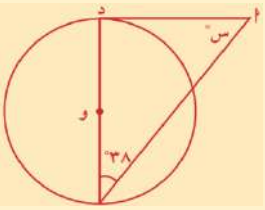
٦ - ١ [أ] الدائرة

الوحدة السادسة

١) في الشكل المقابل ، $\overleftrightarrow{أ د}$ مماس للدائرة التي مركزها و . أوجد قيمة س° .



الحل:

∵ $\overleftrightarrow{أ د}$ مماس و د , نصف قطر التماس

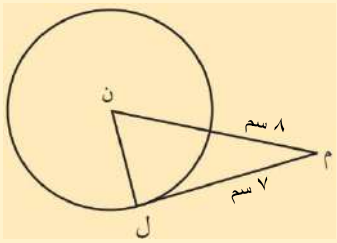
∴ ق ($\hat{د}$) = ٩٠° نظرية

س = ١٨٠ − (٩٠ + ٣٨) = ٥٢°

مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ ق ($\hat{أ}$) = ٥٢°

٢) في الشكل المقابل ، إذا كان : ن ل = ٤ سم، ل م = ٧ سم، ن م = ٨ سم، فهل م ل مماس للدائرة ؟ فسر إجابتك.



الحل:

(م ن)^{٢} = (٨)^{٢} = ٦٤

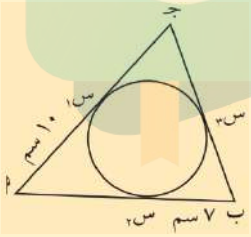
(م ل)^{٢} + (ل ن)^{٢} = ٧^{٢} + ٤^{٢} = ٦٥

∴ م ل ن مثلث غير قائم (عكس فيثاغورث)

ق ($\hat{ل}$) ≠ ٩٠°

$\overline{م ل}$ ليس مماساً للدائرة (نظرية).

٣) في الشكل المقابل إذا كان محيط المثلث أ ب جـ = ٥٠ سم، فأوجد طول $\overline{ب جـ}$



∵ $\overleftrightarrow{ب أ}$ مماس للدائرة في س٢،

$\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة في س٣ ، $\overleftrightarrow{جـ أ}$ مماس للدائرة في س١

∴ أ س١ = أ س٢ = ١٠ سم (نظرية)

ب س٢ = ب س٣ = ٧ سم (نظرية)

جـ س١ = جـ س٣ = ن (نظرية)

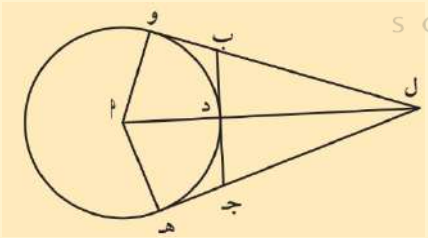
محيط المثلث أ ب جـ = ٥٠ سم ⟸ ن + ن + ١٠ + ١٠ + ٧ + ٧

= ٥٠

٢ ن + ٣٤ = ٥٠ ⟸ ٢ن = ٥٠ − ٣٤ = ١٦ ⟸ ن = ٨

∴ طول ب جـ = ٧ + ٨ = ١٥ سم

٥) في الشكل المقابل $\overleftarrow{ل و}$ ، $\overleftarrow{ل هـ}$ مماسان للدائرة، $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة عند النقطة د، اثبت أن المثلث ل ب جـ متطابق الضلعين.



الحل:

في المثلث ل ب جـ :

∵ $\overleftarrow{ل و}$ ، $\overleftarrow{ل هـ}$ مماسان للدائرة

∴ $\overline{ل د}$ منتصف الزاوية (نتيجة) (١)

$\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس ، $\overline{أ د}$ نصف قطر التماس ∴ $\overline{ب جـ}$ ⊥ $\overline{أ ل}$

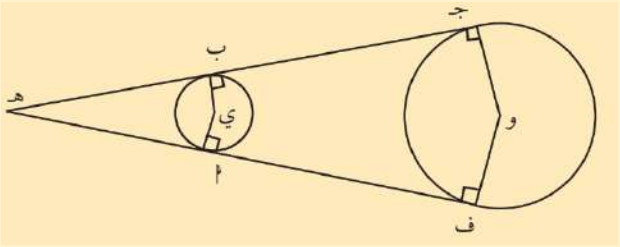
∴ $\overline{ل د}$ ارتفاع المثلث ل ب جـ (٢)

من (١) , (٢) نجد أن المثلث ل ب جـ متطابق الضلعين.

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٤) في الشكل المقابل بفرض أن الدائرتين متطابقتان.

أثبت أن ب جـ = أ ف اذا لم يتقاطع ب جـ مع أ ف .



∵ هـ جـ ، هـ ف مماسان للدائرة

∴ هـ جـ = هـ ف (نظرية)

∵ هـ ب ، هـ أ مماسان للدائرة

∴ هـ ب = هـ أ (نظرية)

هـ جـ - هـ ب = هـ ف - هـ أ

∴ ب جـ = أ ف

مدرستي الكويتية
school-kw.com

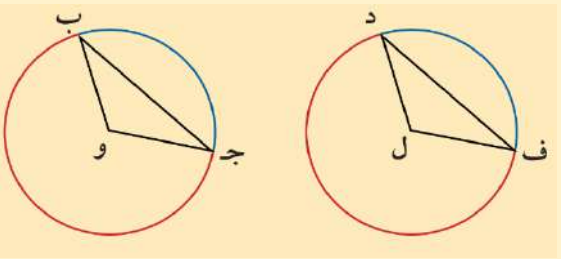
مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٦ – ٢ الأوتار و الأقواس

الوحدة السادسة

١) في الشكل المقابل الدائرتان متطابقتان، إذا كان

$\overline{ب جـ} \cong \overline{د ف}$ ، فماذا نستنتج؟



الحل:

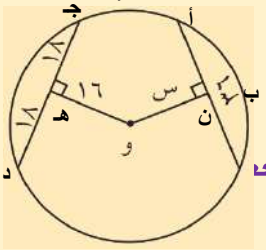
∵ $\overline{ب جـ} \cong \overline{د ف}$

∴ $\overset{\frown}{ب جـ} \cong \overset{\frown}{د ف}$

∴ $\angle ف ل د \cong \angle جـ و ب$ (نظرية)

٢) دائرة مركزها و.

أوجد قيمة س في الشكل المقابل. وفسر إجابتك.



الحل:

$\overline{ون} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{وهـ} \perp \overline{جـد}$ (معـ

أ ب = ٣٦

جـ د = ١٨ + ١٨ = ٣٦

∵ أ ب = جـ د

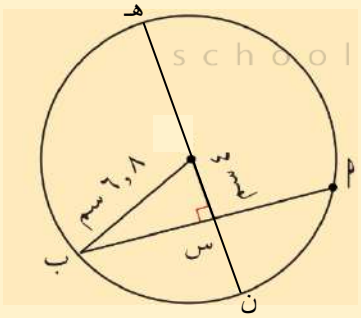
∴ ون = وهـ (نظرية)

س = ١٦

٣) استخدم الشكل المقابل لإيجاد:

١ طول الوتر أ ب .

٢ المسافة من منتصف الوتر إلي منتصف القوس الأصغر أ ب .



الحل:

١) إيجاد طول الوتر أ ب :

∵ $\overline{وس} \perp \overline{أب}$ ∴ أ س = س ب (نظرية)

س ب = $\sqrt{(٦,٨)^{٢} - ٤^{٢}}$ ≈ ٥,٤٩ سم (فيثاغورث)

اب = س ب + س أ

= ٥,٤٩ + ٥,٤٩ = ١٠,٩٨ سم

٢) المسافة من منتصف الوتر إلي منتصف القوس الأصغر أ ب :

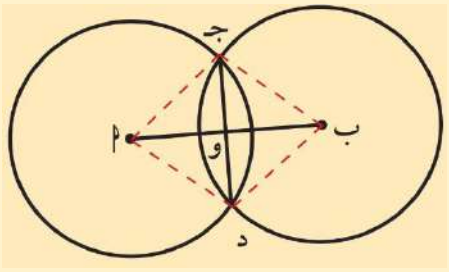
س ن = ون – وس

= ٦,٨ – ٤ = ٢,٨ سم

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٤) في الشكل المقابل دائرتان متطابقتان. جـ د وتر مشترك، إذا كان جـ د = ١٤ سم ، نق = ١٣ سم , أوجد طول أ ب.



الحل :

∵ الدائرتان متطابقتان.

∴ أ جـ = أ د = ب جـ = ب د = نق = ١٣ سم.

∵ $\overline{أ ب} \perp \overline{جـ د}$

∴ جـ و = و د = ٧ سم , أ و = ب و

أ و = $\sqrt{(١٣)^{٢} - (٧)^{٢}}$ = ١٠,٩٥ سم (فيثاغورث)

أ ب = ١٠,٩٥ x ٢ = ٢١,٩ سم

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٦ - ٣ الزوايا المركزية والزوايا المحيطية

الوحدة السادسة

١) إذا كان قياس زاوية مركزية ٣٥° ، فأوجد قياس القوس علي الدائرة المحصور بين ضلعيها.

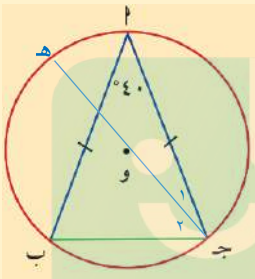
قياس القوس = قياس الزاوية المركزية = ٣٥° (نظرية)

٢) إذا كان قياس زاوية محيطية في دائرة يساوي ٥٤° فأوجد قياس القوس المحصور بين ضلعيها.

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها. (نظرية)

قياس القوس = ٥٤ x ٢ = ١٠٨°

٣) في الشكل المقابل المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين، إذا كان $\overleftarrow{جـ هـ}$, منصف الزاوية الداخلية أ جـ ب ويقطع الدائرة في النقطة هـ. ماقياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أ هـ}$ ؟



الحل:

ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{جـ}$) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

(Δ أ ب جـ متطابق الضلعين, مجموع قياسات زواياه ١٨٠°)

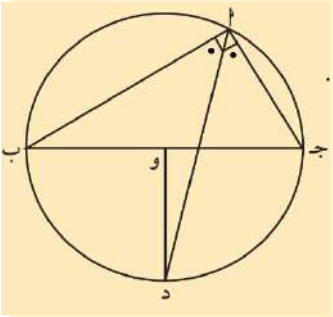
لدينا $\overleftarrow{جـ هـ}$ منصف الزاوية أ جـ ب بالتالي:

ق ($\hat{١}$) = ق ($\hat{٢}$) = ٧٠ ÷ ٢ = ٣٥°

ق ($\hat{١}$) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{أ هـ}$)

ق ($\overset{\frown}{أ هـ}$) = ٣٥° × ٢ = ٧٠°

٤) في الشكل المقابل ، دائرة مركزها و. إذا كان ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ٣٠°, أوجد ق (أ $\hat{د}$ ب) .



الحل:

في Δ أ ب جـ

ق ($\hat{جـ}$) = ١٨٠ - (٩٠ + ٣٠) = ٦٠°

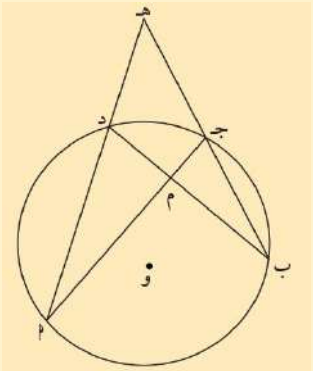
ق ($\hat{جـ}$) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) (نظرية)

∴ ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ٦٠ × ٢ = ١٢٠°

ق (أ $\hat{د}$ ب) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) (نظرية)

= ١٢٠ ÷ ٢ = ٦٠°

٥) في الشكل المقابل, اثبت أن ق (ب هـ أ) = $\frac{ق (\overset{\frown}{ب أ}) - ق (\overset{\frown}{جـ د})}{٢}$



الحل:

ق (أ $\hat{د}$ م) = ق ($\hat{ب}$) + ق ($\hat{هـ}$) زاوية خارجة

ق ($\hat{هـ}$) = ق (أ $\hat{د}$ م) - ق ($\hat{ب}$)

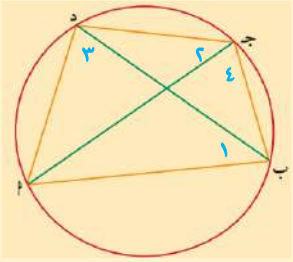
ق (ب $\hat{هـ}$ أ) = $\frac{ق (\overset{\frown}{أ ب})}{٢}$ - $\frac{ق (\overset{\frown}{جـ د})}{٢}$

= $\frac{ق (\overset{\frown}{أ ب}) - ق (\overset{\frown}{جـ د})}{٢}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٥) أ ب جـ د شكل رباعي دائري ، أثبت أن ق (أ د ب) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب) .



الحل :

ق ($\hat{٣}$) = ق (أ $\hat{د}$ ب) = ق ($\overset{\frown}{أب}$) (نظرية)

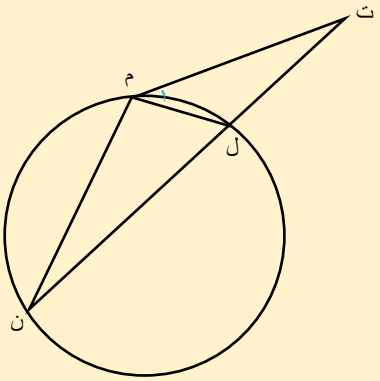
ق ($\hat{٤}$) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{أب}$) (نظرية)

∴ ق (أ $\hat{د}$ ب) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب)

٧)

$\overleftrightarrow{م ت}$ مماس لدائرة مركزها و . $\overline{م ن}$ وتر في الدائرة بحيث يكون م ن = م ت . (م نقطة التماس) $\overline{ت ن}$ تقطع الدائرة في ل .

أثبت أن Δ ت ل م متطابق الضلعين (ل ت = ل م) .



الحل :

∵ م ن = م ت

Δ م ت ن متطابق الضلعين

ق ($\hat{ت}$) = ق ($\hat{ن}$)

ق ($\hat{ن}$) = ق ($\hat{١}$) (نظرية)

ق ($\hat{ت}$) = ق ($\hat{١}$)

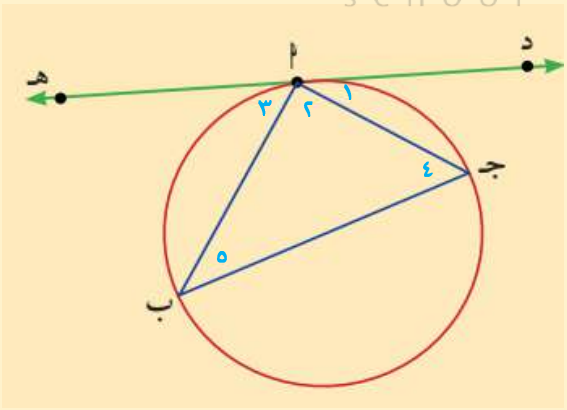
∴ Δ ت ل م متطابق الضلعين (ل ت = ل م) .

٦)

في الشكل المقابل، لدينا : ق (د $\hat{أ}$ جـ) = ٤٠°، ق (ه $\hat{أ}$ ب) = ٥٠°.

أ) أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ .

ب) أثبت أن جـ ب قطر للدائرة .



مدرستي الكويتية
school-kw.com

الحل:

أ) ق ($\hat{١}$) = ق ($\hat{٥}$) = ٤٠° .

ق ($\hat{٣}$) = ق ($\hat{٤}$) = ٥٠° .

ق ($\hat{٢}$) = ١٨٠ – (٤٠ + ٥٠) = ٩٠° .

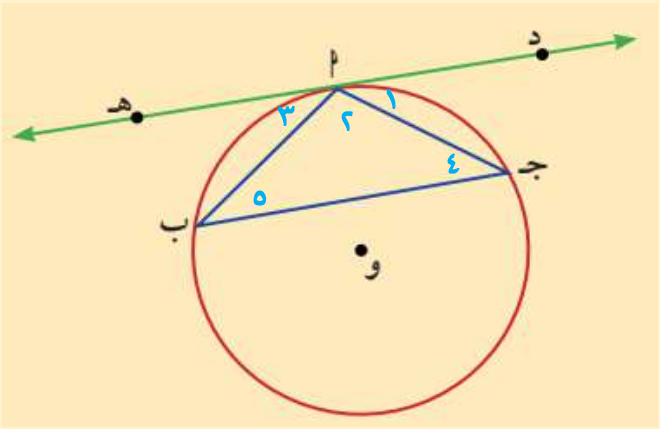
مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠° .

ب) ∵ جـ $\hat{أ}$ ب زاوية محيطية قياسها ٩٠°

∴ جـ $\hat{أ}$ ب مرسومة علي قطر الدائرة

∴ $\overline{جـ ب}$ قطر للدائرة.

٧) في الشكل المقابل ، لدينا د هـ مماس للدائرة عند النقطة أ . المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين (أ ب = أ ج) ، اثبت أن د هـ // ب جـ .



الحل:

ق ($\hat{١}$) = ق ($\hat{٥}$) (نظرية)

ق ($\hat{٤}$) = ق ($\hat{٥}$) (Δ أ ب جـ متطابق الضلعين)

ق ($\hat{١}$) = ق ($\hat{٤}$) وهما في وضع التبادل

∴ $\overleftrightarrow{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$

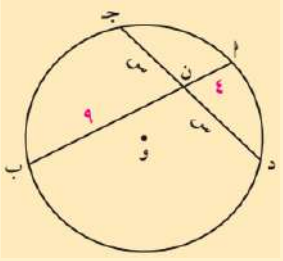
مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٦ - ٤ الدائرة: الأوتار المتقاطعة، المماس

الوحدة السادسة

١) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



الحل:

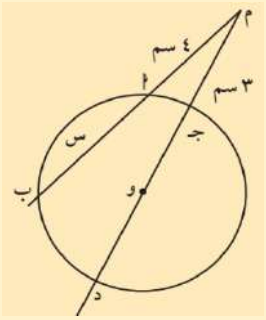
ن أ × ن ب = ن جـ × ن د

٤ × ٩ = س × س

٣٦ = س^{٢}

س = ٦ سم

٣) في الشكل المقابل، دائرة مركزها و. نق = ٤ سم، أوجد قيمة س.



الحل:

م أ × م ب = م جـ × م د (نظرية)

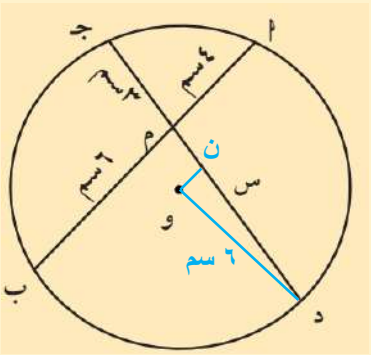
٤ × (٤ + س) = ٣ × (٣ + ٤ + ٤)

١٦ + ٤ س = ٣٣

٤س = ٣٣ - ١٦

س = ٤,٢٥ سم

٢) في الدائرة المقابلة، التي مركزها و:



م أ = ٤ سم، م ب = ٦ سم، م جـ = ٣ سم، م د = س.

أ) أوجد قيمة س .

ب) أوجد البعد بين المركز و والوتر د جـ إذا علمت أن طول نصف قطر الدائرة = ٦ سم.

الحل:

أ) م جـ × م د = م أ × م ب (نظرية)

٣س = ٤ × ٦ ⇐ ٣س = ٢٤ ⇐ س = ٨

ب) ∵ و ن ⊥ جـ د (ن منتصف جـ د)

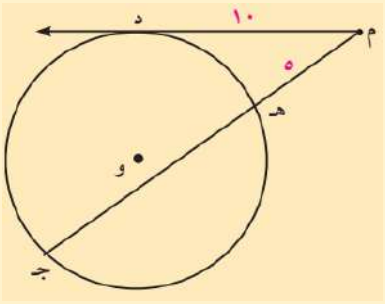
جـ د = ٨ + ٣ = ١١ سم

∴ جـ ن = ن د = ١١ ÷ ٢ = ٥,٥ سم (نظرية)

و ن = $\sqrt{(٦)^{٢} - (٥,٥)^{٢}}$ = ٢,٤ سم (فيثاغورث)

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٤) في الشكل المقابل، م قطعة مماسية حيث م د = ١٠ سم، م هـ = ٥ سم،
أوجد طول هـ جـ.



الحل:

(م د)^{٢} = م هـ × م جـ

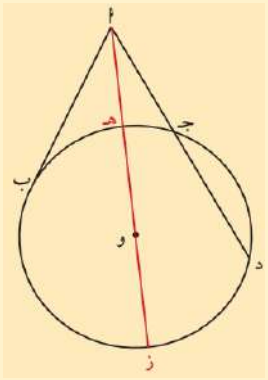
(١٠)^{٢} = ٥ × (٥ + س)

١٠٠ = ٢٥ + ٥س

٥ س = ٧٥

س = ٧٥ ÷ ٥ = ١٥ سم

٥) أوجد طول نصف قطر الدائرة إذا كان أ هـ = ٢ سم, أ د = ٩ سم, أ جـ = ٤ سم.



الحل:

أ جـ × أ د = أ هـ × أ ز (نظرية)

٩ × ٤ = ٢ × (٢ + س)

٣٦ = ٤ + ٢ س

٢ س = ٣٢

س = ١٦ سم ⟸ ∴ نق = ١٦ ÷ ٢ = ٨ سم

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

الوحدة السابعة : المصفوفات

٧ - ١ تنظيم البيانات في مصفوفات

الوحدة السابعة

١) اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي:

أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ٠ \\ ٢- & ٠,٥ & ٧ \end{bmatrix}$ ٢ × ٣

ب = $\begin{bmatrix} ٨- & ٣ & ١٠ \end{bmatrix}$ ١ × ٣

جـ = $\begin{bmatrix} ١٠ & ٠ \\ ١ & ٥- \\ ٠,٦ & ٩ \end{bmatrix}$ ٣ × ٢

٢) أوجد ب٢٣ من المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} ١٢ & ١ & ٥ & ٤ \\ ٢ & ٦ & ٢ & ٣,٥ \\ ١ & ٠ & ١ & ٤- \end{bmatrix}$

العنصر ب٢٣ يقع في الصف الثالث وفي العمود الثاني.

ب٢٣ = ٠

٣) صنف كلا المصفوفات التالية:

أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & ٣- & ٧- \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٤- & \frac{٢}{٣} & ٣- \end{bmatrix}$ ، جـ = $\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٠ \\ ٠,٥ \end{bmatrix}$

أ : مصفوفة ٣ × ٣ ∴ أ مصفوفة مربعة.

ب : مصفوفة ١ × ٣ ∴ ب مصفوفة أفقية.

جـ : مصفوفة ٣ × ١ ∴ جـ مصفوفة عمودية.

٤) هل المصفوفتان س ، ص متساويتان ؟ فسر.

س = $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٠ & ٢- \end{bmatrix}$ ، ص = $\begin{bmatrix} ١- & ٩ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$

كل من س ، ص لهما نفس الرتبة (٢ × ٢) (يتكونان من صفين وعمودين) ولكن عناصرهما المتناظرة ليست متساوية

وبالتالي : س ، ص غير متساويين.

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٥)

أ) إذا كانت $\begin{bmatrix} ٣٨ & ٥ \\ ٣ & ٤ص - ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س + ٨ & ٥ \\ ٣ & - ص \end{bmatrix}$

ب- إذا كانت [٣ س س + ص س - ص] = [-٩ ٤ -١٠] فأوجد قيمة كلا من س, ص.

أ- س + ٨ = ٣٨ ⟸ س = ٣٨ - ٨ ⟸ س = ٣٠

٤ص - ١٠ = - ص ⟸ ٤ص + ص = ١٠ ⟸ ٥ص = ١٠ ⟸ ص = ١٠ ÷ ٥ = ٢

ب- ٣س = - ٩ ⟸ س = - ٣

س + ص = ٤ ⟸ - ٣ + ص = ٤ ⟸ ص = ٤ + ٣ = ٧

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٧ - ٢ جمع وطرح المصفوفات

الوحدة السابعة

١) أوجد ناتج مايلي

$$\begin{bmatrix} ٢٣ & ١٥- \\ ٩ & ٨- \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- & ٣- \\ ٤ & ٥- \\ ٧- & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٤ & ١٢- \\ ٥ & ٣- \\ ١٠ & ١- \end{bmatrix}$$

---

٢) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ١- & ٠ \end{bmatrix}$ ، جـ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٢- & ٧ \end{bmatrix}$

فأوجد : أ) جـ + ب ب) (جـ + ب) + أ

أ) جـ + ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٢- & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ٢ \\ ٣- & ٧ \end{bmatrix}$

ب) (جـ + ب) + أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix} + \left[\begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٢- & ٧ \end{bmatrix} \right]$

$= \begin{bmatrix} ٨ & ٢ \\ ٣- & ٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٥ \\ ١ & ٦ \end{bmatrix}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٣) أوجد ناتج كل مما يلي:

أ) $\begin{bmatrix} ٦ & -٩ & ٧ \\ -٢ & ١ & ٨ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٤ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٥ & ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & -١٢ & ٧ \\ -٨ & -٤ & -٢ \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -١ & ١٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٣ & ١ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٤ \\ -٣ & ١٤ \end{bmatrix}$

---

٤) أوجد س حيث:

$\text{س} - \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٧ \\ -٤ & ٤ \end{bmatrix}$

$\text{س} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٧ \\ -٤ & ٤ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ٧ \\ -٢ & ٩ \end{bmatrix}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٧ – ٣ ضرب المصفوفات

الوحدة السابعة

١) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٢ \\ -٢ & -١ & ٣ \end{bmatrix}$

(أ) ٥ب – ٤أ (ب) أ + ٦ب

٥ب – ٤أ = ٥ $\begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٢ \\ -٢ & -١ & ٣ \end{bmatrix}$ – ٤ $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} ٠ & ٥ & ١٠ \\ -١٠ & -٥ & ١٥ \end{bmatrix}$ – $\begin{bmatrix} ٨ & ١٢ & -١٦ \\ ٢٠ & ١٦ & ١٢ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} -٨ & -٧ & ٢٦ \\ -٣٠ & -٢١ & ٣ \end{bmatrix}$

أ + ٦ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ + ٦ $\begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٢ \\ -٢ & -١ & ٣ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ + $\begin{bmatrix} ٠ & ٦ & ١٢ \\ -١٢ & -٦ & ١٨ \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} ٢ & ٩ & ٨ \\ -٧ & -٢ & ٢١ \end{bmatrix}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

---

٢) حل كل معادلة مما يلي:

أ) ٢س = $\begin{bmatrix} ٤ & ١٢ \\ ١ & -٤ \end{bmatrix}$ + $\begin{bmatrix} -٢ & ٠ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

ب) -٣س + $\begin{bmatrix} ٧ & ٠ & -١ \\ ٢ & -٣ & ٤ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ١٠ & ٠ & ٨ \\ -١٩ & -١٨ & ١٠ \end{bmatrix}$

٢س = $\begin{bmatrix} ٢ & ١٢ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$ ⟸ س = $\frac{١}{٢}$ × $\begin{bmatrix} ٢ & ١٢ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ١ & ٦ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

$$-٣س = \begin{bmatrix} ١٠ & ٠ & ٨ \\ ١٩- & ١٨- & ١٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٠ & ١- \\ ٢ & ٣- & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٠ & ٩ \\ ٢١- & ١٥- & ٦ \end{bmatrix}$$

$$س = -\frac{١}{٣} \times \begin{bmatrix} ٣ & ٠ & ٩ \\ ٢١- & ١٥- & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- & ٠ & ٣- \\ ٧ & ٥ & ٢- \end{bmatrix}$$

---

٣) أوجد ناتج الضرب: $\begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٣ & ٤- \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٣ & ٤- \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٣ \times (-١) + ٠ \times ٥ & ٣ \times (-١) + ٠ \times ٠ \\ -٣ \times (٣) + (-٤) \times ٥ & ٣ \times (٣) + (-٤) \times ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ٢٩- & ٩ \end{bmatrix}$$

---

٤) بفرض : أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢- \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ١- \\ ٢ & ٥- & ١ \end{bmatrix}$

أ) حدد ما إذا كان كل من نواتج الضرب أ × ب ، ب × أ معرّفة أو غير معرفة.

ب) أوجد ناتج الضرب المعرف.

أ × ب معرفة لأن عدد أعمدة المصفوفة الأولي يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية.

$$أ \times ب = \begin{bmatrix} ٨ \times ٤ + (-٢) \times ٢ & -٥ \times (-٢) + ٤ \times ٠ & ١ \times (-٢) + ٤ \times -١ & ٨ \times (-٢) + ٤ \times ٠ \\ ٨ \times ٥ + (-٤) \times ٢ & -٥ \times (-٤) + ٥ \times ٠ & ١ \times (-٤) + ٥ \times -١ & ٨ \times (-٤) + ٥ \times ٠ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٢٨ & ١٠ & ٦- & ١٦- \\ ٣٢ & ٢٠ & ٩- & ٣٢- \end{bmatrix}_{٤\times٢}$$

ب × أ غير معرفة لأن عدد أعمدة المصفوفة الأولي لايساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية.

٥) إذا كانت ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix}$ ، أوجد : ب^{٢} ، ب^{٣} .

ب^{٢} = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٢\times١+١\times٢ & ١\times١+(١-)\times٢ \\ ٤\times١+٤\times١ & ١\times(١-)+٤\times١- \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٦ \\ ١٥ & ٦- \end{bmatrix}$

ب^{٣} = ب^{٢} × ب = $\begin{bmatrix} ٣ & ٦ \\ ١٥ & ٦- \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٢\times٦+٣\times١ & ١\times٦+٣\times٢- \\ ٤\times١٥+(٦-)\times١ & ١\times١٥+(٦-)\times٢ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٢٧ & ٠ \\ ٥٤ & ٢٧- \end{bmatrix}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٧ – ٤ مصفوفات الوحدة والمعكوس الضربي

الوحدة السابعة

١) اثبت أن المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$ **هي النظير الضربي للمصفوفة** $\begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢- \times ٢ + ١ \times ٥ & ٢ \times ٢ + ١ \times ٤- \\ ٢- \times ٢,٥ + ١ \times ٥ & ٢ \times ٢,٥ + ١ \times ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = \text{و}_{٢ \times ٢}$$

∴ **المصفوفة** $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$ **هي النظير الضربي للمصفوفة** $\begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

---

٢) أوجد محدد كلاً من المصفوفات التالية:

$$\text{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix} \qquad \text{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & ٧ \\ ٢ & ١٠ \end{bmatrix} \qquad \text{جـ} = \begin{bmatrix} ك & ٣ \\ ٣ - ك & ٣- \end{bmatrix}$$

$$|\text{أ}| = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix} = ٤ \times ٢ - ٢ \times ٤ = \text{صفر} \quad \therefore \text{(أ) منفردة}$$

$$|\text{ب}| = \begin{bmatrix} ٨ & ٧ \\ ٢ & ١٠ \end{bmatrix} = ٨ \times ١٠ - ٢ \times ٧ = ٦٦$$

$$|\text{جـ}| = \begin{bmatrix} ك & ٣ \\ ٣ - ك & ٣- \end{bmatrix} = -٣ك - ٣(٣ - ك) = -٣ك - ٩ + ٣ك = -٩$$

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٣) إذا كانت المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ ٤- & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة، أوجد قيمة س.

∵ ب منفردة ∴ |ب| = صفر

$\begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ ٤- & ٢س \end{bmatrix}$ = صفر

٥ × ٢س − (٤-) × ١٠ = ٠

١٠س + ٤٠ = ٠ ← س = ٤-

٤)

أ) هل ب = $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي؟ فسر إجابتك.

ب) هل ب = $\begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ ٣- & ٤- \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي؟ فسر إجابتك.

|ب| = $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ = ١×٤-٢×٣ = ٢-

∵ ٢- ≠ $\frac{-٣٣}{٠}$

∴ يوجد نظير ضربي

|ب| = $\begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ ٣- & ٤- \end{bmatrix}$ = ٦ × (٤-)- ٨- ×(٣-) = صفر

∴ ب منفردة ليس لها نظير ضربي.

٥) حدد أي مصفوفة من المصفوفات التالية لها نظير ضربي معكوس، ثم أوجده.

أ) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} ٠,٥ & ٢,٣ \\ ٣ & ٧,٢ \end{bmatrix}$

مدرستي الكويتية
schools-kw.com

|أ| = $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ = ٣×٢ − ١×٤ = ٢

∵ ٢ ≠ ٠ ∴ أ$^{-١}$ موجود

أ$^{-١}$ = $\frac{١}{٢}$ $\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} \frac{٣}{٢} & ٢- \\ \frac{-١}{٢} & ١ \end{bmatrix}$

|ب| = $\begin{bmatrix} ٠,٥ & ٢,٣ \\ ٣ & ٧,٢ \end{bmatrix}$ = ٣×٢,٣−٧,٢×٠,٥ =

∵ |ب| ≠ ٠ ∴ ب$^{-١}$ موجودة

ب$^{-١}$ = $\frac{-٣٣}{١٠}$ $\begin{bmatrix} ٧,٢ & ٢,٣- \\ ٣- & ٠,٥ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} \frac{٢٤-}{١١} & \frac{٢٣}{٣٣} \\ \frac{١٠}{١١} & \frac{٥-}{٣٣} \end{bmatrix}$

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٧ – ٥ حل نظام من معادلتين خطيتين

الوحدة السابعة

١) حل النظام $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$ بإستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} \quad (١)$$

أ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ مصفوفة المعاملات

| أ | = ٥×٢ – ٣×٣ = ١ ≠ ٠

$$أ^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ٥ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ٥- & ٣ \end{bmatrix}$$

نضرب كلاً من طرفي المعادلة (١) من جهة اليمين في $أ^{-١}$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ٥- & ٣ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٥\times(٣-)+٢\times٧ \\ ٥\times٥+(٣-)\times٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- \\ ٤ \end{bmatrix}$$

∴ الحل س = ١-

ص = ٤

٢) استخدم قاعدة كرامر لحل النظام: $\begin{cases} ٣س + ٢ص = ٦- \\ ٤-س – ٣ص – ٧ = ٠ \end{cases}$

$$\begin{cases} ٣س + ٢ص = ٦- \\ ٤-س – ٣ص = ٧ \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣- & ٤- \end{bmatrix} = ٣ \times (٣-) – ٢ \times (٤-)$$

= ١- ، ١- ≠ ٠

$$\Delta س = \begin{bmatrix} ٦- & ٢ \\ ٧ & ٣- \end{bmatrix}$$

= (٦-) × (٣-) – ٢ × ٧ = ٤

$$\Delta ص = \begin{bmatrix} ٣ & ٦- \\ ٤- & ٧ \end{bmatrix}$$

= ٣ × ٧ – (٦-) × (٤-) = ٣-

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{٤}{١-} = ٤-$$

$$ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{٣-}{١-} = ٣$$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

الوحدة الثامنة : حساب المثلثات (٢)

٨ - ١ دائرة الوحدة في المستوي الإحداثي والدوال المثلثية (الدائرية)

الوحدة الثامنة

١) أ) إذا كانت $٩٠° < \theta < ٢٧٠°$. ماهي إشارة جتا θ ؟

ب) إذا كانت $٠° < \theta < \pi$. ماهي إشارة جا θ ؟

أ) θ في الربع ٢ أو في الربع ٣
جتا θ < ٠

ب) θ في الربع ١ أو في الربع ٢
جا θ > ٠

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٨ – ٢ العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

الوحدة الثامنة

١) أ) جا م = ٠,٣ فإن جا (- م) = - جا م = - ٠,٣

ب) جتا ل = ٠,٣٨ فإن جتا (- ل) = جتا ل = ٠,٣٨

جـ) ظا س = ٣,١٤ فإن ظا (-س) = - ظا س = ٣,١٤

د) جتا (- ص) = $\frac{١}{٤}$ فإن جتا ص = $\frac{١}{٤}$

---

٢) بدون استخدام الآلة الحاسب. إذا كان:

أ) جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$، فأوجد جا ١٥٠°.

ب) جتا س = $\frac{٤}{٥}$، فأوجد جتا (π – س).

جـ) ظا $\frac{\pi}{١٢}$ = ٢ - $\sqrt{٣}$ فأوجد ظا $\frac{١١\pi}{١٢}$.

مدرستي الكويتية
school-kw.com

أ) جا (١٥٠°) = جا (١٨٠-٣٠) = جا ٣٠ = $\frac{١}{٢}$

ب) جتا (π – س) = - جتا س = - $\frac{٤}{٥}$

ت) ظا $\frac{١١\pi}{١٢}$ = ظا (π - $\frac{\pi}{١٢}$) = - ظا ($\frac{\pi}{١٢}$) = -(٢ – $\sqrt{٣}$) = -٢ + $\sqrt{٣}$

---

٣) بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جتا ٤٠° ≈ ٠,٧٦٦ . فأوجد جتا ٢٢٠°.

جتا ٢٢٠° = جتا (١٨٠ + ٤٠) = - جتا ٤٠° = - ٠,٧٦٦

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٤) إذا كان جا ٥٦° = ٠,٨٢٩ . بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد جا ٢٣٦°.

جا ٢٣٦° = جا (١٨٠ + ٥٦) = - جا ٥٦° = - ٠,٨٢٩

---

٥) بسط كلاً من التعبيرات التالية لأبسط صورة:

أ) جتا $(9\pi + \theta)$ = جتا $(8\pi + \pi + \theta)$ = جتا $(\pi + \theta)$ = جتا $(\pi + \theta)$ = - جتا θ

ب) جتا $(-\frac{\pi}{2} - \theta)$ = جتا $[-(\frac{\pi}{2} + \theta)]$ = جتا $(\frac{\pi}{2} + \theta)$ = - جا θ

---

٦) حل المعادلة : $\sqrt{2}$ جتا س = ١

جتا س = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

جتا س = جتا $\frac{\pi}{٤}$

∵ جتا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الرابع

س = $\frac{\pi}{٤}$ + ٢كπ	س = $\frac{-\pi}{٤}$ + ٢كπ
	ك ∋ ص

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٧) حل المعادلة ٢جا س – ١ = ٠

٢ جا س = ١ ، جا س = $\frac{١}{٢}$

جا س = جا $\frac{\pi}{٦}$

∵ جا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الثاني

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢كπ	س = π - $\frac{\pi}{٦}$ + ٢كπ
	= $\frac{\pi٥}{٦}$ + ٢كπ
	ك ∈ ص

---

٨) حل المعادلة $\sqrt{٣}$ ظا س = ١

ظا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ظا س = ظا $\frac{\pi}{٦}$

∵ ظا س > ٠ ∴ س تقع في الربع الأول أو الثالث

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢كπ	س = π + $\frac{\pi}{٦}$ + ٢كπ
ك ∈ ص	= $\frac{\pi٥}{٦}$ + ٢ك ك ∈ ص

حل آخر:

ظا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ظا س = ظا $\frac{\pi}{٦}$

∵ ظا س > ٠

∴ س تقع في الربع الأول أو الثالث

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ك

ك ∈ ص

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٨ – ٣ العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

الوحدة الثامنة

١) بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان ظا θ = $\frac{٤}{٣}$ ، جا θ > ٠ فأوجد جا θ , جتا θ .

θ في الربع الثالث.

١ + ظا^{٢} θ = قا^{٢} θ

١ + $(\frac{٣}{٤})^{٢}$ = قا^{٢} θ

قا^{٢} θ = $\frac{٢٥}{١٦}$

جتا^{٢} θ = $\frac{١٦}{٢٥}$ ← جتا θ = ± $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}}$ = ± $\frac{٤}{٥}$

θ في الربع الثالث ← جتا θ = $\frac{٤}{٥}$

ظا θ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$

$\frac{٣}{٤} = \frac{\text{جا}\theta}{\frac{٤}{٥}}$

جا θ = $\frac{٣ \times \frac{٤}{٥}}{٤}$ = $\frac{-٣}{٥}$

٢) بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان

ظا θ = $\frac{٢٤}{٧}$ ، جتا θ > ٠ فأوجد جا θ , جتا θ .

طريقة القوانين

θ في الربع الأول.

١ + ظا^{٢} θ = قا^{٢} θ

١ + $(\frac{٢٤}{٧})$ = قا^{٢} θ

قا^{٢} θ = $\frac{٦٢٥}{٤٩}$

جتا^{٢} θ = $\frac{٤٩}{٦٢٥}$ ← جتا θ = ± $\sqrt{\frac{٤٩}{٦٢٥}}$

جتا θ = + $\frac{٧}{٢٥}$ θ في الربع الأول.

ظا θ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$

$\frac{٢٤}{٧} = \frac{\text{جا}\theta}{\frac{٧}{٢٥}}$

جا θ = $\frac{٢٤ \times \frac{٧}{٢٥}}{٧}$ = $\frac{٢٤}{٢٥}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٣) بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان ظتا $\theta = \frac{٥}{٨}$ ،

جتا θ > ٠ فأوجد جا θ.

θ في الربع الأول.

١ + ظتا^{٢} θ = قتا^{٢} θ

١ + $(\frac{٥}{٨})^{٢}$ = قتا^{٢} θ

قتا^{٢} $\theta = \frac{٨٩}{٦٤}$

جا^{٢} $\theta = \frac{٦٤}{٨٩}$

جا $\theta = \pm \sqrt{\frac{٦٤}{٨٩}}$ θ في الربع الأول

جا $\theta = + \frac{\sqrt{٨}}{\sqrt{٨٩}}$ = ٠,٨٤٨

٤) اثبت صحة المتطابقة :

جتا^{٤} س + جا^{٢} س × جتا^{٢} س = جتا^{٢} س

الطرف الأيمن = جتا^{٤} س + جا^{٢} س × جتا^{٢} س

= جتا^{٢} س(جتا^{٢} س + جا^{٢} س)

= جتا^{٢} س × (١)

= جتا^{٢} س

= الطرف الأيسر

٥) اثبت صحة المتطابقة:

(قا^{٢} θ + قتا^{٢} θ) – (ظا^{٢} θ + ظتا^{٢} θ) = ٢

الطرف الأيمن = (قا^{٢} θ + قتا^{٢} θ) – (ظا^{٢} θ + ظتا^{٢} θ)

= قا^{٢} θ + قتا^{٢} θ – ظا^{٢} θ - ظتا^{٢} θ

= ١ + ~~ظا^{٢} θ~~ + ظتا^{٢} θ - ~~ظا^{٢} θ~~ - ظتا^{٢} θ

= ٢ = الطرف الأيسر

مدرستي الكويتية
schoolkw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

الوحدة التاسعة : الهندسة التحليلية

٩ – ١ المستوي الإحداثي

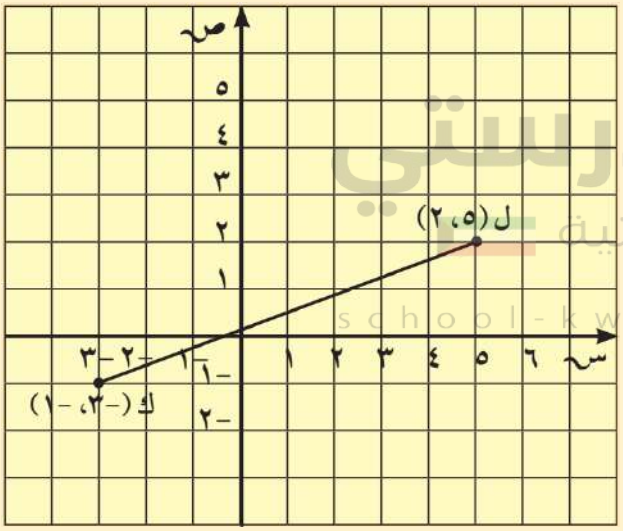
الوحدة التاسعة

١) أوجد المسافة بين م(-٢ , ١) ، ن(-٧ , ٤).

م ن = $\sqrt{(-٧ - -٢)^{٢} + (٤ - ١)^{٢}}$ = $\sqrt{٣٤}$ ≃ ٥,٨ وحدة طول

---

٢) في الشكل المقابل، أوجد نقطة منتصف $\overline{ك ل}$ حيث ك (-٣، -١) ، (٥ ، ٢).



م $\left(\frac{-٣+٥}{٢} ، \frac{-١+٢}{٢}\right)$

م $\left(١ ، \frac{١}{٢}\right)$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٩ - ٢ تقسيم قطعة مستقيمة

الوحدة التاسعة

١) إذا كان أ (٣ ، -٤) ، ب (-٢ ، ٣) . فإوجد جـ بحيث ٢ أ جـ = جـ ب ، جـ ∈ أ ب .

[إرشاد: أجـ : جـ ب = ١ : ٢]

٢ أجـ = جـ ب ⇐ أ جـ = $\frac{١}{٢}$ جـ

⇐ $\frac{\text{أجـ}}{\text{جـ ب}} = \frac{١}{٢}$

س١	ص١		س٢	ص٢
أ	(٣ ، -٤)		ب	(-٢ ، ٣)

م		ن
١	+	٣

نقطة التقسيم

جـ ($\frac{\text{م س٢ + ن س١}}{\text{م + ن}}$ ، $\frac{\text{م ص٢ + ن ص١}}{\text{م + ن}}$)

جـ ($\frac{١ \times (-٢) + ٢ \times ٣}{١+٢}$ ، $\frac{١ \times ٣ + ٢ \times (-٤)}{١+٢}$)

جـ ($\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{-٥}{٣}$)

مدرستي الكويتية school-kw.com

---

٢) لتكن أ (٢ ، -٣) ، ب (-٤ ، ٧) . أوجد إحداثيات النقطة جـ علي أ ب بحيث : ٧ جـ ب = ٢ جـ أ .

٧ جـ ب = ٢ جـ أ

جـ ب = $\frac{٢}{٧}$ جـ أ

$\frac{\text{جـ ب}}{\text{جـ أ}} = \frac{٢}{٧}$

س١	ص١		س٢	ص٢
أ	(٢ ، -٣)		ب	(-٤ ، ٧)

م		ن
٧	+	٢

نقطة التقسيم

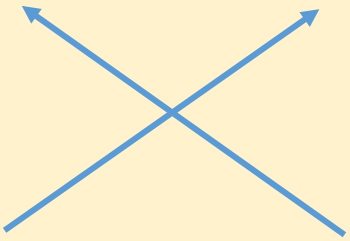
جـ ($\frac{\text{م س٢ + ن س١}}{\text{م+ن}}$ ، $\frac{\text{م ص٢ + ن ص١}}{\text{م+ن}}$)

جـ ($\frac{(-٤) \times ٢ + ٧ \times ٢}{٢+٧}$ ، $\frac{(-٣) \times ٢ + ٧ \times ٧}{٢+٧}$)

جـ ($\frac{-٨}{٣}$ ، $\frac{٤٣}{٩}$)

٣) لتكن أ (-٢ ، ٢)، ب (٣ ، ١) . أوجد إحداثيات النقطة جـ التي تقسم أ ب من الخارج من جهة ب بنسبة ٣ : ٨ .

	س١	ص١	س٢	ص٢
أ (-٢ ، ٢) ، ب (٣ ، ١)				
	م	-	ن	
	٨		٣	



نقطة التقسيم

جـ $\left(\frac{\text{م س٢} - \text{ن س١}}{\text{م} - \text{ن}} \text{ ، } \frac{\text{م ص٢} - \text{ن ص١}}{\text{م} - \text{ن}}\right)$

جـ $\left(\frac{٣ \times ٣ - ٨ \times (-٢)}{٣ - ٨} \text{ ، } \frac{٣ \times ١ - ٨ \times ٢}{٣ - ٨}\right)$

جـ (٦ ، $\frac{٢}{٥}$)

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٩ - ٣ [أ] ميل الخط المستقيم

الوحدة التاسعة

١) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط.

أ) جـ(٢، ٥) ، د (٧ ، ٤)

ب) ق (-١، ٤) ، ك (٣ ، -٢)

جـ) م (٤ ، ٣) ، ن (-٧ ، ٣)

أ) الميل $= \frac{(٥)-(٧)}{(٢)-(٤)} = ١$

ب) الميل $= \frac{(٤)-(-٢)}{(٣)-(-١)} = \frac{-٣}{٢}$

جـ) الميل $= \frac{(٣)-(٣)}{(٤)-(-٧)} =$ صفر (مستقيم أفقي)

٢) أثبت أن النقاط أ(٢ ، -١) ، ب(-١ ، ٥) ، جـ(٣ ، -٣) علي استقامة واحدة.

$م_{١} =$ ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{ص_{٢}-ص_{١}}{س_{٢}-س_{١}} = \frac{(٥)-(-١)}{(-١)-(٢)} = -٢$

$م_{٢} =$ ميل $\overleftrightarrow{أ جـ} = \frac{ص_{٢}-ص_{١}}{س_{٢}-س_{١}} = \frac{(-٣)-(-١)}{(٣)-(٢)} = -٢$

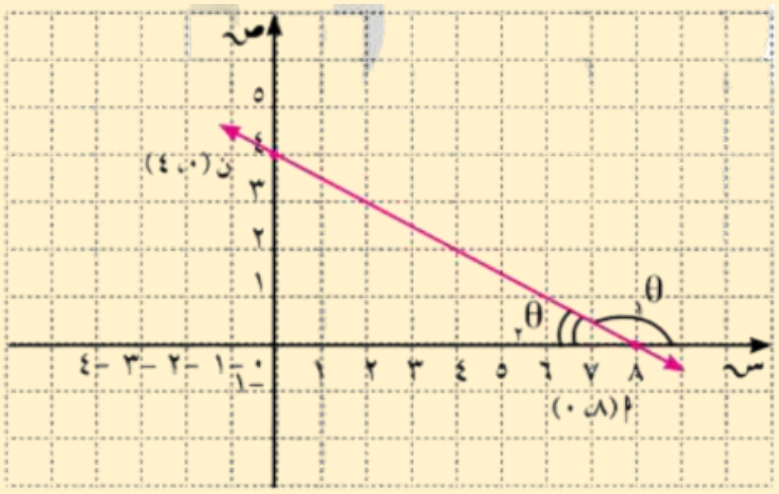
$م_{١} = م_{٢} \Leftarrow \overleftrightarrow{أ ب} // \overleftrightarrow{أ جـ}$

$\overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{أ جـ}$ مشتركان في النقطة أ

∴ أ ، ب ، جـ علي استقامة واحدة .

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٣) أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أ ن}$ وقارنه بظل الزاوية الحادة التي قياسها $\theta_{٢}$ ، وظل الزاوية المنفرجة التي قياسها $\theta_{١}$



$م_{أن} = \frac{ص_{٢}-ص_{١}}{س_{٢}-س_{١}} = \frac{(٤)-(٠)}{(٨)-(٠)} = \frac{-١}{٢}$

ظا $\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\theta_{١} + \theta_{٢} = ١٨٠$

$\theta_{١} = ١٨٠ - \theta_{٢}$

ظا $\theta_{١}$ = ظا $(١٨٠ - \theta_{٢})$ = ظا $\theta_{٢} = -\frac{١}{٢}$

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٤) أكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{-٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (-٦ ، ٥) .

ص – ص١ = م (س – س١)

ص – ٥ = $\frac{-٢}{٣}$ (س – (- ٦))

ص – ٥ = $\frac{-٢}{٣}$ س - ٤

ص = $\frac{-٢}{٣}$ س - ٤ + ٥

ص = $\frac{-٢}{٣}$ س+١

---

٥) أكتب معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين : جـ (٣ ، -١) ، د (٢ ، -٢) .

مدرستي الكويتية
school-kw.com

م = $\frac{ص٢-ص١}{س٢-س١}$ = $\frac{(-٢)-(-١)}{(٢)-(٣)}$ = ١

ص – ص١ = م (س – س١)

ص+ ١ = س -٣

ص = س - ٣ - ١

ص = س - ٤

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٦) إذا كان المستقيم ك : ٣ ص + س + ٣ = ٠ ، فإوجد :

أ) معادلة المستقيم أ الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (ـ٣ ، ٢) .

ب) معادلة المستقيم ز العمودي علي المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١ ، ٤) .

ميل الخط المستقيم ك = $م_{١} = \frac{-١}{٣}$

∵ المستقيمان متعامدان ∴ $م_{١} \times م_{٢} = -١$

$م_{٢} = \frac{-١}{م} = \frac{-١}{(-١/٣)} = ٣$

معادلة المستقيم ز ص – ص$_{١}$ = م(س – س$_{١}$)

ص – ٤ = ٣(س – ١)

ص = ٣(س – ١) + ٤

ص = ٣س -٣ + ٤

ص = ٣س + ١

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٩ – ٤ البعد بين نقطة ومستقيم

الوحدة التاسعة

١) أوجد البعد بين المستقيم ل: ص = –س + ٣ والنقطة د(٢ ، ٥).

نكتب معادلة المستقيم علي الصورة:

أ س + ب ص + جـ = ٠

ص = -س + ٣

- س – ص + ٣ = ٠ ← أ = -١ ب = -١ جـ = ٣

س١ = ٢ ص١ = ٥

$$ف = \frac{|أ\ س_١ + ب\ ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}$$

$$\Leftarrow ف = \frac{|٣ + (٥)(-١) - (٢)(-١)|}{\sqrt{(-١)^٢ + (-١)^٢}}$$

---

٢) أوجد البعد من النقطة ط(٣، –٤) إلى المستقيم ل: ص = $-\frac{٤}{٣} + \frac{س}{٦}$.

نكتب معادلة المستقيم علي الصورة:

أ س + ب ص + جـ = ٠

ص = $-\frac{٤}{٣} + \frac{س}{٦}$ (×٦)

٦ص = -٨ + س

س – ٦ ص – ٨ = ٠ ⇐ أ = ١ ب = -٦ جـ = -٨

س١ = ٣ ص١ = -٤

$$ف = \frac{|أ\ س_١ + ب\ ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}} \Leftarrow$$

$$ف = \frac{|٨ - + (-٤)(-٦) - (٣)|}{\sqrt{(١)^٢ + (-٦)^٢}} \simeq ٣,١٢٤ \text{ وحدة طول}$$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٩ – ٥ معادلة الدائرة

الوحدة التاسعة

١) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥ ، –٣) وطول نصف قطرها (٥) وحدات.

$(س - د)^{٢} + (ص - ه)^{٢} = نق^{٢}$

$(س - ٥)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٥^{٢}$

$(س - ٥)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٢٥$

---

٢) أوجد معادلة دائرة قطرها أ ب حيث أ(–٣ ، ٦) ، ب(١ ، –٢).

مركز الدائرة هو منتصف $\overline{أ ب}$

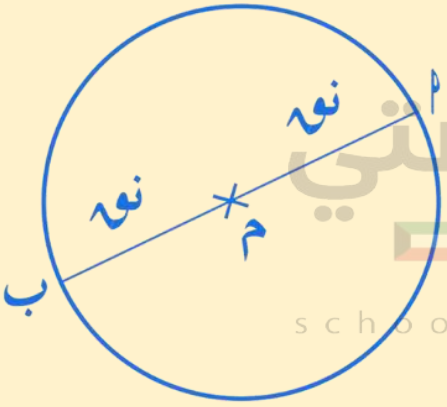
م $\left(\frac{-٣+١}{٢}، \frac{٦+-٢}{٢}\right)$ ← م (–١ ، ٢)

نق = أ م = $\sqrt{((-١) - (-٣))^{٢} + ((٢) - (٦))^{٢}} = ٢\sqrt{٥}$

معادلة الدائرة $(س - د)^{٢} + (ص - ه)^{٢} = نق^{٢}$

$(س - -١)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = (٢\sqrt{٥})^{٢}$

$(س + ١)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٢٠$



مدرستي الكويتية
school-kw.com

---

٣) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٦ سم.

القطر = ٦ وبالتالي نق = ٣ سم

$س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}$

$س^{٢} + ص^{٢} = ٩$

٤) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، ٤) وتمس محور الصادات.

$(س - د)^{٢} + (ص - ه)^{٢} = نق^{٢}$

$(س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٣^{٢}$ نق = | د | = | ٣ | = ٣

$(س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٩$

---

٥) أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها :

أ) $س^{٢} + ص^{٢} = ٤٩$.

ب) $(س - ٤)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٣٦$.

أ) د = ٠

هـ = ٠ مركز الدائرة (٠ ، ٠)

نق = $\sqrt{٤٩}$ = ٧

ب) $(س - ر)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

د = ٤ هـ = -٥ ⇐ مركز الدائرة (٤ ، -٥)

نق = $\sqrt{٣٦}$ = ٦

---

٦) عين مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة : $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٢س - ٤ص - ٣٠ = ٠$

بالقسمة علي ٢ : $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٢ص - ١٥ = ٠$

ل ك ب

مركز الدائرة $(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢}) = (\frac{٦}{٢} ، \frac{٢}{٢}) = (٣ ، ١)$

نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - ٤ب} = \frac{١}{٢}\sqrt{(-٦)^{٢} + (-٢)^{٢} - ٤(-١٥)} = ٥$

---

٧) هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة؟ فسر.

أ) $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٧ص + ١٧ = ٠$

ب) $س^{٢} + ص^{٢} + ٥س - ٦ص - ٤ = ٠$

جـ) $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س - ٢ص + ٢ = ٠$

أ) ل = -٦ ك = -٢ جـ = -١٥

ل^{٢} + ك^{٢} – ٤ ب = (-٤)^{٢} + (٧)^{٢} – ٤ (١٧) = -٣

∵ -٣ < صفر ∴ ليست دائرة .

ب) ل = ٥ ك = -٦ جـ = -٤

ل^{٢} + ك^{٢} – ٤ب = (٥)^{٢} + (-٦)^{٢} -٤ (-٤) = ٧٧

∵ ٧٧ > صفر ∴ معادلة دائرة .

مركزها $(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢}) = (\frac{-٥}{٢} ، \frac{٦}{٢}) = (٣ ، \frac{-٥}{٢})$

نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - ٤ب} = \frac{١}{٢}\sqrt{٧٧}$

جـ) ل = -٢ ك = -٢ جـ = ٢

ل^{٢} + ك^{٢} – ٤ ب = (-٢)^{٢} + (-٢)^{٢} – ٤ × (٢) = ٠

∴ تمثل نقطة $(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢}) = (\frac{٢}{٢} ، \frac{٢}{٢}) = (١،١)$

---

٨) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها (س-٢)^{٢} + (ص-١)^{٢} =٢٥ عند نقطة التماس أ(٦ ، ٤).

المركز (٢ ، ١)

ميل نصف القطر = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

∵ المماس ⊥ نصف القطر

∴ ميل المماس × ميل نصف القطر = -١

∴ ميل المماس = $\frac{-١}{٤/٣}$

معادلة المماس:

ص – ص$_{١}$ = م(س – س$_{١}$)

ص – ٤ = $\frac{-٤}{٣}$ (س-٦)

ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٨ + ٤

ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ١٢

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٩) أثبت أن النقطة أ (١،١) تنتمي إلي الدائرة التي مركزها و ، معادلتها : س٢ + ص٢ + ٦س + ٨ ص – ١٦=٠
، ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة .

بالتعويض : (١)^{٢} + (١)^{٢} + ٦ (١) + ٨ (١) – ١٦ = ٠

∴ أ (١، ١) تنتمي إلي الدائرة

المعادلة علي شكل الصورة العامة حيث :

ل = ٦ ك = ٨ جـ = -١٦

مركزها $(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢}) = (\frac{-٦}{٢} ، \frac{-٨}{٢}) = (-٣ ، -٤)$

نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - ٤ب} = \frac{١}{٢}\sqrt{٦^{٢} + ٨^{٢} - ٤ (-١٦)} = \sqrt{٤١}$

ميل نصف القطر = $\frac{ص٢-ص١}{س٢-س١} = \frac{-٤-١}{-٣-١} = \frac{٥}{٤}$

∵ المماس ⊥ نصف القطر

∴ ميل المماس × ميل نصف القطر = -١

بالتالي ميل المماس = $\frac{-١}{\frac{٥}{-٤}} = \frac{-٤}{٥}$

معادلة المماس : ص – ص١ = م (س- س١)

ص – ١ = $\frac{-٤}{٥}$ (س – ١)

ص = $\frac{-٤}{٥}$ س + $\frac{٩}{٥}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

الوحدة العاشرة : الإحصاء والإحتمال

١٠ – ٣ الإنحراف المعياري

الوحدة العاشرة

١) أوجد التباين والإنحراف المعياري لقيم البيانات: ٩ , ٧ , ٨ , ٦ , ٤ , ٢

$\overline{س} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{٣٦}{٦} = ٦$

س ر	س ر - س	(س ر - س)^{٢}
٩	٣	٩
٧	١	١
٨	٢	٤
٦	٠	٠
٤	-٢	٤
٢	-٤	١٦
		٣٤

مدرستي الكويتية
school-kw.com

التباين = ع^{٢} = $\frac{\sum (س ر - س)^{٢}}{ن} = \frac{٣٤}{٦} = \frac{١٧}{٣}$

٢) يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ١٠٠ طالب ثانوي (الوزن بالكيلوجرام).

الفئة	-٦٠	-٦٤	-٦٨	-٧٢	٧٦
التكرار	٥	١٨	٤٢	٢٧	٨

أوجد المتوسط الحسابي $\overline{س}$ والانحراف المعياري لهذه الأوزان.

الفئة	مركز الفئة $س_ر$	التكرار $ت_ر$	$س_ر ت_ر$	$(س_ر - س)$	$(س_ر - س)^2$	$(س_ر - س)^2 \times ت_ر$
-٦٠	٦٢	٥	٣١٠	٨,٦-	٧٣,٩٦	٣٦٩,٨
-٦٤	٦٦	١٨	١١٨٨	٤,٦-	٢١,١٦	٣٨٠,٨٨
-٦٨	٧٠	٤٢	٢٩٤٠	٠,٦-	٠,٣٦	١٥,١٢
-٧٢	٧٤	٢٧	١٩٩٨	٣,٤	١١,٥٦	٣١٢,١٢
-٧٦	٧٨	٨	٦٢٤	٧,٤	٥٤,٧٦	٤٣٨,٠٨
		المجموع ١٠٠	المجموع ٧٠٦٠	$\overline{س} = \frac{٧٠٦٠}{١٠٠} = ٧٠,٦$		المجموع ١٥١٦

$$ع^2 = \frac{\sum ت_ر (س - س)^2}{\sum ت_ر} = \frac{١٥١٦}{١٠٠} \simeq ١٥,١٦ \Leftarrow ع = \sqrt{١٥,١٦} \simeq ٣,٨٩$$

---

٣) الانحراف المعياري لمجموعة قيم من البيانات هو ع = ٤ ، ومجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو ٤٨٠. فما عدد قيم هذه البيانات؟

$$\text{التباين} = ع^2 = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - س)^2}{ن} \Leftarrow ٤^2 = \frac{٤٨٠}{ن} \Leftarrow ن = \frac{٤٨٠}{١٦} = ٣٠$$

١٠ – ٤ طرق العد

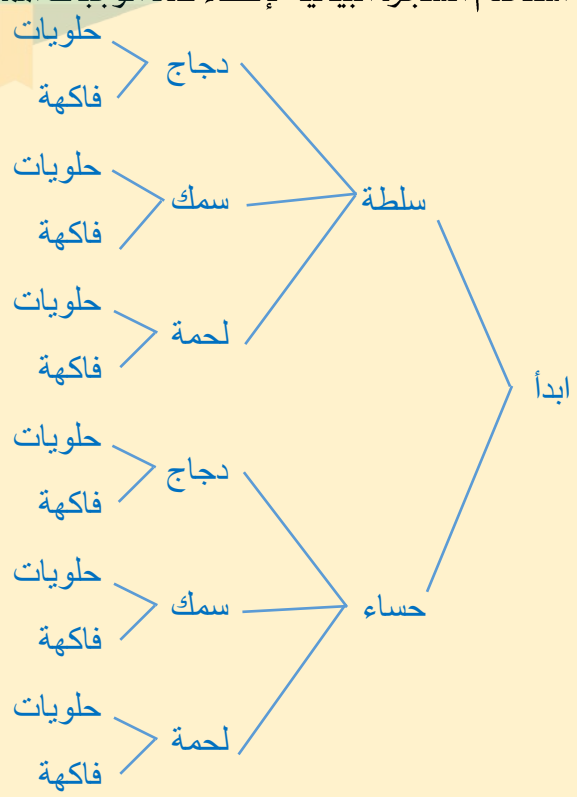
الوحدة العاشرة

١) ما عدد الرموز التي يمكن تكوينها من حروف "نواف" دون تكرار أي حرف شرط ألا يبدأ الرمز ب "أ".

نواف	وناف	فاون	افون
نوفا	ونفا	فانو	افنو
ناوف	وفنا	فوان	انفو
نافو	وفان	فونا	انوف
نفوا	وافن	فناو	اونف
نفاو	وانف	فنوا	اوفن

يوجد ٣ × ٦ = ١٨ احتمال . يمكن كتابة ١٨ رمزاً.

٢) يقدم أحد المطاعم وجبة غداء مؤلفة من : سلطة أو حساء ، دجاج أو لحمة أو سمك ، حلويات أو فاكهة .
استخدم الشجرة البيانية لإعطاء عدد الوجبات الممكنة.



٣) استخدم مبدأ العد: تبدأ لوحات السيارات في إحدي المدن بحرفين من الحروف الأبجدية يتبعهما ثلاثة أرقام. كم عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها إذا كان رقم الآحاد فردي؟

حرف حرف رقم رقم رقم

٢٨ × ٢٧ × ٥ × ٩ × ٨ = ٢٧٢,١٦٠ لوحة

٤) اشترك (٢٠) جملاً في سباق للهجن ووصلت جميعها إلى خط النهاية في أوقات مختلفة (أي أنه لايوجد أي تعادل) ماهو عدد النتائج الممكنة لهذا السباق؟

٢٠! = ٢٠ × ١٩ × ١٨ × ١٧ × ١٦ × ١٥ × ١٤ × ١٣ × ١٢ × ١١ × ١٠ × ٩ × ٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١

٥) في إحدي الجمعيات الخيرية يوجد (٢٠) عضواً يشكلون مجلس الأمناء. يريدون اختيار رئيساً ، أمينا للسر ، أمينا للصندوق. حدد كم طريقة يمكن بها الإختيار لهذه المناصب؟

$$ل^{٢٠}_{٣} = \frac{!٢٠}{!(٢٠-٣)} = ٢٠ \times ١٩ \times ١٨ = ٦٨٤٠$$

٦) أوجد قيمة كل تبديل بدون استخدام الآلة الحاسبة:

أ) $ل^{٥}_{٣}$ ب) $ل^{١٠}_{٤}$ جـ) $ل^{ن}_{٤}$

$$ل^{٥}_{٣} = \frac{!٥}{!(٥-٣)} = ٥ \times ٤ \times ٣ = ٦٠$$

$$ل^{١٠}_{٤} = \frac{!١٠}{!(١٠-٤)} = ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ = ٥٠٤٠$$

$$ل^{ن}_{٤} = \frac{!ن}{!(ن-٤)} = ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)$$

٧) ما عدد الأعداد التي يمكن أن تتشكل من ٤ أرقام من أرقام النظام العشري بدون الصفر وذلك في حالة عدم تكرار أي رقم.

$$ل^{٩}_{٤} = \frac{!٩}{!(٩-٤)} = ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ = ٣٠٢٤$$

٨) ماعدد اللجان المكونة من شخصين والتي يمكن تكوينها من مجموعة من ٤ أشخاص؟

$$ق^{٤}_{٢} = \frac{!٤}{!٢ \ !(٤-٢)} = ٦ \text{ طرق}$$

٨) إذا كان فريق كرة قدم يتكون من ٢٠ لاعباً ، فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من ١١ لاعباً من بين لاعبي هذا الفريق؟ (يمكن لأي لاعب اللعب في أي مركز).

$$ق^{٢٠}_{١١} = \frac{!٢٠}{!(٢٠-١١) \ !١١}$$

$$= \frac{٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠}{!١١} = ١٦٧ \ ٩٦٠$$

٩) أثناء الإعداد لزيارة المتحف الوطني أراد منظمو الزيارة إعداد لوائح للطلاب لإستخدام حافلات تتسع كل منها ١٥ طالبا علما أن عدد الطلاب هو ٦٠ طالبا. ما عدد اللوائح المختلفة التي يمكن إعدادها للزيارة ؟

$$ق^{٦٠}_{١٥} = \frac{!٦٠}{!١٥ \ !(٦٠-١٥)} = ٥,٣١٩٤٠٨٩١٩ \times ١٠^{١٣}$$

١٠) في ما يلي ، حدد ما إذا كان المثال يبين تبديلاً أو توفيقاً:

أ) اختيار ٣ طلاب من الصف العاشر للمشاركة في مسابقة تلاوة القرآن . (التوافيق)

ب) مراكز المشاركين الثلاثة في مسابقة تلاوة القرآن . (التباديل)

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

١٠ – ٥ الإحتمال المشروط

الوحدة العاشرة

١) في لعبة "رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين" التجربة هي ملاحظة الجزء العلوي لكل من الحجرين.

أ) ما احتمال الحدث (ب) : ظهور عددين مجموعهما = ٧ ؟

ب) ما احتمال الحدث (جـ) : ظهور عددين مجموعهما = ١٣ ؟

جـ) ما احتمال الحدث (د) : ظهور عددين أحدهما مربعا للآخر ؟

أ) $ل(ب) = \frac{ن(ب)}{ن(ف)} = \frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$

ب) $ل(جـ)$ = صفر مستحيل

جـ) $ل(د) = \frac{ن(د)}{ن(ف)} = \frac{٣}{٣٦} = \frac{١}{١٢}$

---

٢) اشتري ناصر علبة حلوي تحتوي علي ١٢ قطعة بينها ٤ قطع بالشوكولاتة. يريد ناصر أخذ قطعتين من الحلوي معاً عشوائياً. فما احتمال أن يختار قطعتي حلوي ليستا بالشوكولاتة؟

$ل(ب) = \frac{ن(ب)}{ن(ف)} = \frac{^{٨}ق_{٢}}{^{١٢}ق_{٢}} = \frac{\frac{!٨}{!٢(٢-٨)}}{\frac{!١٢}{!٢(٢-١٢)}} = \frac{٢٨}{٦٦} = \frac{١٤}{٣٣}$

---

٣) إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة، وكان ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦ أوجد كلاً من:

أ) ل(أ ∩ ب)

ب) ل ($\overline{ب}$)

ل(أ∩ب) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ∪ب) = ٠,٣ + ٠,٥ – ٠,٦ = ٠,٢

ل($\overline{ب}$) = ١ – ل(ب) = ١ – ٠,٥ = ٠,٥

مدرستي الكويتية
معكم خطوة بخطوة للنجاح والتفوق

٤) إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة ، وكان ل(أ) = ٠,٥ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل (أ∩ب) = ٠,٢

أوجد ل (أ∪ب).

ل (أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∩ ب) = ٠,٥+٠,٦-٠,٢ = ٠,٩

∴ ل (أ ∪ ب) = ١- ل (أ ∪ ب) = ١-٠,٩ = ٠,١

---

٥) في فضاء عينة ف لدينا حدثان أ ، ب متنافيان حيث ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٥ .

أ) احسب ل (أ ∪ ب) .

ب) احسب ل ($\overline{أ ∪ ب}$) .

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) = ٠,٤ + ٠,٥ = ٠,٩

ل ($\overline{أ ∪ ب}$) = ١- ل (أ ∪ ب) = ١- ٠,٩ = ٠,١

---

٦) في تجربة عشوائية عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات وملاحظة الوجه العلوي .
ما احتمال أن يكون الناتج (ص ، ك ، ص) ؟

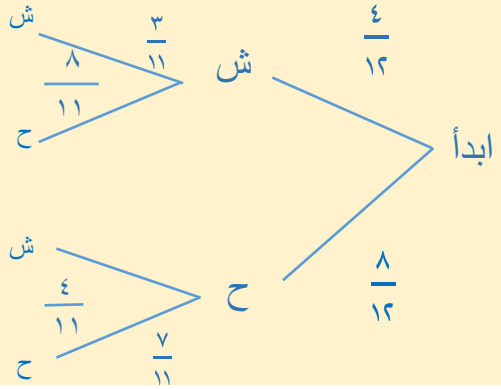
أ الرمية الأولي صورة
ب الرمية الثانية كتابة
جـ الرمية الثالثة صورة

∵ أ ، ب ، جـ أحداث مستقلة

∴ ل (أ ∩ ب ∩ جـ) = ل (أ) × ل (ب) × ل (جـ) = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٨}$

---

٧) تحتوي علبة حلوي علي ١٢ قطعة, ٤ منها بنكهة شوكولاتة, والباقي بنكهة الحليب. فما احتمال اخذ قطعة بنكهة الشوكولاتة وأكلها، ثم أخذ قطعة بنكهة الحليب؟



∴ الاحتمال المطلوب = $\frac{٤}{١٢}$ × $\frac{٨}{١١}$ = $\frac{٨}{٣٣}$

٨) في تجربة عشوائية، إذا كان ل(أ) = ٠,٣ , ل(ب | أ) = ٠,٢ . أوجد ل(أ ∩ ب).

$$ل(ب | أ) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)}$$

$$\frac{٠,٢}{١} = \frac{ل(أ \cap ب)}{٠,٣} \quad \Leftarrow ل(أ \cap ب) = ٠,٢ \times ٠,٣ = ٠,٠٦$$

---

٩) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم، إذا كان الحدث ب (الحصول علي عدد زوجي)، والحدث أ (الحصول علي عدد أولي) فاحسب ل(ب| أ).

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

أ = { ٢ ، ٣ ، ٥ } ، $ل(أ) = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

ب = { ٢ ، ٤ ، ٦ } ، $ل(ب) = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

أ ∩ ب = { ٢ } ، $ل(أ \cap ب) = \frac{١}{٦}$

$$ل(ب | أ) = \frac{ل(ب \cap أ)}{ل(أ)} = \frac{\frac{١}{٦}}{\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٣}$$

مدرستي الكويتية
school-kw.com