frac{٣}{٨}$ إذًا $ل(م \cap ن) = \frac{٩}{١٧}$ (أ)

(١٢) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على العدد ٤ أو عدد زوجي يساوي $\frac{١}{٢}$ (ب)

في التمارين (١٣-٢٤)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(١٣) قيمة المقدار $\frac{١٠!}{٣! \, ٧!}$ هي:

(أ) $\frac{١٠}{٢١}$ (ب) $\frac{١}{١٢٠}$ (جـ) ١٢٠ (د) ١

(١٤) قيمة المقدار ${}^{٦}ل_{٤} \times {}^{١٠}ق_{٦}$ هي:

(أ) ٧٥ ٦٠٠ (ب) ٧ ٥٦٠ (جـ) ٢,٥ (د) ٢١٠

(١٥) قيمة المقدار $\frac{{}^{٧}ق_{٤}}{{}^{٩}ق_{٤}} \times {}^{٩}ق_{٢}$ هي:

(أ) ١٨ (ب) ٥,١٨٤ (جـ) ١٠ (د) ٧٣٥

(١٦) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ لاعبين لفريق كرة السلة من بين ١٢ لاعبًا إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهمًّا؟

(أ) ٩٥ ٠٤٠ (ب) ٤٧٥ ٢٠٠ (جـ) ٣٩٢ (د) ١١ ٤٠٤ ٨٠٠

(١٧) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٣ أعلام من مجموعة من ٧ أعلام مختلفة؟

٢١٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٨٤٠ (د) ٢٤