الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

دورك الآن

ضع الأعداد الآتية في مكانها المناسب في الجدول:

$$\sqrt{١٥}\ ،\ -\sqrt{٢}\ ،\ \frac{١}{\sqrt{٦٤}}\ ،\ \pi\ ،\ \frac{٧}{٩}\ ،\ -٠,١٧\ ،\ ٠,٣\ ،\ ٠,٣٥٣٣٥٣٣٣٥\ldots$$

عدد نسبي	عدد غير نسبي
$\frac{١}{\sqrt{٦٤}}$	$\sqrt{١٥}$
$\frac{٧}{٩}$	$-\sqrt{٢}$
$-٠,١٧$	π
$٠,٣$	$٠,٣٥٣٣٥٣٣٣٥\ldots$

تمارين ذاتية

1 حدِّد ما إذا كان كل عدد مما يلي عدداً نسبياً أو غير نسبي:

① $\sqrt{١٦}$ — عدد نسبي

② $\sqrt{٢٠}$ — عدد غير نسبي

③ $٢,\overline{١٥}$ — عدد نسبي

④ $-٠,٧٧$ — عدد نسبي

⑤ $\frac{٨}{٣}$ — عدد نسبي

⑥ $\sqrt{\frac{٩}{٢٥}}$ — عدد نسبي

⑦ π — عدد غير نسبي

⑧ $٠,٢٣٢٤٤٢٤٤٤\ldots$ — عدد غير نسبي

⑨ $\sqrt{٣}+٢$ — عدد غير نسبي

---

2 قدر كلاً مما يلي:

① $\sqrt{٣٥}$

نبحث عن عددين مربعين كاملين متتاليين يقع بينهما العدد ٣٥ وهما : ٢٥ ، ٣٦

$\sqrt{٢٥} < \sqrt{٣٥} < \sqrt{٣٦}$

$٥ < \sqrt{٣٥} < ٦$

وبالتالي فإن $\sqrt{٣٥}$ يقع بين العددين ٥ ، ٦

$\sqrt{٣٥} \approx ٥,٩$

② $\sqrt{٦٨}$

نبحث عن عددين مربعين كاملين متتاليين يقع بينهما العدد ٦٨ وهما : ٦٤ ، ٨١

$\sqrt{٦٤} < \sqrt{٦٨} < \sqrt{٨١}$

$٨ < \sqrt{٦٨} < ٩$

وبالتالي فإن $\sqrt{٦٨}$ يقع بين العددين ٨ ، ٩

$\sqrt{٦٨} \approx ٨,٢$

3 أوجد ناتج كلاً مما يلي موظِّفاً خواص الجذور التربيعية:

① $-\sqrt{\frac{١}{٨١}} = -\frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٨١}} = -\frac{١}{٩}$

② $\sqrt{١١} \times \sqrt{١١} = ١١ \times ١١ = ١٢١$

③ $\sqrt{٤} \times \sqrt{٤٩} = \sqrt{٤ \times ٤٩} = ٢ \times ٧ = ١٤$

④ $\sqrt{٢} \times \sqrt{١٨} = \sqrt{٢ \times ١٨} = \sqrt{٣٦} = ٦$

⑤ $\sqrt{\frac{٢٧}{٣}} = \sqrt{٩} = ٣$

⑥ $\sqrt{٢٥٠٠} = \sqrt{١٠٠ \times ٢٥} = \sqrt{١٠٠} \times \sqrt{٢٥}$
$= ١٠ \times ٥ = ٥٠$

⑦ $\sqrt{٠,٦٤} = ٠,٨$

⑧ $٣\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٥} = ٦ \times ٥ = ٣٠$

⑨ $٥\sqrt{٧} \times ٢\sqrt{٧} = ١٠ \times ٧ = ٧٠$

⑩ $٧\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = ٧ \times ٣ = ٢١$

مهارات تفكير عليا

في أحد المعارض ، يوجد قاعة عرض ، لها أرضية مربعة الشكل مقسمة إلى أربعة أجزاء متطابقة . إذا كانت مساحة الجزء الواحد من الأرضية تساوي ٤٠٠ م ، فما طول ضلع أرضية القاعة ؟

الحل:

مساحة المربع = طول الضلع^{٢}

طول الضلع = $\sqrt{٤٠٠} = ٢٠$م

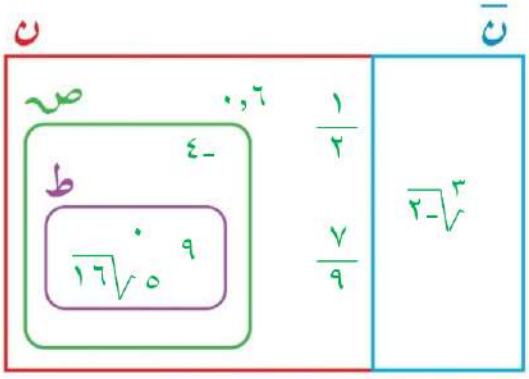
طول ضلع أرضية القاعة = $٢ \times ٢٠ = ٤٠$م

الأعداد الحقيقة (مقارنة ـ ترتيب)

حل وناقش

1 ضع كلا من الأعداد الآتية في مكانها المناسب على شكل فن المقابل:

$\frac{١}{٢}$ ، -٤ ، ٩ ، ٠,٦ ، $\frac{٧}{٩}$ ، $\sqrt[٣]{-٢}$ ، $\sqrt{١٦}$ ، ٠ ، ٥



2 ن ∩ ن̄ = ح

دورك الآن (١)

① رتب تصاعدياً الأعداد الآتية:

$\pi\ ٢$ ، $\sqrt{٢٧}$ ، $٦,\overline{٥}$

$\pi\ ٢ \approx ٦,٣$ ∴ $٦,\overline{٥} > \pi\ ٢$

$٥ < \sqrt{٢٧} < ٦$ ∴ $\pi\ ٢ > \sqrt{٢٧}$

∴ الترتيب التصاعدي: $\sqrt{٢٧}$ ، $\pi\ ٢$ ، $٦,\overline{٥}$

② رتب تنازلياً الأعداد الآتية:

$٣\frac{١}{٨}$ ، $٣,\overline{١٣}$ ، $-\pi$ ، $\sqrt{٨}$

$٣\frac{١}{٨} = ٣,١٢٥$

$-\pi \approx -٣,١٤$

$\sqrt{٨} \approx ٢,٨$

∴ الترتيب التنازلي: $٣,\overline{١٣}$ ، $٣\frac{١}{٨}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $-\pi$

دورك الآن (٢)

أكمل الجدول التالي:

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[١ ، ٣]	مغلقة	$١ \geq س \geq ٣$	٣ ١	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من أو تساوي ٣
(-١ ، ٤)	مفتوحة	$-١ < س < ٤$	٤ -١	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر -١ والأصغر من ٤
[٠ ، -٤)	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	$٠ > س \geq -٤$	-٤ ٠	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ٠ والأصغر من أو تساوي -٤
(-٥ ، -٢]	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	$-٥ < س \geq -٢$	-٢ -٥	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -٥ والأصغر من أو تساوي -٢

دورك الآن (٣)

أكمل الجدول التالي:

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[-٤ ، ∞)	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	$س \geq -٤$	-٤	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤
(٠ ، ∞)	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	$س > ٠$	٠	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من صفر
(-∞ ، -٢]	نصف مغلقة وغير محدودة من أسفل	$س \leq -٢$	-٢	مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي -٢
(-∞ ، -٢)	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	$س < -٢$	-٢	مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من -٢

تمارين ذاتية

1 قارن بين العددين في كل مما يلي:

① $\frac{٢}{٣}$ ، $٠,\overline{٦}$

الحل:

$٠,\overline{٦} = \frac{٢}{٣}$

$\therefore \frac{٢}{٣} = ٠,\overline{٦}$

② -٢π ، $-٦,٢$

الحل:

$-٢\pi \approx -٦,٣$

$\therefore -٢\pi < -٦,٢$

③ $\frac{١}{٤}$ ، $٠,\overline{٢٥}$

الحل:

$٠,\overline{٢٥} \approx ٠,٢٥٢٥$

$\frac{١}{٤} = ٠,٢٥$

$\therefore ٠,\overline{٢٥} > \frac{١}{٤}$

④ $١\frac{٢}{٥}$ ، $\sqrt{٥}$

الحل:

$١\frac{٢}{٥} = ١,٤$

$\sqrt{٥} \approx ٢,٢٤$

$\therefore \sqrt{٥} > ١\frac{٢}{٥}$

2

① رتِّب تصاعدياً الأعداد الآتية: $\frac{٣}{٥}$ ، $٠,\overline{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$

الحل:

$\frac{٣}{٥} = ٠,٦$

$٠,\overline{٦} \approx ٠,٦٦٦$

$\frac{١}{٢} = ٠,٥$

$\therefore$ الترتيب التصاعدي هو: $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $٠,\overline{٦}$

② رتب تنازلياً الأعداد الآتية: $٣\frac{٣}{٨}$ ، $٣,\overline{٣٧}$ ، $\sqrt{١٥}$

الحل:

$٣\frac{٣}{٨} = ٣,٣٧٥$

$٣,\overline{٣٧} \approx ٣,٣٧٣٧$

$\sqrt{١٥} = ٣,٨٧$

$\therefore$ الترتيب التنازلي هو: $\sqrt{١٥}$ ، $٣\frac{٣}{٨}$ ، $٣,\overline{٣٧}$

③ رتِّب تصاعدياً الأعداد الآتية: $٠,\overline{٥}$ ، $\frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{٣}{٧}$

الحل:

$٠,\overline{٥} \approx ٠,٥٥٥$

$\frac{\pi}{٤} \approx ٠,٧٩$

$\frac{٣}{٧} \approx ٠,٤٣$

$\therefore$ الترتيب التصاعدي هو: $\frac{٣}{٧}$ ، $٠,\overline{٥}$ ، $\frac{\pi}{٤}$

④ رتب تنازلياً الأعداد الآتية:

٢π ، $\sqrt{٤٨}$ ، $-٦,\overline{٢٥}$ ، $-٦\frac{٧}{٢٠}$

الحل:

$٢\pi \approx ٦,٣$

$\sqrt{٤٨} \approx ٦,٩٣$

$-٦,\overline{٢٥} \approx -٦,٢٥٢٥$

$-٦\frac{٧}{٢٠} = -٦,٣٥$

$\therefore$ الترتيب التنازلي هو:

$\sqrt{٤٨}$ ، ٢π ، $-٦,\overline{٢٥}$ ، $-٦\frac{٧}{٢٠}$

3 ① **اكتب الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٢ والأصغر من ٥.**

$٢ \leq س < ٥$

② **اكتب الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من٢ والأصغر من أو تساوي ٥.**

$٢ < س \leq ٥$

③ **اكتب الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -٣**

$س > -٣$

④ **اكتب الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي -٣**

$س \leq -٣$

⑤ إذا كانت $٣ \leq س < \sqrt{٣٦}$ ، فحدد الفترة، ومثّلها على خط الأعداد.

$\sqrt{٣٦} = ٦$ ، $\therefore ٣ \leq س < ٦$

4 أكمل الجدول التالي:

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[٢ ، ٥]	مغلقة	$٢ \leq س \leq ٥$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٢ والأصغر من أو تساوي ٥
(-٢ ، ١)	مفتوحة	$-٢ < س < ١$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -٢ والأصغر من ١
[-٤ ، ∞)	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	$س \leq -٤$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤
(-∞ ، ٥)	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	$س < ٥$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ٥

مهارات تفكير عليا

تُقاس سرعة إغلاق الكاميرات الرقمية بوحدة الثانية. إذا كانت سرعات إغلاق الست كاميرات الرقمية بالثانية كما يلي:

$$\frac{١}{١٢٥} ، ٠,\overline{٦} ، \frac{١}{٢٠} ، ٠,١٢٥ ، \sqrt{٢} ، ٠,٠٠٤$$

فرتب هذه السرعات من الأسرع إلى الأبطأ.

الحل:

$$\frac{١}{١٢٥} = ٠,٠٠٨ \quad ، \quad \frac{١}{٢٠} = ٠,٠٥ \quad ، \quad \sqrt{٢} = ١,٤٢$$

الترتيب هو: $\sqrt{٢}$ ، $٠,\overline{٦}$ ، $٠,١٢$ ، $\frac{١}{٢٠}$ ، $٠,٠٠٤$ ، $\frac{١}{١٢٥}$

العمليات على الأعداد الحقيقة

دورك الآن (١)

حدد الاجراء الذي يتم أولاً:

① $\sqrt{٨١} - ٢ \times ٨$

الحل:

يتم إجراء عملية الضرب أولاً:

$\sqrt{٨١} - (٢ \times ٨)$

$= \sqrt{٨١} - ١٦$

$= ٩ - ١٦ = -٧$

② $١٢ - (٧٠ + ٣٠)$

الحل:

يتم إجراء العملية داخل القوس أولاً:

$-١٢ (٧٠ + ٣٠)$

$= -١٢ \times ١٠٠ = -١٢٠$

③ $٤٨ \div ٢^{٣} \times ٢$

الحل:

يتم إيجاد القوة أولاً ثم الضرب ثم القسمة:

$٤٨ \div ٢^{٣} \times ٢$

$= ٤٨ \div ٨ \times ٢$

$= ٤٨ \div ١٦ = ٣$

④ $\frac{(٢٤ + ٤)}{-٤}$

الحل:

يتم إجراء العملية داخل القوس أولاً:

$\frac{(٢٤ + ٤)}{-٤} = \frac{٢٨}{-٤} = -٧$

عبر عن فهمك

بأي عملية نبدأ: $\frac{(٦ - ٨)}{٢} + ٣$

- نبدأ بإيجاد العملية في البسط $\frac{٢}{٢} + ٣$
- ثم القسمة: $= ١ + ٣$
- ثم الجمع $= ٤$

دورك الآن (٢)

اذكر الخاصية المستخدمة:

① $\pi + \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} + \pi$ خاصية: الإبدال لعملية الجمع

② $\sqrt[٥]{٢} \times (\sqrt[٥]{٨} \times \sqrt[٥]{٢}) = (\sqrt[٥]{٢} \times \sqrt[٥]{٨}) \times \sqrt[٥]{٢}$ خاصية: التجميع لعملية الضرب

③ $\frac{٤}{٣} \times (\frac{٣}{٤} + \frac{٦}{٤}) = (\frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٤}) + (\frac{٤}{٣} \times \frac{٦}{٤})$ خاصية: توزيع الضرب على الجمع

دورك الآن (٣)

أوجد الناتج في أبسط صورة:

① $٥ \times \sqrt{١٦} \div ٠,\overline{٣} - ٧ \times ٢$

الحل:

$(٥ \times \sqrt{١٦}) \div ٠,\overline{٣} - (٧ \times ٢)$

$(٥ \times ٤) \div \frac{٣}{٩} - ١٤$

$(٢٠ \div \frac{٣}{٩}) - ١٤ = (٢٠ \times \frac{٩}{٣}) - ١٤$

$٦٠ - ١٤ = ٤٦$

② $\sqrt{\frac{١٠٠}{١٦}} \times ٨ - ٢٥$

الحل:

$\sqrt{\frac{١٠٠}{١٦}} \times ٨) - ٢٥$

$(\frac{١٠}{٤} \times ٨) - ٢٥$

$\frac{٨٠}{٤} - ٢٥ = ٢٠ - ٢٥ = -٥$

عبر عن فهمك

ضع أقواساً لتصبح العبارة صحيحة: $١٢ \div ٣ + ١ + ٢ = ٥$

$١٢ \div (٣ + ١) + ٢ = ٥$

تمارين ذاتية

1 أوجد قيمة كلّ مما يلي بطريقتين مختلفتين:

① $٤ \times (٧ + ٨)$

$٤ \times (٧ + ٨) = ٤ \times ١٥ = ٦٠$

بطريقة توزيع الضرب على الجمع: $(٤ \times ٧) + (٤ \times ٨) = ٢٨ + ٣٢ = ٦٠$

② $٨ \times (١٠ - ١)$

$(١٠ - ١) \times ٨ = ٩ \times ٨ = ٧٢$

بطريقة توزيع الضرب على الطرح: $(٨ \times ١٠) - (٨ \times ١) = ٨٠ - ٨ = ٧٢$

2 أوجد قيمة كلّ مما يلي:

① $٢٥ \div ٥ \times (-٣) + ٧$

الحل:

$(٢٥ \div ٥) \times (-٣) + ٧$

$= ٥ \times (-٣) + ٧$

$= -١٥ + ٧$

$= -٨$

② $١٨ - (-٤) + ٦ \div (-٣)$

الحل:

$١٨ - (-٤) + (٦ \div (-٣))$

$= ١٨ + ٤ + (-١٨)$

$= ٢٢ - ١٨$

$= ٤$

③ $(-١) + \frac{١٢ - ٦}{٦}$

الحل:

$(-١) + \frac{١٢ - ٦}{٦}$

$= ١ - \frac{٦}{٦}$

$= ١ - ١ = ٠$

④ $(-٢) + \frac{-٣(٢ + ٩)}{-١١}$

الحل:

$(-٢) + \frac{-٣ \times ١١}{-١١}$

$= ٣ - ٢ = ١$

---

3 أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة:

① $٢ \times \frac{٣}{٨} - \frac{\sqrt{٨}}{\sqrt{٢}}$

الحل:

$(٢ \times \frac{٣}{٤}) - \frac{\sqrt{٢ \times ٤}}{\sqrt{٢}}$

$= \frac{٣}{٤} - \frac{\sqrt{٢} \times \sqrt{٤}}{\sqrt{٢}}$

$= ٢ - \frac{٣}{٤}$

$= \frac{٨ - ٣}{٤} = \frac{٥}{٤} = ١\frac{١}{٤}$

② $\frac{١٨}{٧} \times ٠,\overline{٧} \div \sqrt{٣} \times \sqrt{٢٧}$

الحل:

$\frac{١٨}{٧} \times \frac{٧}{٩} \div \sqrt{٣} \times \sqrt{٣ \times ٩}$

$= (\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}) \times \sqrt{٩} \div \frac{٧}{٩} \times \frac{١٨}{٧}$

$= ٣ \times ٣ \div \frac{١٨}{٩}$

$= ٩ \times \frac{٩}{١٨} = \frac{٩}{٢} = ٤\frac{١}{٢}$

③ $٨ \times \sqrt{٢٥} \div ٠,\overline{٦} + ٤ \times ٩$

الحل:

$(٨ \times ٥) \div ٠,\overline{٦} + (٤ \times ٩)$

$= ٤٠ \div \frac{٦}{٩} + ٣٦$

$= ٤٠ \div \frac{١}{٣} + ٣٦$

$= ٤٠ \times ٣ + ٣٦$

$= ٤٣ + ٣٦ = ٧٩$

④ $٦ \sqrt{٤٩} \div ٠,\overline{٧} - ٩ \times ٦$

الحل:

$(٦ \times ٩) - (٦ \times ٧ \div \frac{٧}{٩})$

$= ٥٤ - (٦ \times ٧ \times \frac{٩}{٧})$

$= ٥٤ - (٦ \times ٩)$

$= ٥٤ - ٥٤ = ٠$

---

4 نظمت إحدى المدارس رحلة إلى المركز العلمي، وكانت أسعار التذاكر على الشكل الآتي: زيارة المركز ٣,٥ دنانير، زيارة قاعة الاستكشاف ٤,٥ دنانير . أحسب المبلغ الإجمالي للرحلة مستعينا بالجدول الموضح فيه عدد المتعلمين المشاركين؟

أنواع التذاكر	زيارة المركز	زيارة قاعة الاستكشاف
عدد المتعلمين	٢٠	١٠

الحل:

$٣,٥ \times (٢٠ + ٣٠) = (٣,٥ \times ٢٠) + (٣,٥ \times ٣٠) = ١٧٥$

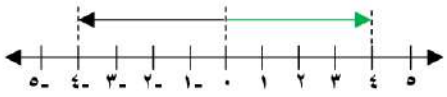
$٤,٥ \times (٢٠ + ٣٠) = (٤,٥ \times ٢٠) + (٤,٥ \times ٣٠) = ٢٢٥$

المبلغ الإجمالي = ١٧٥ + ٢٢٥ = ٤٠٠ دنانير

دورك الآن (٣)

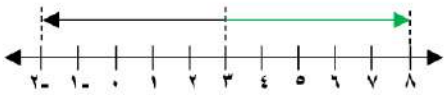
أكمل لتوجد حل المعادلات الآتية مستعيناً بالتمثيل الموضح على خط الأعداد:

① $|\ س\ | = ٤$



$س = ٤$ أو $س = -٤$

② $|\ س - ٣\ | = ٥$



$س = ٨$ أو $س = -٢$

تمارين ذاتية

1 أوجد قيمة كلّ مما يلي:

① $|\ ٢ س\ | - ٥$ ، إذا كانت $س = ٥$

بالتعويض عن قيمة س:

$= |\ ٢ \times ٥\ | - ٥$

$= |\ ١٠\ | - ٥$

$= ١٠ - ٥$

$= ٥$

② $|\ س + ٢\ | + |\ ٦\ |$ ، إذا كانت $س = -٢$

بالتعويض عن قيمة س:

$= |\ -٢ + ٢\ | + |\ ٦\ |$

$= |\ ٠\ | + ٦$

$= ٦$

③ $|\ س \times ٧ - ٦\ |$ ، إذا كانت $س = ٨$

بالتعويض عن قيمة س:

$= |\ ٨ \times ٧ - ٦\ |$

$= |\ ٥٦ - ٦\ |$

$= |\ ٥٠\ |$

$= ٥٠$

④ $|\ س - ٨\ | + |\ -١,٣\ |$ ، إذا كانت $س = ٤$

بالتعويض عن قيمة س:

$= |\ ٤ - ٨\ | + |\ -١,٣\ |$

$= |\ -٤\ | + |\ -١,٣\ |$

$= ٤ + ١,٣$

$= ٥,٣$

2 أوجد مجموعة حل كلّ من المعادلات الآتية في ح:

① $|\ ٥ س - ٣\ | = ٨$

الحل:

$|\ ٥ س - ٣\ | = ٨$

$٥ س - ٣ = ٨$ أو $٥ س - ٣ = -٨$

$٥ س - ٣ + ٣ = ٨ + ٣$ $٥ س - ٣ + ٣ = -٨ + ٣$

$٥ س = ١١$ $٥ س = -٥$

$س = \frac{١١}{٥}$ $س = -١$

∴ مجموعة الحل $= \{\frac{١١}{٥}\ ،\ -١\}$

② $|٧س| = ٠$

الحل:

$|٧س| = ٠$

$٧س = ٠$

$س = ٠$

∴ مجموعة الحل = { ٠ } لها حل وحيد

③ $|١ - ص| = ٤$

الحل:

$|١ - ص| = ٤$

$١ - ص = ٤$ أو $١ - ص = -٤$

$١ - ١ - ص = ٤ - ١$ $١ - ١ - ص = -٤ - ١$

$-ص = ٣$ $-ص = -٥$

$ص = -٣$ $ص = ٥$

∴ مجموعة الحل = { -٣ ، ٥}

④ $|٣س + ٧| = ٠$

الحل:

$|٣س + ٧| = ٠$

$٣س + ٧ = ٠$

$٣س + ٧ - ٧ = -٧$

$٣س = -٧$

$س = -\frac{٧}{٣}$

∴ مجموعة الحل = { $-\frac{٧}{٣}$ } لها حل وحيد

⑤ $|٩س - ٢| = -١$

الحل:

مجموعة الحل = $\emptyset$

⑥ $\frac{١}{٢} | س - ٣ | = ١٠$

الحل:

$\frac{١}{٢} | س - ٣ | = ١٠$

$| س - ٣ | = ٢٠$

$س - ٣ = ٢٠$ أو $س - ٣ = - ٢٠$

$س - ٣ + ٣ = ٢٠ + ٣$ $س - ٣ + ٣ = - ٢٠ + ٣$

$س = ٢٣$ $س = - ١٧$

∴ مجموعة الحل = {٢٣ ، - ١٧}

⑦ $| س | - ١ = ٣$

الحل:

$| س | - ١ = ٣$

$| س | - ١ + ١ = ٣ + ١$

$| س | = ٤$

$س = ٤$ أو $س = - ٤$

∴ مجموعة الحل = {٤ ، - ٤}

⑧ $٣ | ٤ س + ١ | - ٩ = ٠$

الحل:

$٣ | ٤ س + ١ | - ٩ = ٠$

$٣ | ٤ س + ١ | - ٩ + ٩ = ٩$

$| ٤ س + ١ | = ٣$

$٤ س + ١ = ٣$ أو $٤ س + ١ = - ٣$

$٤ س + ١ - ١ = ٣ - ١$ $٤ س + ١ - ١ = - ٣ - ١$

$٤ س = ٢$ $٤ س = - ٤$

$س = \frac{١}{٢}$ $س = - ١$

∴ مجموعة الحل = $\{\frac{١}{٢} ، - ١\}$

حل متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد

دورك الآن (١)

أوجد مجموعة حل المتباينة: ٣ ـ | س | ≤ ٤ في ح :

الحل:

٣ ـ | س | ≤ ٤

٣ ـ ٣ ـ | س | ≤ ٤ ـ ٣

ـ | س | ≤ ١

| س | ≥ ـ ١

س ≥ ـ ١ أو س ≤ ١

س ∈ (ـ ∞ ، ـ ١] س ∈ [١ ، ∞)

∴ مجموعة الحل = (ـ ∞ ، ـ ١] ∪ [١ ، ∞)

دورك الآن (٢)

يقدم محل للعصائر الطازجة أنواعًا مختلفة من العصير. إذا كان يقدم نوعاً من العصير بخلط ثلاثة أنواع من عصير الفاكهة : الفراولة والمانجو والأناناس ، وإذا كانت كمية عصير الفراولة المستخدمة هي $\frac{١}{٤}$ لتر ، والمانجو $١\frac{١}{٢}$ لتر ، فما الكمية التي يمكن إضافتها من عصير الأناناس علما بأن وعاء الخلط يتسع لـ ٢ لتر على الأكثر .

(أكتب متباينة لإيجاد كمية عصير الأناناس المناسبة).

الحل:

نفرض كمية عصير الأناناس = س

$\frac{١}{٤} + ١\frac{١}{٢} + س \leq ٢$

$س \leq ٢ - \frac{٧}{٤}$

$س \leq \frac{١}{٤}$ (ولأن الكمية لا تحسب بالسالب)

∴ مجموعة الحل = [٠ ، $\frac{١}{٤}$] أي أن كمية عصير الأناناس مابين ٠ إلى $\frac{١}{٤}$ لتر.

تمارين ذاتية

أوجد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية في ح ومثّلها على خط الأعداد الحقيقية:

1 **س ـ ٩ > ٥**

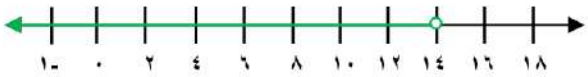
الحل:

س ـ ٩ > ٥

س ـ ٩ + ٩ > ٥ + ٩

س > ١٤

∴ مجموعة الحل = $(-\infty ، ١٤)$



2 **١ ≤ ٢ ص + ٣ < ١١**

الحل:

١ ≤ ٢ ص + ٣ < ١١

١ ـ ٣ ≤ ٢ ص + ٣ ـ ٣ < ١١ ـ ٣

ـ ٢ ≤ ٢ ص < ٨

$\frac{١}{٢} \times -٢ \leq ٢ ص \times \frac{١}{٢} < ٨ \times \frac{١}{٢}$

ـ ١ ≤ ص < ٤

∴ مجموعة الحل = $[-١ ، ٤)$

3 **٣ ـ ٥ س ≤ ٨**

الحل:

٣ ـ ٥ س ≤ ٨

٣ ـ ٥ س ـ ٣ ≤ ٨ ـ ٣

ـ ٥ س ≤ ٥

$-٥ س \times -\frac{١}{٥} \leq ٥ \times -\frac{١}{٥}$

س ≤ ـ ١

∴ مجموعة الحل = $[-١ ، \infty)$

4 $س + ٧ < ٥$

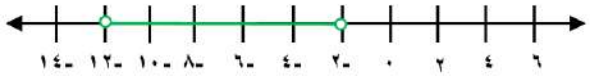
الحل:

$| س + ٧ | < ٥$

$- ٥ < س + ٧ < ٥$

$- ٥ - ٧ < س + ٧ - ٧ < ٥ - ٧$

$- ١٢ < س < - ٢$



∴ مجموعة الحل = $(- ١٢ ، - ٢)$

5 $م + ١ \geq ٦$

الحل:

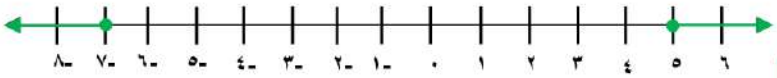
$| م + ١ | \geq ٦$

$م + ١ \geq ٦$ أو $م + ١ \geq - ٦$

$م + ١ - ١ \geq ٦ - ١$ $م + ١ - ١ \geq - ٦ - ١$

$م \geq ٥$ $م \geq - ٧$

$س \in [٥ ، \infty)$ $س \in (- \infty ، - ٧]$



∴ مجموعة الحل = $[٥ ، \infty) \cup (- \infty ، - ٧]$

6 $٢ س - ٣ > ٧$

الحل:

$٢ | س | - ٣ > ٧$

$٢ | س | - ٣ + ٣ > ٧ + ٣$

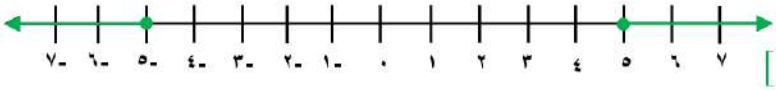
$٢ | س | > ١٠$

$٢ \times \frac{١}{٢} | س | > ١٠ \times \frac{١}{٢}$

$| س | > ٥$

$س > ٥$ أو $س < - ٥$

$س \in (٥ ، \infty)$ $س \in (- \infty ، - ٥)$



∴ مجموعة الحل = $[٥ ، \infty) \cup (- \infty ، - ٧]$

7 $|٣س - ٤| + ١ \leq ١١$

الحل:

$|٣س - ٤| + ١ \leq ١١$

$|٣س - ٤| + ١ - ١ \leq ١١ - ١$

$|٣س - ٤| \leq ١٠$

$-١٠ \leq ٣س - ٤ \leq ١٠$

$-١٠ + ٤ \leq ٣س - ٤ + ٤ \leq ١٠ + ٤$

$-٦ \leq ٣س \leq ١٤$

$-٦ \times \frac{١}{٣} \leq ٣س \times \frac{١}{٣} \leq ١٤ \times \frac{١}{٣}$

$-٢ \leq س \leq \frac{١٤}{٣}$

∴ مجموعة الحل = $[-٢ ، ٤\frac{٢}{٣}]$

8 $-٥ < س < -٢$

الحل:

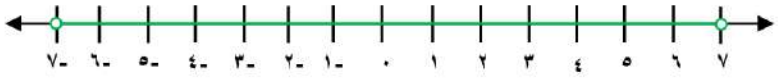
$-٥ < |س| < -٢$

$-٥ - ٥ < |س| < -٢ - ٥$

$-٧ < |س| < -٧$

$|س| < ٧$

$-٧ < س < ٧$



∴ مجموعة الحل = $(-٧ ، ٧)$

9 $|٣ - ٢س| \geq ٩$

الحل:

$|٣ - ٢س| \geq ٩$

$٣ - ٢س \geq ٩$ أو $٣ - ٢س \leq -٩$

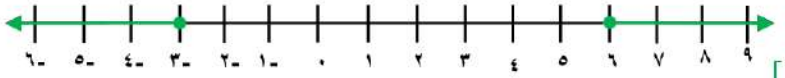
$٣ - ٣ - ٢س \geq ٩ - ٣$ $٣ - ٣ - ٢س \leq -٩ - ٣$

$-٢س \geq ٦$ $-٢س \leq -١٢$

$-٢س \times -\frac{١}{٢} \geq ٦ \times -\frac{١}{٢}$ $-٢س \times -\frac{١}{٢} \leq -١٢ \times -\frac{١}{٢}$

$س \geq -٣$ $س \leq ٦$

$س \in (-\infty ، -٣)$ $س \in (٦ ، \infty)$



∴ مجموعة الحل = $[٦ ، \infty) \cup (-\infty ، -٣]$

مهارات تفكير عليا

لتحصل مريم على تقدير امتياز في مادة الرياضيات ، عليها أن تحصل على ١٨٠ درجة فأكثر من مجموع درجات الفصلين الدراسيين ، إذا حصلت مريم على ٩١ درجة في نهاية الفصل الدراسي الأول ، فما الدرجات التي يجب أن تحصل عليها مريم في الفصل الدراسي الثاني لتحصل على تقدير امتياز في درجة نهاية العام ؟

الحل:

نفرض درجات مريم في الفصل الدراسي الثاني = س

$س + ٩١ \geq ١٨٠$

$س + ٩١ - ٩١ \geq ١٨٠ - ٩١$

$س \geq ٨٩$

∴ مجموعة الحل = $[٨٩ ، \infty)$ ∴ عليها أن تحصل على ٨٩ درجة فأكثر.

الأسس العلمية باستخدام الأسس الصحيحة

دورك الآن (١)

اكتب بالصورة العلمية كلاً مما يلي:

1) ٤٣٧٥ = ٤,٣٧٥ × ١٠ $^{\square}$

2) ٤١٥,٣ = ٤,١٥٣ × ١٠ ^{٢}

3) ١١٨٠ مليوناً = ١١٨٠٠٠٠٠٠٠ = ١,١٨٠ × ١٠ ^{٩}

4) ٢٣١ مليارا = ٢٣١٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٢,٣١ × ١٠ ^{١١}

دورك الآن (٢)

اكتب رمز كلّ من الأعداد الآتية بالشكل النظامي:

1) ١,٤ × ١٠ ^{٣} = ١٤٠٠

2) ٣,٤٥٦ × ١٠ ^{٥} = ٣٤٥٦٠٠

3) ٦,٨٩ × ١٠ ^{٦} = ٦٨٩٠٠٠٠

4) ٢,٠٠٣ × ١٠ ^{٧} = ٢٠٠٣٠٠٠٠

دورك الآن (٣)

اكتب بالصورة العلمية كلاً مما يلي:

1) ٠,٠٠٠٥٩ = ٥,٩ × ١٠ $^{\square}$

2) ٠,٠٠٠٠٠٦٤٥ = ٦,٤٥ × ١٠ $^{-٦}$

3) أربعمائة وخمسون جزءاً من مائة ألف = ٠,٠٠٤٥٠ = ٤,٥٠ × ١٠ $^{-٣}$

4) ٤٣ جزءاً من مليون = ٠,٠٠٠٠٤٣ = ٤,٣ × ١٠ $^{-٥}$

5) $\frac{٥٣}{١٠٠٠٠٠} = \frac{٥٣}{١٠^{٥}} = ٥٣ \times ١٠^{-٥} = ٥,٣ \times ١٠^{-٦}$

دورك الآن (٤)

اكتب رمز كلّ من الأعداد الآتية بالشكل النظامي:

1) ٥,٢ × ١٠ $^{-٢}$ = ٠,٠٥٢

2) ٣ × ١٠ $^{-٦}$ = ٠,٠٠٠٠٠٣

3) ٤,٠٠٣ × ١٠ $^{-٥}$ = ٠,٠٠٠٠٤٠٠٣

4) ٢,٥٦٤ × ١٠ $^{-٤}$ = ٠,٠٠٠٢٥٦٤

دورك الآن (٥)

قارن بوضع < ، > ، = ، في كل مما يلي لتحصل على عبارة صحيحة:

1. $٤,٤ \times ١٠^{-٣}$ (<) $٤,٤ \times ١٠^{-٥}$
2. $٣,٠٥ \times ١٠^{٧}$ (>) $٧,٢ \times ١٠^{٧}$
3. $٢,٧ \times ١٠^{-٦}$ (>) $٤,٠٧ \times ١٠^{-٤}$

دورك الآن (٦)

يبلغ طول حشرة السوس $٩,٦٥٣ \times ١٠^{-٥}$ بينما يبلغ طول حشرة الماء ٠,٠١٩٨١ سم، أي من الحشرتين هي الأصغر طولاً؟

الحل:

$٠,٠١٩٨١ = ١,٩٨١ \times ١٠^{-٢}$

∴ حشرة السوس الأصغر طولاً.

تمارين ذاتية

اكتب بالصورة العلمية كلاً مما يلي: ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩

1. $٣٥٩٠٠٠ = ٣,٥٩٠٠٠ \times ١٠^{٥}$
2. $٠,٠٠٣٤٢ = ٣,٤٢ \times ١٠^{-٣}$
3. $٦١٣٥٤ = ٦,١٣٥٤ \times ١٠^{٤}$
4. $٠,٠٠٠١٩٦٧ = ١,٩٦٧ \times ١٠^{-٤}$
5. ٤٨٦٦ مليوناً = $٤٨٦٦٠٠٠٠٠٠ = ٤,٨٦٦ \times ١٠^{٩}$
6. ٣٤١ تريليوناً = $٣٤١ \times ١٠^{١٢} = ٣,٤١ \times ١٠^{١٤}$
7. خمسمائة وسبعة وثلاثون ملياراً = $٥٣٧٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٥,٣٧ \times ١٠^{١١}$
8. ستمائة وثلاثون جزءاً من عشرة آلاف = $٠,٠٣٦٠ = ٣,٦٠ \times \times ١٠^{-٢}$
9. ١٣ جزءاً من مليون = $٠,٠٠٠٠١٣ = ١,٣ \times ١٠^{-٥}$
10. ٣٨٦ جزءاً من مليار = $٠,٠٠٠٠٠٠٣٨٦ = ٣,٨٦ \times ١٠^{-٧}$

اكتب رمز كلّ من الأعداد الآتية بالشكل النظامي:

1. $٣,١٤ \times ١٠^{٥} = ٣١٤٠٠٠$
2. $-٣,٤ \times ١٠^{-٢} = -٠,٠٣٤$
3. $٢,٠٩ \times \times ١٠^{٤} = ٢٠٩٠٠$
4. $٢ \times ١٠^{-٧} = ٠,٠٠٠٠٠٠٢$
5. $-٥ \times \times ١٠^{٧} = -٥٠٠٠٠٠٠$
6. $٣,٢٣١ \times ١٠^{-٢} = ٠,٠٣٢٣١$

قارن بوضع < ، > ، = ، في كل مما يلي لتحصل على عبارة صحيحة:

1. $٩,٩ \times ١٠^{٧}$ (<) $١,١ \times ١٠^{٨}$
2. $٣,٢ \times ١٠^{-٢}$ (>) $١,٧ \times ١٠^{-٣}$
3. $٣,٥٤ \times ١٠^{-١}$ (=) ٣٥٤ جزءاً من ألف

أوجد ناتج كلاً مما يلي بالصورة العلمية:

1. $٢,٥ \times ١٠^{٦} + ٣,٢ \times ١٠^{٦} = (٢,٥ + ٣,٢) ١٠^{٦} = ٥,٧ \times ١٠^{٦}$
2. $٩,٨ \times ١٠^{٤} - ٢,٧ \times ١٠^{٤} = (٩,٨ - ٢,٧) ١٠^{٤} = ٧,١ \times ١٠^{٤}$
3. $(٤,٣ \times ١٠^{٢}) \times (٥ \times ١٠^{-٤}) = (٤,٣ \times ٥) \times (١٠^{٢} \times ١٠^{-٤}) = ٢١,٥ \times ١٠^{-٢}$
4. $(٦,٣ \times ١٠^{-٤}) \div (٧ \times ١٠^{٢}) = \frac{٦,٣ \times ١٠^{-٤}}{٧ \times ١٠^{٢}} = \frac{٦,٣}{٧} \times ١٠^{-٤-٢} = ٠,٩ \times ١٠^{-٦}$

بلغت مساحة الشيخ عبدالله السالم الثقافي ١٢٧٠٠٠ متر مربع، اكتب هذه المساحة في الصورة العلمية.

الحل:

$١,٢٧ \times ١٠^{٥}$

مهارات تفكير عليا

في عام ٢٠١٦ م ، بلغ عدد سكان دولة الكويت حوالي (٤,١ × ١٠^{٦}) نسمة ، بينما بلغ عدد سكان دولة الإمارات العربية المتحدة حوالي (٨٫٣ × ١٠^{٦}) نسمة .

فأي الدولتين هي الأكثر عددًا في السكان؟ وكم بلغ مجموع عدد سكان الدولتين معًا بالصورة العلمية ؟

الحل:

نقارن: عدد سكان دولة الكويت ٤,١ × ١٠^{٦} وعدد سكان دولة الامارات ٨,٣ × ١٠^{٦}

∴ الامارات هي الدولة الأكثر عدداً.

المجموع = ٤,١ × ١٠^{٦} + ٨,٣ × ١٠^{٦}

= ١٠^{٦} (٤,١ + ٨,٣)

= ١٢,٤ × ١٠^{٦}

الوحدة التعليمية الثانية

التحليل والمعادلات

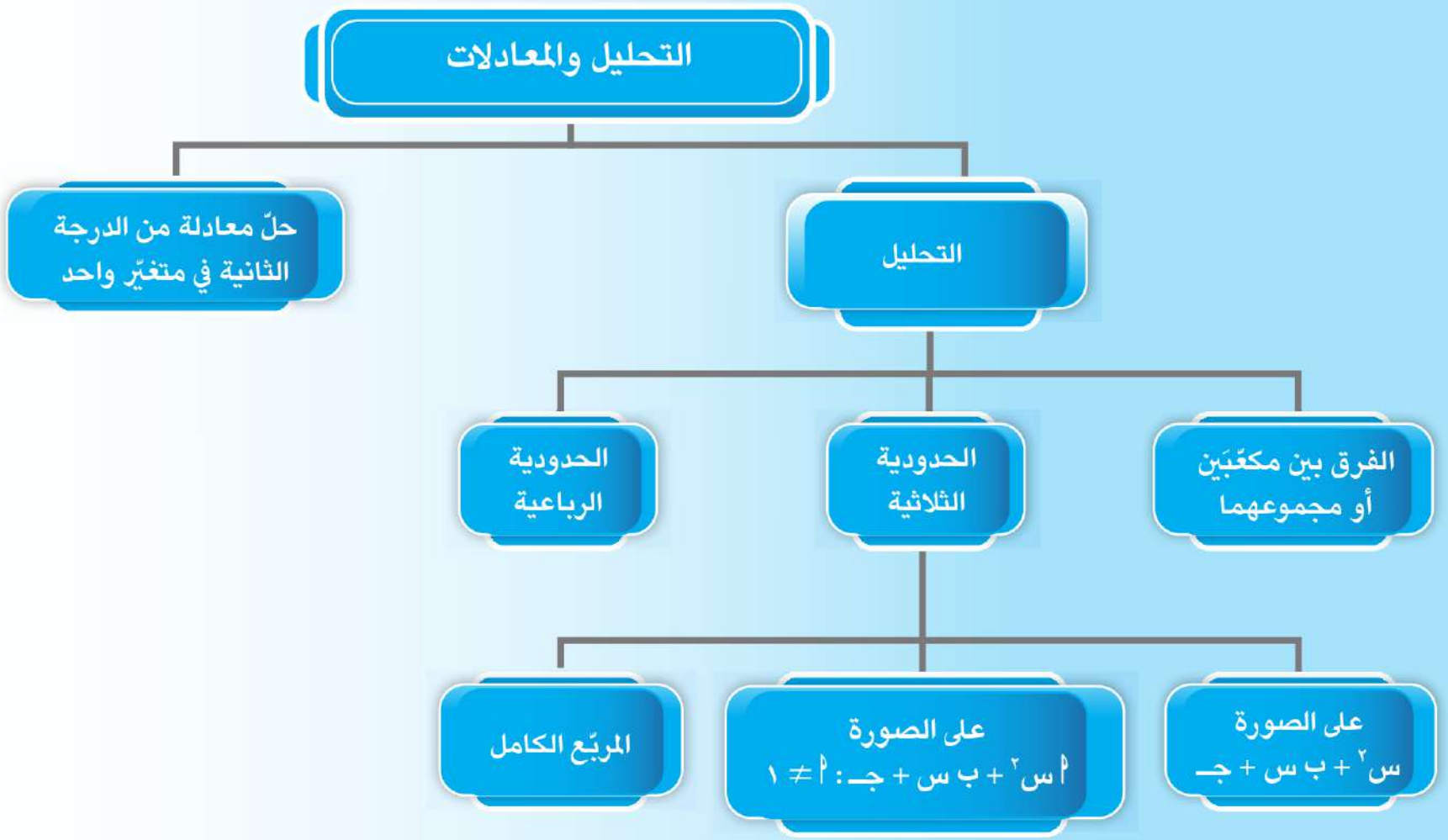
عالم الصناعة

تُعدّ الصناعة مصدرًا من أهمّ مصادر الدخل في دولة الكويت ؛ وحيث إنّ الكويت بلدًا مصدِّرًا للنفط كان لا بدّ من وجود مصانع كشركة الصناعات الهندسية الثقيلة وبناء السفن (HEISCO) حيث تأسّست عام ١٩٧٤ م. ومقرّها في الشويخ ، ومن أنشطتها :

- بناء وإصلاح السفن وأعمال الترسية .
- تصنيع الهياكل المعدنية والمبادلات الحرارية والخزّانات .
- التنفيذ الهندسي الشامل في مشاريع النفط والغاز والبتروكيماويات .
- أعمال الإنشاء المدني والصيانة الصناعية وخدمات الشحن والتفتيش الفنّي والإشعاعي والحلول اللوجستية .

المجال	معايير المنهج	مؤشّر الأداء
العدّ والجبر	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - التذكّر - التعرّف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين
	فهم الأنماط والعلاقات والدوالّ .	التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والبرمجة - حلّ المشكلات - الاستدلال - القيادة - اِتّخاذ القرار - الاستكشاف والتقصّي

مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية



هل أنت مستعدّ ؟

١ أوجِد العامل المشترَك الأكبر (ع . م . أ) لكلّ ممّا يلي :

(أ) ١٤ ، ٧

٧

(ب) ٦س^{٢} ، ٨س^{٣}

٢ س^{٢}

٢ حلِّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) ٢س^{٢} − ٨س

٢س (س − ٤)

(ب) ص^{٢} − ٤

(ص − ٢) (ص + ٢)

٣ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

(أ) $\sqrt[٣]{\frac{-٨}{٢٧}}$

$= \sqrt[٣]{\frac{(-٢)^{٣}}{(٣)^{٣}}} = \frac{-٢}{٣}$

(ب) $\sqrt[٣]{٠,٠٦٤}$

$= \sqrt[٣]{\frac{٦٤}{١٠٠٠}} = \sqrt[٣]{\frac{(٤)^{٣}}{(١٠)^{٣}}}$

$= \frac{٤}{١٠} = ٠,٤$

٤ اِختصِر ما يلي :

(أ) (٣^{٢})^{٣}

$= ٣^{٦} = ٣^{٣ \times ٢} = ٧٢٩$

(ب) (٢$^{-٤}$)^{٢}

$= ٢^{-٨} = ٢^{-٤ \times ٢} = \frac{١}{٢٥٦}$

(ج) (ص^{٣})^{٢}

$= ص^{٦} = ص^{٣ \times ٢}$

(د) (س^{٢} ص^{٣})^{٤}

$= س^{٨} ص^{١٢} = س^{٢ \times ٤} ص^{٣ \times ٤}$

هل أنت مستعدّ ؟

٥ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

(أ) س (س + ٣)

س² + ٣ س

(ب) ٣ (٢ س² − ٧ س + ٥)

٦ س² − ٢١ س + ١٥

(ج) (٣ س − ١) × (س + ٤)

٣ س² + ١٢ س − س − ٤

٣ س² + ١١ س − ٤

(د) (٢ ص − ١) × (٢ ص − ١)

٤ ص² − ٢ ص − ٢ ص + ١

٤ ص² − ٤ ص + ١

(هـ) (س + ٥)²

س² + ١٠ س + ٢٥

(و) (س − ص)(س² + س ص + ص²)

س³ + س² ص + س ص² − س² ص − س ص² − ص³

س³ − ص³

٦ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) ٦ س + ٥ = ٨ س

٦ س − ٨ س = − ٥

− ٢ س = − ٥ ∴ س = ٥ / ٢

∴ مجموعة الحل = { ٥/٢ }

(ب) س² − ١٦ = ٠

س² = ١٦ ∴ س = ± √١٦

∴ س = ± ٤

∴ مجموعة الحل = { − ٤ ، ٤ }

٧ أوجِد مساحة منطقة مربّعة طول ضلعها (س − ٣) سم .

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

∴ م = (س − ٣) × (س − ٣) = (س − ٣)²

= س² − ٦ س + ٩

٨ منطقة مستطيلة أبعادها موضَّحة في الشكل المقابِل.
أوجِد مساحتها .

(س + ١) سم

(س + ٥) سم

مساحة المستطيل = طول × عرض

∴ (س + ٥)(س + ١) = س² + س + ٥ س + ٥

= س² + ٦ س + ٥

١ - ٢ تحليل الفرق بين مكعّبَين أو مجموعهما

Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

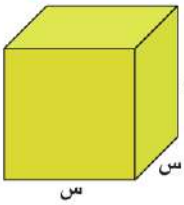
سوف تتعلّم : تحليل الفرق بين مكعّبَين وتحليل مجموع مكعّبَين .

العبارات والمفردات :

تحليل	Factorising	مجموع مكعّبَين	Sum of Two Cubes
الفرق بين مكعّبَين	Difference Between Two Cubes		

اِستكشِف

أنتج مصنع للإسفنج قطعة مكعّبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول ، كما في الشكل (أ) .



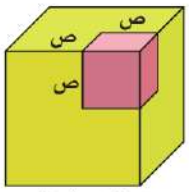
الشكل (أ)

ومن أحد رؤوسها تمّ قطع مكعّب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول ، كما في الشكل (ب) .

- أُحسب كلًّا من : حجم المكعّب الكبير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

حجم المكعّب الصغير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

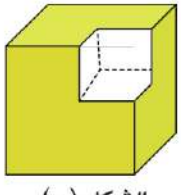
حجم الجزء المتبقّي = س^{٣} - ص^{٣} وحدة مكعّبة

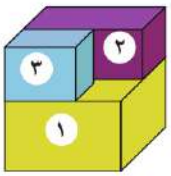


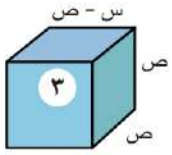
الشكل (ب)

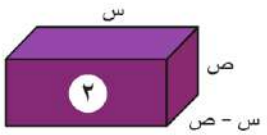
يُسمّى المقدار س^{٣} - ص^{٣} **فرقًا بين مكعّبَين** ، كما في الشكل (ج) .

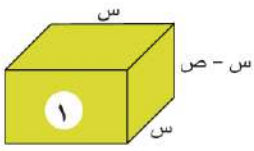
وكذلك يمكن التوصّل إلى حجم الجزء المتبقّي من قطعة الإسفنج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسَّمات ① ، ② ، ③ كلّ منها على شكل شبه مكعّب معلومة أبعاده كما يلي :


الشكل (ج)









الحجم = ... × ..... × (س - ص) | الحجم = ... × ..... × (س - ص) | الحجم = ... × ..... × (س - ص)

حجم الجزء المتبقّي = حجم الجزء ① + حجم الجزء ② + حجم الجزء ③

س^{٣} - ص^{٣} = ... (س - ص) + ... (س - ص) + ... (س - ص)

= (س - ص) (س^{٢} + س ..... + ...)

تحقّق جبريًّا: (س - ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

= س (س^{٢} + س ص + ص^{٢}) - ص (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

= س^{٣} + س^{٢} ص + س ص^{٢} - ص س^{٢} - س ص^{٢} - ص^{٣} = س^{٣} - ص^{٣}

ممّا سبق، نستنتج أنّه لتحليل الفرق بين مكعّبَين س^{٣} ، ص^{٣} نتّبع القاعدة الآتية :

س^{٣} - ص^{٣} = (س - ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

أي أنّ الفرق بين مكعّبَي حدَّين يُحلَّل إلى حاصل ضرب عاملَين كما يلي :

(الحدّ الأوّل - الحدّ الثاني) (مربّع الحدّ الأوّل + الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني)

يمكن استخدام قانون الفرق بين مكعّبَين لتحليل المقدار س^{٣} + ص^{٣}

يُكتب المقدار س^{٣} + ص^{٣} على الصورة س^{٣} - (- ص)^{٣}

س^{٣} + ص^{٣} = س^{٣} - (- ص)^{٣}

= (س - (- ص)) (س^{٢} + س (- ص) + (- ص)^{٢})

= (س + ص) (س^{٢} - س ص + ص^{٢})

∴ س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص) (س^{٢} - س ص + ص^{٢})

يُسمّى المقدار س^{٣} + ص^{٣} مجموع مكعّبَين

معلومة مفيدة :

الإسفنج الطبيعي يتمّ استخراجه من حيوان الإسفنج البحري ، ولكنّ الإسفنج المستخدَم في منازلنا هو عبارة عن مادّة صناعية يتمّ تصنيعها من سيلّيلوز ألياف الخشب ، أو البوليمرات البلاستيكية الرغوية .

أي أنّ مجموع مكعّبَي حدَّين يُحلَّل إلى حاصل ضرب عاملَين كما يلي :

(الحدّ الأوّل + الحدّ الثاني) (مربّع الحدّ الأوّل - الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني)

مثال (١) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) س^{٣} - ٢٧

الحلّ :

س^{٣} - ٢٧ = (س - ٣) (س^{٢} + ٣س + ٩)

(ب) ٦٤ أ^{٣} + ب^{٣}

الحلّ :

٦٤ أ^{٣} + ب^{٣} = (٤ أ + ب) (١٦ أ^{٢} - ٤ أ ب + ب^{٢})

(ج) ١ - م^{٣} ن^{٦}

الحلّ :

١ - م^{٣} ن^{٦} = (١ - م ن^{٢}) (١ + م ن^{٢} + م^{٢} ن^{٤})

انتبه

١^{٢} = ١	٨^{٢} = ٦٤
١^{٣} = ١	٤^{٣} = ٦٤

لاحِظ أنّ

ن^{٦} = (ن^{٢})^{٣}

ن^{٦} = (ن^{٣})^{٢}

دورك الآن (١)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٣} - ٦٤ = (\ldots\ldots - ٤)(\ldots\ldots + ٤س + ١٦)$

(ب) $١ - ٨ص^{٣} = (\ldots\ldots - ٢ص)(\ldots\ldots + ٢ص + ٤ص^{٢})$

(ج) $٨ل^{٣} + ٢٧م^{٣} = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)(\ldots\ldots - \ldots\ldots + \ldots\ldots)$

مثال (٢) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $٥٤ص - ٢ص^{٤}$

الحلّ :

$٥٤ص - ٢ص^{٤} = ٢ص(٢٧ - ص^{٣})$

$= ٢ص(٣ - ص)(٩ + ٣ص + ص^{٢})$

(ب) $٠,٠٠٨ - س^{٣}$

الحلّ :

$٠,٠٠٨ - س^{٣} = (٠,٢ - س)(٠,٠٤ + ٠,٢س + س^{٢})$

(ج) $\frac{١}{٨}ع^{٣} + ١$

الحلّ :

$\frac{١}{٨}ع^{٣} + ١ = (\frac{١}{٢}ع + ١)(\frac{١}{٤}ع^{٢} - \frac{١}{٢}ع + ١)$

انتبه

في التحليل، إبدأ باستخراج العامل المشترَك الأكبر إن وُجد.

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $٣ع^{٣} - ٨١ = ٣(ع^{٣} - \ldots\ldots)$

$= ٣(ع - \ldots\ldots)(\ldots\ldots + ٣ع + \ldots\ldots)$

(ب) $٢س^{٤} + ١٦س = \ldots\ldots(\ldots\ldots + ٨)$

$= \ldots\ldots(\ldots\ldots + ٢)(\ldots\ldots - \ldots\ldots + \ldots\ldots)$

(ج) $٥ - ٤٠م^{٣} = \ldots\ldots(١ - \ldots\ldots م^{٣})$

$= \ldots\ldots(١ - \ldots\ldots م)(\ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots)$

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $\frac{٢٧}{٦٤} + ن^{٦} = (\frac{٣}{٤} + ن^{٢}) (\frac{٩}{١٦} - \frac{٣}{٤} ن^{٢} + ن^{٤})$

(ب) $\frac{١}{١٢٥} ا^{٣} - \frac{٨}{٢٧} ب^{٣} = (\frac{١}{٥} ا - \frac{٢}{٣} ب) (\frac{١}{٢٥} ا^{٢} + \frac{٢}{١٥} ا ب + \frac{٤}{٩} ب^{٢})$

(ج) $س^{٣} - ٠,١٢٥ = (س - ٠,٥) (س^{٢} + ٠,٥ س + ٠,٢٥)$

عبِّر عن فهمك

هل يمكن تحليل ($م^{٦} - ن^{٦}$) بطريقتَين مختلفتَين ؟ وضِّح ذلك .

نعم ، إما $(م^{٣})^{٢} - (ن^{٣})^{٢}$ نحلل فرق بين مكعبين أو $(م^{٢})^{٣} - (ن^{٢})^{٣}$ نحلل فرق بين مربعين

دورك الآن (٤)

صندوق على شكل شبه مكعّب حجمه ($ا^{٣} + ٢٧$) متر مكعّب وارتفاعه ($ا + ٣$) متر ، وظِّف مفهوم التحليل ، لإيجاد مساحة قاعدته .

تذكَّر

حجم شبه المكعّب = مساحة القاعدة × الارتفاع

حجم شبه المكعب = مساحة القاعدة × الارتفاع

$(ا^{٣} + ٢٧) = م \times (ا + ٣)$

$\therefore م = (ا^{٢} - ٣ا + ٩) \quad (ا + ٣)(ا^{٢} - ٣ا + ٩) = م (ا + ٣)$

تمارين ذاتية :

١ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $ا^{٣} + ١ = (ا + ١)(ا^{٢} - ا + ١)$

(ب) $ب^{٣} - ٨ = (ب - ٢)(ب^{٢} + ٢ب + ٤)$

(ج) $٨ ل^{٣} + ١٢٥ = (٢ل + ٥)(٤ل^{٢} - ١٠ل + ٢٥)$

(د) $١ - ٢٧ هـ^{٣} = (١ - ٣هـ)(١ + ٣هـ + ٩هـ^{٢})$

(هـ) $ل^{٣} م^{٦} + ن^{٣} = (ل م^{٢} + ن)(ل^{٢} م^{٤} - ل م^{٢} ن + ن^{٢})$

(و) $١٢٥ س^{٣} - ٦٤ ص^{٣} ع^{٣} = (٥س - ٤ص ع)(٢٥س^{٢} + ٢٠س ص ع + ١٦ ص^{٢} ع^{٢})$

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $٠,٠٢٧ - ص^{٣} = (٠,٣ - ص)(٠,٠٩ + ٠,٣ ص + ص^{٢})$

ب $\frac{٨}{٢٧} م^{٣} + \frac{١}{٦٤} ب^{٣} = (\frac{٢}{٣} م + \frac{١}{٤} ب)(\frac{٤}{٩} م^{٢} - \frac{٢}{١٢} م ب + \frac{١}{١٦} ب^{٢})$

ج $٥٤ ب^{٤} - ٢ ب = ٢ ب (٢٧ ب^{٣} - ١)$
$= ٢ ب (٣ ب - ١)(٩ ب^{٢} + ٣ ب + ١)$

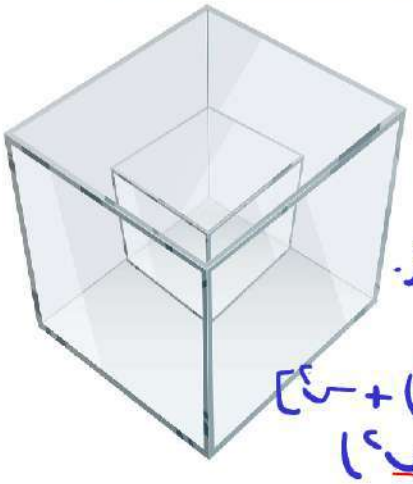
د $٨١ ك^{٣} + ٣ هـ^{٣} = ٣(٢٧ ك^{٣} + هـ^{٣})$
$= ٣(٣ ك + هـ)(٩ ك^{٢} - ٣ ك هـ + هـ^{٢})$

هـ $٣ س^{٥} - ٢٤ س^{٢} = ٣ س^{٢}(س^{٣} - ٨)$
$= ٣ س^{٢}(س - ٢)(س^{٢} + ٢ س + ٤)$

و $١٦ س^{٤} + ٥٤ س ص^{٣} = ٢ س (٨ س^{٣} + ٢٧ ص^{٣})$
$= ٢ س (٢ س + ٣ ص)(٤ س^{٢} - ٦ س ص + ٩ ص^{٢})$

مهارات تفكير عليا :

٣ يريد فهد تخزين هديّة داخل صندوق مكعّب الشكل طول ضلعه (س + ١) سم ، لكنّه يحتاج إلى وضع صندوق آخر مكعّب الشكل أصغر منه طول ضلعه (س) سم ، وملء الفراغ المتبقّي بالزينة . كم حجم الفراغ المتبقّي ؟



حجم الفراغ = حجم المكعب الأكبر - حجم المكعب الأصغر.
$= (س + ١)^{٣} - س^{٣}$
$= [(س + ١) - س][(س + ١)^{٢} + س(س + ١) + س^{٢}]$
$= (١)(س^{٢} + ٢ س + ١ + س^{٢} + س + س^{٢})$
$= ٣ س^{٢} + ٣ س + ١$

٤ اِختر الإجابة الصحيحة :

صندوق على شكل شبه مكعّب مساحة قاعدته (س^٢ - ٢س + ٤) متر مربّع وارتفاعه (س + ٢) متر ، فإنّ حجمه بالمتر المكعّب يساوي : $س^{٣} + ٨$

أ (س^٣ + ٨)
ب (س^٣ + ١٦)
ج (س^٣ - ٨)
د (س^٣ - ١٦)

٢ ـ ٢ تحليل الحدودية الثلاثية : س^{٢} + ب س + جـ

Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^{٢} + ب س + جـ .

العبارات والمفردات :

حدودية ثلاثية	Trinomial

اِستكشِف

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا باستخدام بطاقات الجبر :

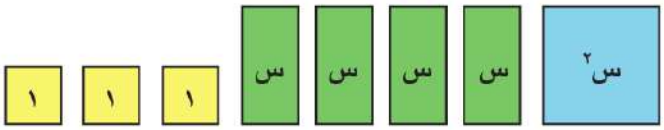
س^{٢} + ٤ س + ٣

اللوازم :

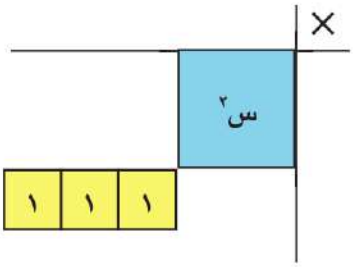
بطاقات الجبر	
س × س	س^{٢}
١ × س	س
١ × ١	١

الخطوة الأولى :

مثِّل الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٣ ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :



ضَع البطاقة س^{٢} في زاوية رقعة الضرب ، ورتِّب بطاقات ١ . بما أنّ ٣ عدد أوّلي ، فإنّه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣ كما في الشكل .

الخطوة الثالثة :

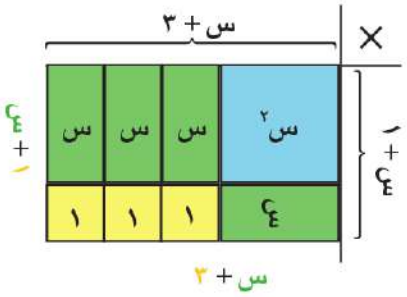
أكمِل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س

فيكون بذلك طول المستطيل (س + ٣)

وعرض المستطيل (س + ١)

∴ مساحة المستطيل = (س + ٣) (س + ١)

∴ س^{٢} + ٤ س + ٣ = (س + ٣) (س + ١)



تحقَّق جبريًّا

$(س + ٣)(س + ١) = س \times س + س \times ١ + ٣ \times س + ٣ \times ١$

$= س^{٢} + ١ س + ٣ س + ٣ \times ١$

$= س^{٢} + (١ + ٣) س + ٣ \times ١$

$= س^{٢} + ٤ س + ٣$

انتبه

اِجمع الحدود المتشابهة.

عندما نكتب : $س^{٢} + ٤ س + ٣ = (س + ٣)(س + ١)$

نقول : إنّنا حلّلنا الحدودية $س^{٢} + ٤ س + ٣$ إلى حاصل ضرب عاملَين هما $(س + ٣)(س + ١)$

لاحِظ: إنّه لتحليل الحدودية $س^{٢} + ٤ س + ٣$ نحلّل العدد ٣ إلى عاملَين يحقّقان الشرطَين:

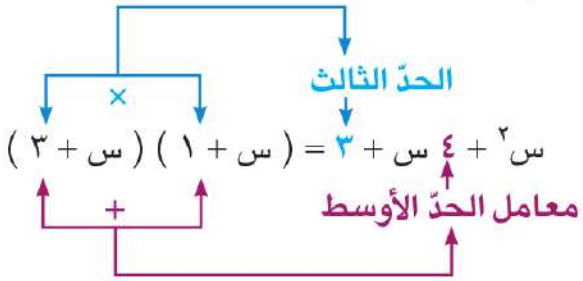
حاصل ضربهما ٣ الحدّ الثالث

ناتج جمعهما ٤ معامل الحدّ الأوسط

$١ \times ٣ = ٣$

$-١ \times -٣ = ٣$

كما في الشكل الآتي :



لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$ إلى عواملها ،
اِبحث عن عددَين م ، ن حيث جـ = م ن ، ب = م + ن
فيكون $س^{٢} + ب س + جـ = (س + م)(س + ن)$

مثال (١) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} + ٦ س + ٥$

نبحث عن عددَين
حاصل ضربهما ٥ وناتج
جمعهما ٦

الحلّ :

$س^{٢} + ٦ س + ٥ = (س + ٥)(س + ١)$

(ب) $أ^{٢} - ٧ أ + ١٢$

نبحث عن عددَين حاصل
ضربهما ١٢ وناتج
جمعهما -٧

الحلّ :

$أ^{٢} - ٧ أ + ١٢ = (أ - ٤)(أ - ٣)$

دورك الآن (١)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) ص^{٢} + ٨ ص + ٧

= (ص + ١) (ص + ٧)

(ب) س^{٢} − ٩ س + ١٨

= (س − ٣) (س − ٦)

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

(أ) أ^{٢} + أ − ٢

نبحث عن عددَين حاصل ضربهما (−٢) وناتج جمعهما (+١)

الحلّ :

أ^{٢} + أ − ٢ = (أ + ٢) (أ − ١)

(ب) س^{٢} − ٥ س − ٣٦

نبحث عن عددَين حاصل ضربهما (−٣٦) وناتج جمعهما (−٥)

الحلّ :

س^{٢} − ٥ س − ٣٦ = (س − ٩) (س + ٤)

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) س^{٢} + ٢ س − ٣

= (س − ١) (س + ٣)

(ب) س^{٢} − ٥ س ص − ١٤ ص^{٢}

= (س − ٧ ص) (س + ٢ ص)

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) ٥ ص^{٢} + ١٥ ص − ٢٠

= ٥ (ص^{٢} + ٣ ص − ٤)

= ٥ (ص − ١) (ص + ٤)

(ب) − س^{٢} + ٧ س − ١٢

= − (س^{٢} − ٧ س + ١٢)

= − (س − ٣) (س − ٤)

انتبِه

عند أخذ (−١) كعامل مشترَك يصبح ما داخل القوسَين هو المعكوس الجمعي للحدودية .

عبِّر عن فهمك

أعطِ ثلاث قِيَم مختلفة لـ جـ في الحدودية :

س^{٢} + ٣ س - جـ بحيث يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملَين .

٤ ← (س + ٤)(س + ١) ← ١٠ ← (س - ٢)(س + ٥) ← ٢٨ ← (س - ٤)(س + ٧)

دورك الآن (٤)

حلِّل الحدوديات الثلاثية الآتية تحليلًا تامًّا :

(أ) ص^{٢} - ٩ ص + ٢٠

(ص - ٤)(ص - ٥)

(ب) س^{٣} + ١٢ س^{٢} + ٣٢ س

س(س^{٢} + ١٢ س + ٣٢) = س(س + ٨)(س + ٤)

(ج) ص^{٢} - ص - ٤٢

(ص - ٧)(ص + ٦)

(د) س^{٢} + ٧ س ف - ١٨ ف^{٢}

(س + ٩ ف)(س - ٢ ف)

عبِّر عن فهمك

يقول حسين : إنّ تحليل الحدودية س^{٢} + ٤ س - ٢١ هو (س - ٣) (س + ٧)

بينما يقول حمود : إنّ تحليلها هو (س + ٣) (س - ٧) .

أيّهما على صواب ؟ فسِّر إجابتك .

حسين على صواب لأن (س - ٣)(س + ٧) = س^{٢} + ٤ س - ٢١

= س^{٢} + ٤ س - ٢١ ✓

تمارين ذاتية :

١ أكمِل بوضع (+) أو (-) في كلّ ممّا يلي :

(أ) $س^{٢} + ٥ س + ٦ = (س + ٢) (س + ٣)$

(ب) $س^{٢} - س - ١٢ = (س + ٣) (س - ٤)$

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} + ٤ س + ٣$

$(س + ٣)(س + ١)$

(ب) $س^{٢} - ٦ س + ٨$

$(س - ٤)(س - ٢)$

(ج) $ص^{٢} + ٧ ص - ٣٠$

$(ص - ٣)(ص + ١٠)$

(د) $س^{٢} - ٥ س - ٦$

$(س - ٦)(س + ١)$

(هـ) $س^{٢} - س - ٥٦$

$(س - ٨)(س + ٧)$

(و) $س^{٢} + ٧ س - ٤٤$

$(س - ٤)(س + ١١)$

(ز) $ب^{٢} - ١٠ ب ك + ١٦ ك^{٢}$

$(ب - ٨ك)(ب - ٢ك)$

(ح) $م^{٢} + ١٥ م ن + ٥٤ ن^{٢}$

$(م + ٩ن)(م + ٦ن)$

(ط) $ص^{٤} - ١٧ ص^{٣} + ٣٠ ص^{٢}$

$ص^{٢}(ص^{٢} - ١٧ ص + ٣٠)$

$ص^{٢}(ص - ١٥)(ص - ٢)$

(ي) $-٢ س^{٢} + ٢ س + ٤$

$-٢(س^{٢} - س - ٢)$

$-٢(س - ٢)(س + ١)$

٣ يُنتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال ،
إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة سطحها الأمامي يساوي ($س^{٢} + ٩ س + ٢٠$) وحدة مربّعة.
أوجِد بعدَي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .

$\therefore (س^{٢} + ٩ س + ٢٠) = (س + ٤)(س + ٥)$

$\therefore$ البعد الأول $= (س + ٤)$ ، البعد الثاني $= (س + ٥)$

مهارات تفكير عليا :

٤ شبه مكعّب حجمه ٢س^{٣} + ١٠س^{٢} + ١٢ س وحدة مكعّبة ، وارتفاعه يساوي العامل المشترَك الأكبر لحجمه . ما أبعاد شبه المكعّب (بدلالة س) ؟

٢س (س^{٢} + ٥س + ٦) ∴ الارتفاع = ٢س

∴ ٢س (س + ٢)(س + ٣) ∴ الابعاد = ٢س ، (س + ٢) ، (س + ٣)

٥ اِختر الإجابة الصحيحة .

مستطيل مساحته س^{٢} + ٦ س + ٥ وحدة مربعة ، إذا كان طوله (س + ٥) وحدة طول فإنّ محيطه بوحدات الطول يساوي:

(س + ٥)(س + ١)

أ) ٢ س + ٦

ب) ٤ س + ١٢

ج) س^{٢} + ٦

د) ٤ س + ١٠

∴ الابعاد هى (س + ٥) ، (س + ١)

∴ المحيط = ٢ (الطول + العرض)

∴ المحيط = ٢ (س + ٥ + س + ١)

= ٢ (٢س + ٦)

= ٤س + ١٢

٢ - ٣

تحليل الحدودية الثلاثية : أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ١

Factorising Trinomials : a x^2 + bx + c, a ≠ 1

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ١

اِستكشِف

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا باستخدام بطاقات الجبر :

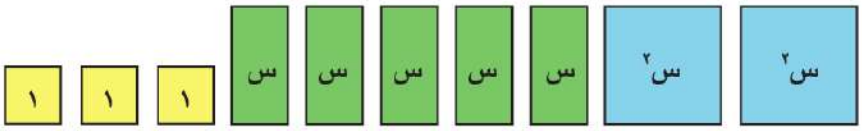
٢ س^{٢} + ٥ س + ٣

اللوازم

بطاقات الجبر	
س × س	س^{٢}
١ × س	س
١ × ١	١

الخطوة الأولى :

مثِّل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

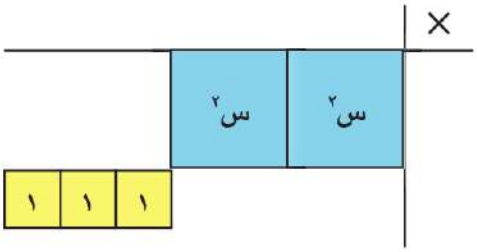
في زاوية رقعة الضرب، ضَع بطاقات س^{٢} ،

كذلك ضَع بطاقات ١ على شكل مصفوفة.

بما أنّ ٣ عدد أوّلي ، فإنّه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣

كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

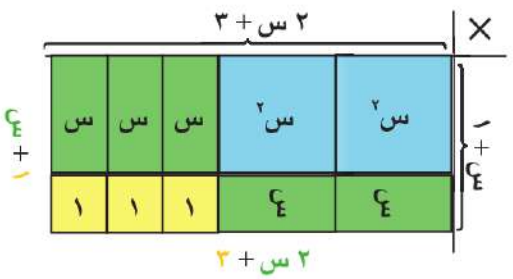
أكمِل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س ،

فنلاحظ أنّ : طول المستطيل = ٢ س + ٣

وعرض المستطيل = س + ١

∴ مساحة المستطيل = (٢ س + ٣) (س + ١)

∴ ٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)



تحقَّق جبريًّا

أوجِد ناتج ضرب (٢س + ٣) (س + ١)

الحلّ :

$$(٢س + ٣)(س + ١) = ٢س^{٢} + ٢س + ٣س + ٣$$

$$= ٢س^{٢} + ٥س + ٣$$

أي أنّ $٢س^{٢} + ٥س + ٣ = (٢س + ٣)(س + ١)$

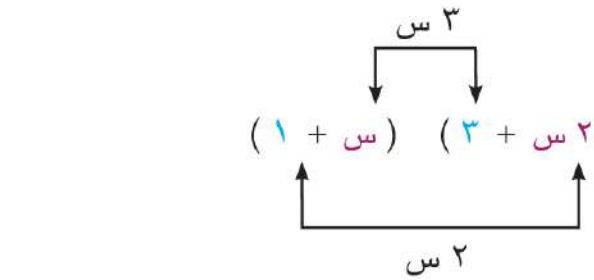
نلاحظ أنّنا حلّلنا $٢س^{٢} + ٥س + ٣$ إلى عاملَين (٢س + ٣) ، (س + ١) حيث إنّ

الحدّ الأوّل $٢س^{٢}$ في المقدار الثلاثي هو ناتج ضرب ٢س × س

الحدّ الثالث (المطلَق) ٣ في المقدار الثلاثي هو ناتج ضرب ٣ × ١

الحدّ الأوسط ٥ س هو ناتج جمع (٢س × ١) + (٣ × س) أي

[حاصل ضرب طرفَي عاملَي تحليل المقدار وهما (٢س ، ١) + حاصل ضرب وسطَي عاملَي التحليل للمقدار الثلاثي وهما (٣ ، س)]



الحدّ الأوسط = ٢ س + ٣ س = ٥ س

$\therefore ٢س^{٢} + ٥س + ٣ = (٢س + ٣)(س + ١)$

مثال توضيحي

حلِّل تحليلًا تامًّا :

$٥س^{٢} - ١٢س + ٧$

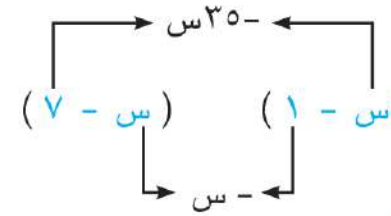
الحلّ :

الحدّ الأوّل : $٥س^{٢}$ عوامل الحدّ الأوّل هي ٥ س ، س

الحدّ الأوسط : $-١٢س$ (سالب)

الحدّ الثالث : ٧ (موجَب) عوامل الحدّ الثالث هي -٧ ، -١

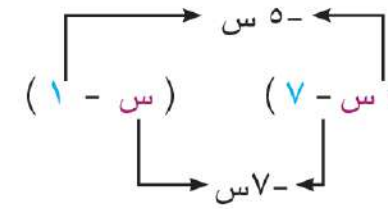
المحاولة الأولى ٥ س^{٢} - ١٢ س + ٧ = (٥س - ١) (س - ٧)



نلاحظ أنّ الحدّ الأوسط الناتج (- ٣٦ س) وهو لا يساوي الحدّ الأوسط للمقدار الثلاثي المطلوب (- ١٢س) .

∴ المحاولة ليست صحيحة ؛ لذلك نبدّل موضع العاملَين -٧ ، -١

المحاولة الثّانية ٥ س^{٢} - ١٢ س + ٧ = (٥ س - ٧) (س - ١)



نلاحظ أنّ الحدّ الأوسط الناتج (-١٢س) وهو مساوٍ للحدّ الأوسط للمقدار الثلاثي المطلوب .

∴ المحاولة صحيحة

∴ ٥ س^{٢} - ١٢ س + ٧ = (٥ س - ٧) (س - ١)

مثال (١) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

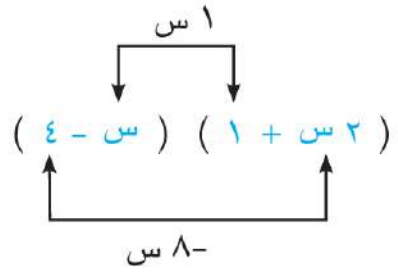
٢ س^{٢} - ٧ س - ٤

الحلّ :

الحدّ الأوّل : ٢ س^{٢} عوامل الحدّ الأوّل هي ٢ س ، س

الحدّ الأوسط : -٧ س (سالب)

الحدّ الثالث : -٤ (سالب) عوامل الحدّ الثالث هي -٤ ، ١
أو -١ ، ٤ أو -٢ ، ٢



الحدّ الأوسط = - ٧ س = -٨ س + س

∴ ٢ س^{٢} - ٧ س - ٤ = (٢ س + ١) (س - ٤)

دورك الآن (١)

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

(أ) ٥ س^{٢} + ٨ س + ٣ = (٥س + ٣)(س + ١)

(ب) ٢ هـ^{٢} - ٣ هـ - ٥ = (هـ + ١)(٢هـ - ٥)

(ج) ٣ س^{٢} + ٧ س - ٦ = (٣س - ٢)(س + ٣)

اِنتبِه

بعد إجراء التحليل ، تحقَّق من صحّته .

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

٦ س^{٢} - ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢}

الحلّ :

الحدّ الأوّل : ٦ س^{٢} عوامل الحدّ الأوّل هي ٦ س ، س
أو ٢س ، ٣ س

الحدّ الأوسط : -١٩ س ص (سالب)

الحدّ الثالث : + ١٠ ص^{٢} عوامل الحدّ الثالث هي -٢ ص ، -٥ ص
أو -ص ، -١٠ ص

-١٥ س ص

(٢ س - ٥ ص) (٣ س - ٢ ص)

-٤ س ص

-١٥ س ص + (-٤ س ص) = -١٩ س ص = الحدّ الأوسط

٦ س^{٢} - ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢} = (٢ س - ٥ ص) (٣س - ٢ص)

دورك الآن (٢)

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

(أ) ٤ س^{٢} - ٤ س - ٣ = (٢س - ٣)(٢س + ١)

(ب) ٧ ك^{٢} - ١١ ل ك - ٦ ل^{٢} = (٧ك + ٣ل)(ك - ٢ل)

(ج) ٤٢ ص^{٢} + ٣٢ ص + ٦ = ٢ (٢١ص^{٢} + ١٦ص + ٣)

= ٢ (٧ص + ٣) (٣ص + ١)

(د) ١٣ ع^{٣} + ٥ ع^{٢} - ٨ ع = ع (١٣ع^{٢} + ٥ع - ٨)

= ع (١٣ع - ٨)(ع + ١)

عبِّر عن فهمك

أوجِد قيمتَين للمعامل ك تسمحان بتحليل الحدودية :

٤ س^{٢} + ك س + ١٠

١٣ ← (٤ س + ٥)(س + ٢) ، (٢٠ س + ١)(س + ٥) ، (٤٠ س + ١)(س + ٢)

تمارين ذاتية :

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

١ ٣ س^{٢} + ١٦ س + ٥

عوامل الحد الاول = ٣ س ، س

عوامل الحد الثاني = ٥ ، ١

∴ (٣ س + ١)(س + ٥) ✓

∴ ١٥ س + س = ١٦ س = الحد الاوسط

٢ ١١ ل^{٢} − ١٢ ل + ١

عوامل الحد الاول = ١١ ل ، ل

" " الثاني = −١ ، −١

∴ (١١ ل − ١)(ل − ١) ✓

∴ −١١ ل − ل = −١٢ ل = الحد الاوسط

٣ ٢ ك^{٢} − ١١ ك − ٢١

عوامل الحد الاول = ٢ ك ، ك

" " الثاني = −٢١ ، ١ أو ٣ ، −٧

∴ (٢ ك + ٣)(ك − ٧) ✓

∴ −١٤ ك + ٣ ك = −١١ ك = الحد الاوسط

٤ ٨ ص^{٢} + ١٠ ص ل − ٣ ل^{٢}

عوامل الحد الاول = ٨ ص ، ص أو ٤ ل ، ٢ ل

" " الثاني = ل ، −٣ ل أو −ل ، ٣ ل

∴ (٤ ص − ل)(٢ ص + ٣ ل) ✓

∴ ١٢ ص ل − ٢ ص ل = ١٠ ص ل = الحد الاوسط

٥ ٢٥ س^{٢} + ١٠ س − ١٥

٥(٥ س^{٢} + ٢ س − ٣)

عوامل الحد الاول = ٥ س ، س

" " الثاني = ١ ، −٣ أو −١ ، ٣

∴ (٥ س − ٣)(س + ١) ✓

∴ ٥ س − ٣ س = ٢ س = الحد الاوسط

٦ ٦ س^{٢} − ٥ س ص − ص^{٢}

عوامل الحد الاول = ٦ س ، س أو ٢ س ، ٣ س

" " الثاني = −ص ، ص

∴ (٦ س + ص)(س − ص) ✓

∴ −٦ س ص + ص س = −٥ س ص = الحد الاوسط

٧ ٢١ ف^{٣} − ٧٠ ف^{٢} + ٤٩ ف

٧ ف (٣ ف^{٢} − ١٠ ف + ٧)

عوامل الحد الاول = ٣ ف ، ف

" " الثاني = −٧ ، −١

∴ (٣ ف − ٧)(ف − ١) ✓

∴ −٣ ف − ٧ ف = −١٠ ف = الحد الاوسط

٨ ٤ هـ^{٣} + ١٢ هـ^{٢} + ٩ هـ

هـ (٤ هـ^{٢} + ١٢ هـ + ٩)

عوامل الحد الاول = ٤ هـ ، هـ أو ٢ هـ ، ٢ هـ

" " الثاني = ٩ ، ١ أو ٣ ، ٣

∴ (٢ هـ + ٣)(٢ هـ + ٣) ✓

∴ ٦ هـ + ٦ هـ = ١٢ هـ = الحد الاوسط

٢ - ٤ تحليل المربّع الكامل
Factorising Perfect Square

سوف نتعلّم : تحليل المربّع الكامل ، والتحليل بإكمال المربّع .

العبارات والمفردات :

مربّع كامل	Perfect Square
إكمال المربّع	Completing the Square

اِستكشِف

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا باستخدام بطاقات الجبر :

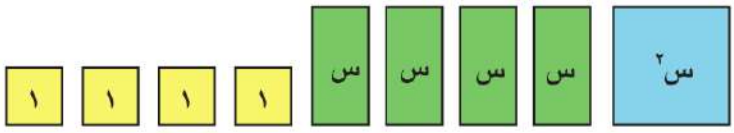
$س^{٢} + ٤ س + ٤$

اللوازم :

بطاقات الجبر	
$س^{٢}$	$س \times س$
س	$١ \times س$
١	١×١

الخطوة الأولى :

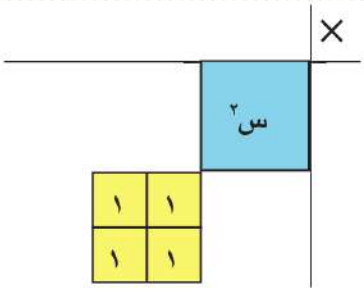
مثِّل الحدودية $س^{٢} + ٤ س + ٤$ ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ، ضَع بطاقة $س^{٢}$ ،

كذلك ضَع بطاقات ١ على شكل مصفوفة كما في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمِل شكل المربّع على رقعة الضرب ببطاقات س ،

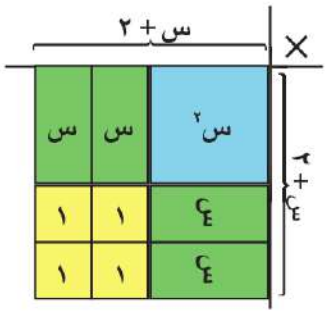
فنلاحظ أنّ طول ضلع المربّع = س + ٢

∴ مساحة المربّع = (س + ٢) (س + ٢)

$= (س + ٢)^{٢}$

∴ $س^{٢} + ٤ س + ٤ = (س + ٢) (س + ٢)$

$= (س + ٢)^{٢}$ (تحقَّق جبريًّا)



أكمِل ما يلي :

$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

$(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$

$(أ \pm ب)^{٢} = أ^{٢} \pm ٢أب + ب^{٢}$ يُسمّى ذلك **مربّعًا كاملًا** .

- $أ^{٢}$: مربّع الحدّ الأوّل
- $٢أب$: ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني
- $ب^{٢}$: مربّع الحدّ الثاني

تحليل المربّع الكامل

$أ^{٢} \pm ٢أب + ب^{٢} = (أ \pm ب)^{٢}$

- الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل
- إشارة الحدّ الأوسط
- الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث

∴ لتحليل الحدودية $س^{٢} + ٤س + ٤$ بالطريقة الجبرية :

- الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل = س
- الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث = ٢

∴ $س^{٢} + ٤س + ٤ = (س + ٢)^{٢}$

وهذا المقدار $(س^{٢} + ٤س + ٤)$ يُسمّى **مربّعًا كاملًا** .

وستقتصر دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

مثال (١) :

حدِّد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية الآتية مربّعًا كاملًا أم لا ؟ ثمّ حلِّل الحدودية إذا كانت مربّعًا كاملًا .

$س^{٢} + ١٠س + ٢٥$

الحلّ :

- هل $س^{٢}$ مربّع كامل ؟ **الإجابة :** نعم ، وجذره التربيعي الموجَب = س
- هل ٢٥ مربّع كامل ؟ **الإجابة :** نعم ، وجذره التربيعي الموجَب = ٥
- هل الحدّ الأوسط **ضعف** حاصل ضرب س × ٥

الإجابة : نعم ، حيث ٢ × س × ٥ = ١٠ س (الحدّ الأوسط)

∴ الحدودية الثلاثية $س^{٢} + ١٠س + ٢٥$ مربّع كامل

∴ $س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = (س + ٥)^{٢}$

دورك الآن (١)

أيّ من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثّل مربعًا كاملًا :

(أ) $س^{٢} - ١٤ س + ٤٩$

نعم، حيث الاول مربع: $س$
الثاني مربع: ٧
الاوسط: $٢ \times ٧ \times س = ١٤ س$

(ب) $ص^{٢} + ٣ ص + ٩$

لا، حيث الاول مربع: $ص$
الثاني " : ٣
$\therefore ٢ \times ص \times ٣ = ٦ ص \neq$ الاوسط

(ج) $٩ س^{٢} - ٦ س - ١$

لا، حيث الحد الثاني سالب

(د) $٤ س^{٢} + ٣٦ س + ٩$

لا، حيث الاول مربع: $٢س$
الثاني " : ٣
$\therefore ٢ \times ٢س \times ٣ = ١٢ س \neq$ الاوسط .

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $ص^{٢} + ٨ ص + ١٦$

$= (ص + ٤)^{٢}$

(ب) $١٦ ب^{٢} - ٢٤ ب + ٩$

$= (٤ب - ٣)^{٢}$

(ج) $ص^{٢} + ١٦ ص + ٦٤$

$(ص + ٨)^{٢}$

(د) $١ - ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

$(١ - ٥ س)^{٢}$

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا : $٢٠ س^{٢} - ٢٠ س + ٥$

الحلّ :

$٢٠ س^{٢} - ٢٠ س + ٥$

$= ٥ (٤ س^{٢} - ٤ س + ١)$ (بأخذ العامل المشترَك)

$= ٥ (٢ س - ١)^{٢}$

تذكَّر

إخراج العامل المشترَك الأكبر إن وُجد .

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $٩ س^{٣} - ٦ س^{٢} ص + س ص^{٢}$

$س (٩ س^{٢} - ٦ س ص + ص^{٢})$

$س (٣ س - ص)^{٢}$

(ب) $٤ ب^{٣} جـ + ٨ ب^{٢} جـ^{٢} + ٤ ب جـ^{٣}$

$٤ ب ص (ب^{٢} + ٢ ب ص + ص^{٢})$

$٤ ب ص (ب + ص)^{٢}$

مثال (٣) :

أوجِد قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :

٩ س^{٢} + جـ س ص + ٤٩ ص^{٢}

الحلّ :

الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل = ٣ س ،

الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث = ٧ ص ،

الحدّ الأوسط = ± ٢ × ٣ س × ٧ ص

جـ س ص = ± ٤٢ س ص

∴ جـ = ٤٢ أو جـ = -٤٢

دورك الآن (٤)

وظّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة كلّ ممّا يلي :

(١٠١)^{٢} = (١٠٠ + ١)^{٢}

= (١٠٠)^{٢} + ٢ × ١٠٠ × ١ + (١)^{٢}

= ١٠٠٠٠ + ٢٠٠ + ١ = ١٠٢٠١

عبِّر عن فهمك

ليكن المقدار س^{٢} + ٦س + جـ مربّعًا كاملًا، هل يمكن إيجاد قيمة جـ ؟ فسِّر إجابتك .

نعم ، حيث الوسط = ٦س = ٢ × س × ٣ ∴ ص = ٣

إكمال المربّع

تعلم أنّ الحدودية س^{٢} + ب س + جـ مربّع كامل إذا كان :

س^{٢} + ب س + جـ = (س + $\sqrt{\text{جـ}}$)^{٢}

لكنّ الحدودية س^{٢} + ب س ليست مربّعًا كاملًا

لنفترِض عند إضافة جـ يصبح مربّعًا كاملًا

س^{٢} + ب س + جـ = (س + $\sqrt{\text{جـ}}$)^{٢}

= س^{٢} + ٢ $\sqrt{\text{جـ}}$ س + جـ

∴ ب = ٢ $\sqrt{\text{جـ}}$

$\sqrt{\text{جـ}} = \left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)$ نربّع الطرفَين

∴ جـ = $\left(\frac{\text{ب}}{٢}\right)^{٢}$ ماذا تلاحظ ؟

وبصورة عامّة :

لإكمال الحدودية $س^{٢} + ب\ س$ إلى مربّع كامل ، نُضيف إليها مربّع نصف معامل س أي $\left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢}$

$س^{٢} + ب\ س + \left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} = \left(س + \frac{ب}{٢}\right)^{٢}$ وهو مربّع كامل .

مثال (٤) :

أكمِل $س^{٢} + ٤\ س$ إلى مربّع كامل .

الحلّ :

معامل س $= ٤$

نصف معامل س $= \frac{٤}{٢}$

مربّع نصف معامل س $= \left(\frac{٤}{٢}\right)^{٢} = (٢)^{٢} = ٤$

نُضيف مربّع نصف معامل س

$س^{٢} + ٤\ س + ٤ = (س + ٢)^{٢}$

دورك الآن (٥)

أكمِل: $س^{٢} + ١٤\ س$ إلى مربّع كامل .

مربّع نصف معامل س = $(٧)^{٢} = ٤٩$

$س^{٢} + ١٤\ س + ٤٩ = (س + ٧)^{٢}$

مثال (٥) :

حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

$س^{٢} - ٦\ س + ٨$

الحلّ :

$س^{٢} - ٦\ س + ٨$ ليست مربّعًا كاملًا

حتّى يصبح $(س^{٢} - ٦\ س)$ مربّعًا كاملًا ، نُضيف مربّع نصف معامل س

مربّع نصف معامل س $= \left(\frac{-٦}{٢}\right)^{٢} = (-٣)^{٢} = ٩$

وحتّى لا تتغيّر الحدودية المطلوب تحليلها يلزم طرح ٩

$س^{٢} - ٦\ س + ٨ = س^{٢} - ٦\ س + ٩ - ٩ + ٨$

$= (س - ٣)^{٢} - ١$ (فرق بين مربّعَين)

$= (س - ٣ - ١)(س - ٣ + ١)$

$= (س - ٤)(س - ٢)$

مثال (٦) :

حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

س^{٢} − ٥ س + ٦

الحلّ :

س^{٢} − ٥ س + ٦ ليست مربّعًا كاملًا

حتّى يصبح (س^{٢} − ٥ س) مربّعًا كاملًا، نُضيف مربّع نصف معامل س

مربّع نصف معامل س = $\left(\frac{-٥}{٢}\right)^{٢} = \frac{٢٥}{٤}$

وحتّى لا تتغيّر الحدودية المطلوب تحليلها يلزم طرح $\frac{٢٥}{٤}$

س^{٢} − ٥س + ٦ = س^{٢} − ٥س + $\frac{٢٥}{٤}$ − $\frac{٢٥}{٤}$ + ٦

$= \left(س - \frac{٥}{٢}\right)^{٢} - \frac{١}{٤}$ (فرق بين مربّعَين)

$= \left(س - \frac{٥}{٢} - \frac{١}{٢}\right)\left(س - \frac{٥}{٢} + \frac{١}{٢}\right)$

= (س − ٣) (س − ٢)

انتبِه

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} = \left(-\frac{أ}{ب}\right)^{٢}$

دورك الآن (٦)

حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

٢س^{٢} + ٨ س − ١٠

= ٢ (س^{٢} + ٤ س − ٥) بأخذ العامل المشترَك

مربّع نصف معامل س = $(٤ \div ٢)^{٢} = ٢^{٢} = ٤$

٢س^{٢} + ٨ س − ١٠ = ٢ (س^{٢} + ٤ س + ٤ − ٤ − ٥)

= ٢[$(س + ٢)^{٢}$ − ٩]

= ٢ ((س + ٢) + ٣) ((س + ٢) − ٣)

= ٢ (س + ٥) (س − ١)

تمارين ذاتية :

١ أيّ من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثّل مربعًا كاملًا ؟

(أ) $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

$٢ \times س \times ص = ٢ س ص$ = الأوسط

نعم تمثل مربعًا كاملًا

(ب) $ع^{٢} - ٤ ع - ٤$

لا ، لأنه لها الثابت سالب

(ج) $١ + ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

نعم تمثل مربعًا كاملًا

(د) $٩ ب^{٢} + ١٢ ب + ١٦$

$٣ ب \times ٤ \times ٢ = ٢٤ ب \neq$ الأوسط

∴ لا تمثل

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $ص^{٢} - ٢ ص + ١$

$(ص - ١)^{٢}$

(ب) $١ + ٦ ب + ٩ ب^{٢}$

$(١ + ٣ ب)^{٢}$

(ج) $س - ٤ س^{٢} + ٤ س^{٣}$

$س(١ - ٤ س + ٤ س^{٢})$

$س(١ - ٢ س)^{٢}$

(د) $س^{٢} + ٢٢ س + ١٢١$

$(س + ١١)^{٢}$

(هـ) $س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٩ س$

$س(س^{٢} - ٦ س + ٩)$

$س(س - ٣)^{٢}$

(و) $١٢ س^{٢} + ٣٦ س ص + ٢٧ ص^{٢}$

$٣(٤ س^{٢} + ١٢ س ص + ٩ ص^{٢})$

$٣(٢ س + ٣ ص)^{٢}$

٣ وظِّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة كلّ ممّا يلي :

(أ) $(١٠٣)^{٢}$

$= (١٠٠ + ٣)^{٢}$

$= ١٠٠٠٠ + ٢ \times ١٠٠ \times ٣ + ٩$

$= ١٠٠٠٠ + ٦٠٠ + ٩ = ١٠٦٠٩$

(ب) $(٥٩)^{٢}$

$= (٦٠ - ١)^{٢}$

$= ٣٦٠٠ - ٢ \times ٦٠ \times ١ + ١$

$= ٣٦٠٠ - ١٢٠ + ١$

$= ٣٤٨٠ + ١ = ٣٤٨١$

٤ أوجِد قيمة جـ التي تجعل كلًّا من الحدوديات الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :

(أ) $س^{٢}$ + جـ س + ٨١

∴ جـ = ± ٢ × الجذر التربيعي للحد الأول × الجذر التربيعي للحد الثاني

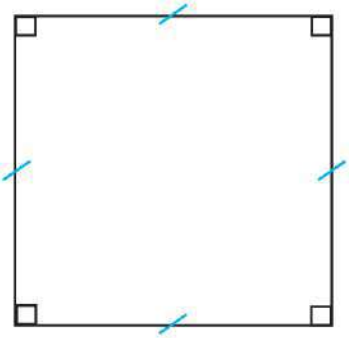
∴ جـ = ± ٢ × $\sqrt{س^{٢}}$ × $\sqrt{٨١}$ = ± ٢ × س × ٩ = ± ١٨ س

(ب) ٤ $س^{٢}$ − جـ س ص + ٩ $ص^{٢}$

جـ = ± ٢ × $\sqrt{٤س^{٢}}$ × $\sqrt{٩ص^{٢}}$ = ± ٢ × ٢س × ٣ص = ± ١٢ س ص

٥ ما طول ضلع المربّع الذي مساحته

($س^{٢}$ + ٢٢ س + ١٢١) وحدة مربّعة .



مساحة المربع = (طول الضلع)^{٢}

∴ ($س^{٢}$ + ٢٢ س + ١٢١) = (س + ١١)^{٢}

∴ طول ضلع المربع = (س + ١١)

٦ أكمِل كلًّا ممّا يلي إلى مربّع كامل :

(أ) $س^{٢}$ + ١٨ س

مربع نصف معامل س = $(\frac{١٨}{٢})^{٢}$ = $(٩)^{٢}$ = ٨١

∴ $س^{٢}$ + ١٨ س + ٨١ − ٨١

= [$(س + ٩)^{٢}$ − ٨١]

(ب) $س^{٢}$ − ٧ س

مربع نصف معامل س = $\pm(\frac{٧}{٢})^{٢}$ = $\frac{٤٩}{٤}$

∴ $س^{٢}$ − ٧ س + $\frac{٤٩}{٤}$ − $\frac{٤٩}{٤}$

∴ $(س - \frac{٧}{٢})^{٢}$ − $\frac{٤٩}{٤}$

٧ حلِّل كلًّا ممّا يلي بطريقة إكمال المربّع :

(أ) $س^{٢}$ + ٦ س − ٧

مربع نصف معامل س = $(\frac{٦}{٢})^{٢}$ = $(٣)^{٢}$ = ٩

∴ $س^{٢}$ + ٦ س + ٩ − ٩ − ٧

∴ $(س + ٣)^{٢}$ − ١٦

∴ [(س + ٣) − ٤][(س + ٣) + ٤]

∴ (س − ١)(س + ٧)

(ب) ٢ $س^{٢}$ − ٨ س − ٢٤

٢ ($س^{٢}$ − ٤ س − ١٢)

مربع نصف معامل س = $(\frac{-٤}{٢})^{٢}$ = $(-٢)^{٢}$ = ٤

٢ ($س^{٢}$ − ٤ س + ٤ − ٤ − ١٢)

٢ [$(س - ٢)^{٢}$ − ١٦]

∴ ٢ [(س − ٢) − ٤][(س − ٢) + ٤]

∴ ٢ (س − ٦)(س + ٢)

٢ ـ ٥ تحليل الحدودية الرباعية
Factorising Quadrinomial Polynomial

سوف تتعلّم : تحليل الحدودية الرباعية .

العبارات والمفردات :

حدودية رباعية	Quadrinomial Polynomial

حَلّ وناقِش

الحدودية الرباعية هي حدودية مكوَّنة من أربعة حدود غير متشابهة .

فمثلًا : $أ^{٢}س + أ^{٢}ص + ب س + ب ص$ حدودية رباعية

- هل يمكنك تحليل الحدودية الرباعية باستخدام طرق التحليل التي درستها من قبل ؟
- هل يوجد عامل مشترَك بين الحدود الأربعة ؟

$أ^{٢}س + أ^{٢}ص + ب س + ب ص$ — هل يوجد عامل مشترَك بين حدَّين من الحدود ؟

$= (أ^{٢}س + أ^{٢}ص) + (ب س + ب ص)$ — أخرِج العامل المشترَك لكلّ حدَّين .

$= أ^{٢}(\ldots + \ldots) + ب(\ldots + \ldots)$ — هل يوجد عامل مشترَك بين الحدَّين ؟

$= (\ldots + \ldots)(\ldots + \ldots)$ (تحقَّق جبريًّا)

جرِّب ، الآن ، تحليل الحدودية الرباعية بأخذ عوامل مشترَكة أخرى

$أ^{٢}س + أ^{٢}ص + ب س + ب ص$

تحقَّق ، هل حصلت على التحليل نفسه ؟

تذكَّر

- الجمع عملية إبدالية
- الضرب عملية إبدالية.

مثال (١) :

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا :

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

الحلّ :

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

$= (هـ جـ + هـ د) + (ب جـ + ب د)$ (جزِّىء)

$= هـ(جـ + د) + ب(جـ + د)$ (بأخذ العامل المشترَك)

$= (جـ + د)(هـ + ب)$ (بأخذ العامل المشترَك)

دورك الآن (١)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} هـ - س^{٢} د + ص^{٢} هـ - ص^{٢} د$

$= (س^{٢} هـ - س^{٢} د) + (هـ ص^{٢} - د ص^{٢})$

$= س^{٢} (هـ - د) + ص^{٢} (هـ - د)$

$= (هـ - د) (س^{٢} + ص^{٢})$

(ب) $٢ س + جـ س + ٢ جـ + جـ^{٢}$

$(٢ + جـ)(س + جـ) + (٢ + جـ)$

$(٢ + جـ)(س + جـ + ١)$

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

$س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٢ س - ٦$

الحلّ :

$س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٢ س - ٦ = (س^{٣} - ٣ س^{٢}) + (٢ س - ٦)$

$= س^{٢} (س - ٣) + ٢ (س - ٣)$

$= (س - ٣) (س^{٢} + ٢)$

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} - ٣ س - س ص + ٣ ص$

$(س - ٣) + (-س ص + ٣ ص)$

$(س - ٣) - ص (س - ٣)$

$(س - ٣)(س - ص)$

(ب) $٢٠ س^{٢} ص + ١٠ ب س^{٢} - ٤ أ ص - ٢ أ ب$

$= ٢ (١٠ س^{٢} ص + ٥ ب س^{٢} - ٢ أ ص - أ ب)$

$= ٢ [(١٠ س^{٢} ص + ٥ ب س^{٢}) + (-٢ أ ص - أ ب)]$

$= ٢ [٥ س^{٢} (٢ ص + ب) - أ (٢ ص + ب)]$

$= ٢ (٢ ص + ب)(٥ س^{٢} - أ)$

تذكّر

$(س - ص) = - (- س + ص)$

$= - (ص - س)$

مثال (٣) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

س^{٣} - ٢ س^{٢} - س + ٢

الحلّ :

س^{٣} - ٢ س^{٢} - س + ٢ = (س^{٣} - ٢ س^{٢}) + (- س + ٢)

= س^{٢} (س - ٢) - (س - ٢)

= (س - ٢) (س^{٢} - ١) (حلِّل الفرق بين مربّعَين)

= (س - ٢) (س - ١) (س + ١)

اِنتبِه

أكمِل الحلّ حتّى تصل إلى تحليلًا تامًّا .

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٤ س + ١٢

∴ (س^{٣} - ٣ س^{٢}) + (- ٤ س + ١٢)

= س^{٢}(س - ٣) - ٤(س - ٣)

= (س - ٣)(س^{٢} - ٤)

= (س - ٣)(س - ٢)(س + ٢)

(ب) ص^{٣} + ٤ ص^{٢} - ٩ ص - ٣٦

= (ص^{٣} + ٤ ص^{٢}) + (- ٩ ص - ٣٦)

= ص^{٢}(ص + ٤) - ٩(ص + ٤)

= (ص + ٤)(ص^{٢} - ٩)

= (ص + ٤)(ص - ٣)(ص + ٣)

تمارين ذاتية :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

١ م هـ - س م + هـ ص - س ص

(م هـ - س م) + (هـ ص - س ص)

م(هـ - س) + ص(هـ - س)

∴ (هـ - س)(م + ص)

٢ ٢ أ^{٢} س + ٢ س ب + أ^{٢} ص + ب ص

(٢ أ^{٢} س + ٢ س ب) + (أ^{٢} ص + ب ص)

٢ س(أ^{٢} + ب) + ص(أ^{٢} + ب)

(أ^{٢} + ب)(٢ س + ص)

٣ $٤س^{٢} + ٢أ^{٢}س + ٨ب س + ٤أ^{٢}ب$

$٢(٢س^{٢} + أ^{٢}س + ٤ب س + ٢أ^{٢}ب)$

$٢[(٢س^{٢} + أ^{٢}س) + (٤ب س + ٢أ^{٢}ب)]$

$٢[س(٢س + أ^{٢}) + ٢ب(٢س + أ^{٢})] = ٢(٢س + أ^{٢})(س + ٢ب)$

٤ $٦س^{٢} - ٨س ص - ٣س ب + ٤ب ص$

$(٦س^{٢} - ٨س ص) + (-٣س ب + ٤ب ص)$

$٢س(٣س - ٤ص) - ب(٣س - ٤ص)$

$(٣س - ٤ص)(٢س - ب)$

٥ $س^{٣} - ٢س^{٢} - ٩س + ١٨$

$(س^{٣} - ٢س^{٢}) + (-٩س + ١٨)$

$س^{٢}(س - ٢) - ٩(س - ٢)$

$(س - ٢)(س^{٢} - ٩) = (س - ٢)(س - ٣)(س + ٣)$

٦ $س^{٣} + ٢س^{٢} - ٢٥س - ٥٠$

$(س^{٣} + ٢س^{٢}) + (-٢٥س - ٥٠)$

$س^{٢}(س + ٢) - ٢٥(س + ٢)$

$(س + ٢)(س^{٢} - ٢٥) = (س + ٢)(س + ٥)(س - ٥)$

٦ - ٢ حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد

Solving Second Degree Equation in One Variable

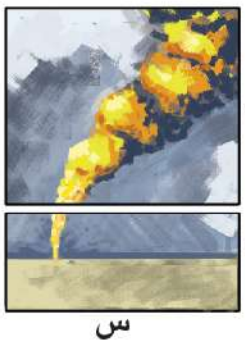
سوف تتعلّم : حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد على صورة واحدة: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ ، أ ≠ ٠

العبارات والمفردات :

معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد	Second Degree Equation with One Variable
حلّ معادلة	Solving an Equation

حُلّ وناقِش

تشارك أمل في مسابقة رسم لوحة فنّية بمناسبة إطفاء آخر بئر نفطية ، وكان من شروط المسابقة أن تكون مساحة اللوحة ١٥٠ سم^{٢} .



فلم تجد في المكتبة إلّا لوحتان إحداهما مربّعة الشكل والأخرى مستطيلة الشكل كما هو موضَّح في الشكل المقابل . ساعِد أمل على إيجاد قِيَم س التي تجعل مجموع مساحتَي اللوحتَين يساوي ١٥٠ سم^{٢} .

١ أُكتب مساحة اللوحة المربّعة بدلالة س : ..... س^{٢} .....

٢ أُكتب مساحة اللوحة المستطيلة بدلالة س : ..... ٥ س .....

٣ أوجِد قِيَم س التي تجعل مجموع المساحتَين يساوي ١٥٠ سم^{٢}

- **نكتب المعادلة :** ..... س^{٢} ..... + ... ٥ س ..... = ١٥٠

نبحث عن عدد موجَب مجموع مربّعه وخمسة أمثاله يساوي ١٥٠

- **نضع المعادلة في صورة أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠**

..... س^{٢} ..... + ... ٥ س ..... - ..... ١٥٠ ..... = ٠

- **نحلّل بطريقة مناسِبة لإيجاد قِيَم س :**

(..... س ..... + ... ١٥ .....) (..... س ..... - ..... ١٠ .....) = ٠

- **نوجِد قِيَم س** ..... س = -١٥ ، س = ١٠ .....
- **هل تقبل القيمتان؟ لماذا؟** ..... لا ، قيمة ١٠ فقط .....
..... لأن الأطوال دائمًا موجبة .....

لاحِظ أنّ

المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد تُسمّى المعادلة التربيعية .

تذكَّر

حلّ المعادلة يعني إيجاد قِيَم المتغيّر التي تحقّق المعادلة .

معلومة مفيدة :

تحتفل الكويت سنويًّا في ٦ نوفمبر بذكرى إطفاء آخر بئر نفطية إثر العدوان العراقي الغاشم .

خاصّية الضرب الصفري

لكلّ أ ، ب عددان حقيقيان ، إذا كان أ × ب = ٠ ، فإنّ أ = ٠ أو ب = ٠

مثال (١) :

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة : (س + ٥) (س − ٦) = ٠ ،
حيث س ∈ ح ، ثمّ تحقَّق من صحّة الحلّ .

الحلّ :

(س + ٥) (س − ٦) = ٠

س + ٥ = ٠ أو س − ٦ = ٠ (اِستخدِم خاصّية الضرب الصفري)

س = − ٥ أو س = ٦

∴ مجموعة الحلّ = { − ٥ ، ٦ }

لاحِظ أنّ

عند حلّ المعادلة التربيعية ، سنعتبر أنّ قِيَم المتغيّر تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يُذكر غير ذلك .

تحقَّق :

عوِّض عن س بالعدد − ٥

(− ٥ + ٥) (− ٥ − ٦) ≟ ٠

٠ × − ١١ ≟ ٠

٠ = ٠ ✓

عوِّض عن س بالعدد ٦

(٦ + ٥) (٦ − ٦) ≟ ٠

١١ × ٠ ≟ ٠

٠ = ٠ ✓

مثال (٢) :

أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) ص^{٢} − ٥ ص = ٠

الحلّ :

ص^{٢} − ٥ ص = ٠

ص (ص − ٥) = ٠

ص = ٠ أو ص − ٥ = ٠

ص = ٥

∴ مجموعة الحلّ = { ٠ ، ٥ }

تذكَّر

خطوات حلّ معادلة تربيعية :

١ ضع المعادلة في الصورة العامّة .

٢ حلِّل .

٣ اِستخدِم خاصّية الضرب الصفري.

ب) $س^{٢} = ٩$

الحلّ :

$س^{٢} = ٩$

$س^{٢} - ٩ = ٠$

$(س - ٣) (س + ٣) = ٠$

$س - ٣ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$

$س = ٣$ $س = -٣$

∴ **مجموعة الحلّ = { ٣ ، -٣ }**

ج) $ص^{٢} - ٦ ص + ٥ = ٠$

الحلّ :

$ص^{٢} - ٦ ص + ٥ = ٠$

$(ص - ٥) (ص - ١) = ٠$

$ص - ٥ = ٠$ أو $ص - ١ = ٠$

$ص = ٥$ $ص = ١$

∴ **مجموعة الحلّ = { ٥ ، ١ }**

د) $س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

الحلّ :

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

$(س + ٤)^{٢} = ٠$

$(س + ٤) = ٠$

$س = -٤$

∴ **مجموعة الحلّ = { -٤ }**

لاحِظ أنّ

إذا كانت $س^{٢} = ٠$

فإنّ $س = ٠$

عبِّر عن فهمك (١)

ما مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} + ١ = ٠$ ؟ حيث $س \in ح$.

لأن لا يمكن أن يكون عدد مربع تحت الجذر

مثال (٣) :

أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) $٦ص^{٢} + ٩ص = ٢ + ص^{٢}$

الحلّ :

$٦ص^{٢} + ٩ص = ٢ + ص^{٢}$

$٦ص^{٢} + ٩ص - ٢ - ص^{٢} = ٠$

$٥ص^{٢} + ٩ص - ٢ = ٠$

$(٥ص - ١)(ص + ٢) = ٠$

$٥ص - ١ = ٠$ أو $ص + ٢ = ٠$

$٥ص = ١$ $ص = -٢$

$ص = \frac{١}{٥}$

∴ مجموعة الحلّ $= \{\frac{١}{٥}، -٢\}$

اِنتبِه

اِجمع الحدود المتشابهة .

(ب) $ع(ع - ٦) = ٧$

الحلّ :

$ع(ع - ٦) = ٧$

$ع^{٢} - ٦ع = ٧$

$ع^{٢} - ٦ع - ٧ = ٠$

$(ع - ٧)(ع + ١) = ٠$

$ع - ٧ = ٠$ أو $ع + ١ = ٠$

$ع = ٧$ $ع = -١$

∴ مجموعة الحلّ $= \{٧، -١\}$

(ج) $(س + ٢)^{٢} = ١٤٤$

الحلّ :

$(س + ٢)^{٢} = ١٤٤$

$(س + ٢)^{٢} - ١٤٤ = ٠$

$[(س + ٢) - ١٢)][(س + ٢) + ١٢)] = ٠$

$(س - ١٠)(س + ١٤) = ٠$

$س - ١٠ = ٠$ أو $س + ١٤ = ٠$

$س = ١٠$ $س = -١٤$

∴ مجموعة الحلّ $= \{١٠، -١٤\}$

عبِّر عن فهمك (٢)

هل يمكنك حلّ مثال (٣) : (ج) بطريقة أخرى ؟ نعم نأخذ الجذر التربيعي للطرفين $(س + ٢) = \pm ١٢$

إما $س + ٢ = ١٢$ أو $س + ٢ = -١٢$

$س = ١٠$ $س = -١٤$

∴ مجموعة الحل $= \{١٠، -١٤\}$

مثال (٤) :

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربّعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ ؟

الحلّ :

نفرض أنّ العدد الحقيقي هو س

$س^{٢} - ٤ س = ٥$ (كوِّن المعادلة التربيعية)

$س^{٢} - ٤ س - ٥ = ٠$ (ضع المعادلة في الصورة العامّة)

(س + ١) (س − ٥) = ٠ (حلِّل)

إمّا (س + ١) = ٠ أو (س − ٥) = ٠

س = −١ س = ٥

العدد الحقيقي هو −١ أو ٥

تذكَّر

بفرض أنّ س عدد حقيقي ، فإنّ :

ضعفه هو ٢ س

مربّعه هو $س^{٢}$

ثلاثة أمثاله هو ٣ س

مثال (٥) :

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع :

$س^{٢} + ٤س + ٢ = ٠$

الحلّ :

$س^{٢} + ٤س + ٤ - ٤ + ٢ = ٠$ (أكمِل إلى مربّع كامل)

$(س + ٢)^{٢} - ٢ = ٠$ (حلِّل الفرق بين مربّعَين)

$(س + ٢ - \sqrt{٢}) (س + ٢ + \sqrt{٢}) = ٠$

إمّا $س + ٢ - \sqrt{٢} = ٠$ أو $س + ٢ + \sqrt{٢} =$

$س = -٢ + \sqrt{٢}$ $س = -٢ - \sqrt{٢}$

∴ مجموعة الحلّ = $\{ -٢ + \sqrt{٢} ، -٢ - \sqrt{٢} \}$

اِنتبِه

$\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = ٢$

دورك الآن

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع :

$س^{٢} + ٦ س - ٢ = ٠$

الحلّ :

$س^{٢} + ٦ س + ..٩.. - ..٩.. - ٢ = ٠$

$(س + ..٣..)^{٢} - ..١١.. = ٠$

$(س + ٣ - ..\sqrt{١١}..) (س + ٣ + ..\sqrt{١١}..) = ٠$

إمّا س + ٣ − √١١ = ٠ أو س + ٣ + √١١ = ٠

س = − ٣ + √١١ س = − ٣ − √١١

∴ مجموعة الحلّ = { − ٣ + √١١ ، − ٣ − √١١ }

تمارين ذاتية :

١ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) (س − ٣) (٢ س + ١) = ٠

س − ٣ = ٠ | ٢ س + ١ = ٠

س = ٣ | س = − ١/٢

∴ مجموعة الحل = { ٣ ، − ١/٢ }

(ب) ص² − ٣٦ = ٠

(ص − ٦) (ص + ٦) = ٠

∴ ص = ± ٦

∴ مجموعة الحل = { ٦ ، − ٦ }

(ج) ص² − ١٠ ص − ١١ = ٠

(ص − ١١) (ص + ١) = ٠

ص = ١١ ، ص = − ١

مجموعة = { ١١ ، − ١ }

(د) ن² − ٦ ن + ٩ = ٠

(ن − ٣) (ن − ٣) = ٠

ن = ٣

مجموعة الحل = { ٣ }

(هـ) ك² + ٧ ك + ١٢ = ٠

(ك + ٣) (ك + ٤) = ٠

ك + ٣ = ٠ | ك + ٤ = ٠

ك = − ٣ | ك = − ٤

مجموعة الحل = { − ٣ ، − ٤ }

(و) ل² = ٧ ل

ل² − ٧ ل = ٠

ل (ل − ٧) = ٠

ل = ٠ ، ل = ٧

مجموعة الحل = { ٠ ، ٧ }

(ز) ٣ ن² + ن − ١٠ = ٠

(٣ ن − ٥) (ن + ٢) = ٠

٣ ن − ٥ = ٠ | ن + ٢ = ٠

ن = ٥/٣ | ن = − ٢

مجموعة الحل = { ٥/٣ ، − ٢ }

(ح) ٧ س² − ١٢ س − ٨ = ٥ س² − ٦ س

٧ س² − ١٢ س − ٨ − ٥ س² + ٦ س = ٠

٢ س² − ٦ س − ٨ = ٠

٢ (س² − ٣ س − ٤) = ٠

٢ (س − ٤) (س + ١) = ٠ ، مجموعة الحل = { ٤ ، − ١ }

(ط) ٢ ص² = ١٥ ص − ١٨

٢ ص² − ١٥ ص + ١٨ = ٠

(٢ ص − ٣) (ص − ٦) = ٠

ص = ٣/٢ ، ص = ٦

مجموعة الحل = { ٣/٢ ، ٦ }

(ي) س (س + ١) = ٢

س² + س − ٢ = ٠

(س − ١) (س + ٢) = ٠

س = ١ ، س = − ٢

مجموعة الحل = { ١ ، − ٢ }

ك $(س + 3)^2 - 49 = 0$

$[(س+3)-7][(س+3)+7] = 0$

$(س-4)(س+10) = 0$

$س = 4$ ، $س = -10$

مجموعة الحل $= \{4، -10\}$

ل $9م^2 = 12م - 4$

$9م^2 - 12م + 4 = 0$

$(3م - 2)^2 = 0$

$\therefore 3م - 2 = 0$ $\therefore م = \frac{2}{3}$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{\frac{2}{3}\}$

٢ أوجِد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع : $س^2 - 2س - 4 = 0$

مربع نصف معامل $س = (\frac{-2}{2})^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore س^2 - 2س + 1 - 1 - 4 = 0$

$(س-1)^2 - 5 = 0$ ، $[(س-1) - \sqrt{5}][(س-1) + \sqrt{5}] = 0$

$\therefore س = 1 + \sqrt{5}$ ، $س = 1 - \sqrt{5}$ $\therefore$ مجموعة الحل $= \{1+\sqrt{5}، 1-\sqrt{5}\}$

٣ يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعّب أبعاده :
٤ سم ، (س + ٢) سم ، (س + ٢) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم^3 . أوجِد قيمة س .

$4 \times (س+2) \times (س+2) = 100$

$4(س+2)^2 = 100$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$2(س+2) = \pm 10$

إما $2(س+2) = 10$ أو $2(س+2) = -10$

$س + 2 = 5$ $س + 2 = -5$

$س = 3$ $س = -7$

$\therefore$ قيمة $س$ هي 3 ✓ مرفوض لأنه سالب

٤ لدى مخزن أحد المصانع أرضية مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ مترًا عن عرضها ، وكانت مساحتها ٣٠٠ م^2 . أوجِد بعدَي أرضية المخزن .

نفرض أن طول المستطيل $= س$ $\therefore$ عرض المستطيل $= س - 20$

$\therefore$ مساحة المستطيل = الطول × العرض

$\therefore س(س - 20) = 300$

$س^2 - 20س - 300 = 0$

$(س - 30)(س + 10) = 0$

$\therefore س = 30$ ، $س = -10$ مرفوض لأنه الطول دائمًا موجبًا

$\therefore$ العرض $= س - 20 = 30 - 20 = 10$

$\therefore$ بعدى أرضية المخزن هما 30 ، 10

٥ ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربّعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤ ؟

نفرض أن العدد الحقيقي هو س

∴ ٥س − س² = ٤

∴ ٥س − س² − ٤ = ٠ اضرب ف (−١)

∴ −٥س + س² + ٤ = ٠ وإعادة الترتيب

س² − ٥س + ٤ = ٠

∴ (س − ٤)(س − ١) = ٠ ∴ العدد الحقيقي هو ٤ أو ١

مهارات تفكير عليا :

٦ أوجِد مجموعة حلّ المعادلة ، حيث س ∈ ح

(س + ٥)² + ٥(س + ٥) + ٤ = ٠

نضع (س + ٥) = ص

∴ (ص)² + ٥(ص) + ٤ = ٠

ص² + ٥ص + ٤ = ٠

(ص + ٤)(ص + ١) = ٠

∴ ص + ٤ = ٠ | ص + ١ = ٠

(س + ٥) + ٤ = ٠ | (س + ٥) + ١ = ٠

س = −٩ | س = −٦

∴ مجموعة الحل = {−٩ ، −٦}

تقويم الوحدة التعليمية الثانية
Unit Two Assessment

أوّلًا : البنود المقالية

١ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} + ١٤ س + ٤٩$

$(س + ٧)^{٢}$

(ب) $١٢٥ + س^{٣}$

$(٥ + س)(٢٥ - ٥س + س^{٢})$

(ج) $٣٢ س^{٣} - ٤$

$٤(٨ - س^{٣})$

$٤(٢ - س)(٤ س^{٢} + ٢ س + ١)$

(د) $س^{٦} - \frac{٢٧}{٦٤} ص^{٣}$

$(س^{٢} - \frac{٣}{٤} ص)(س^{٤} + \frac{٣}{٤} س^{٢} ص + \frac{٩}{١٦} ص^{٢})$

(هـ) $س^{٢} + ٨ س + ٧$

$(س + ٧)(س + ١)$

(و) $س^{٢} - ٣ س - ١٨$

$(س - ٦)(س + ٣)$

(ز) $٢ س^{٢} - ١٤ س + ٢٤$

$٢(س^{٢} - ٧ س + ١٢)$

$٢(س - ٣)(س - ٤)$

(ح) $ص^{٤} + ١١ ص^{٣} + ٢٨ ص^{٢}$

$ص^{٢}(ص^{٢} + ١١ ص + ٢٨)$

$ص^{٢}(ص + ٤)(ص + ٧)$

(ط) $ب^{٢} - ٩ ب ك - ١٠ ك^{٢}$

$(ب - ١٠ ك)(ب + ك)$

ي) $٢س^{٢} - ٨س + ٦$

$٢(س^{٢} - ٤س + ٣)$

$٢(س - ٣)(س - ١)$

ك) $٦س^{٢} + ٢١س - ١٢$

$٣(٢س^{٢} + ٧س - ٤)$

$٣(٢س - ١)(س + ٤)$

ل) $١٢ل^{٢} + ١١ل م - ١٥م^{٢}$

$(٣ل + ٥م)(٤ل - ٣م)$

م) $٤س^{٢} + ٤س + ١$

$(٢س + ١)^{٢}$

ن) $٩س^{٢}ص - ٥٤س ص + ٨١ص$

$٩ص(س^{٢} - ٦س + ٩)$

$٩ص(س - ٣)^{٢}$

س) $س^{٣} + ٢س^{٢} - س - ٢$

$(س^{٣} + ٢س^{٢}) + (-س - ٢)$

$س^{٢}(س + ٢) - (س + ٢)$

$(س + ٢)(س^{٢} - ١)$

$(س + ٢)(س + ١)(س - ١)$

ص) $س ص^{٢} + ٢س^{٢} - ٣ص^{٣} - ٦س ص$

$(س ص^{٢} + ٢س^{٢}) + (-٣ص^{٣} - ٦س ص) \leftarrow س(ص^{٢} + ٢س) - ٣ص(ص^{٢} + ٢س)$

$\therefore (ص^{٢} + ٢س)(س - ٣ص)$

٢ حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

$س^{٢} - ٢س - ٣$

مربع نصف معامل $س = (\frac{-٢}{٢})^{٢} = (-١)^{٢} = ١$

$\therefore س^{٢} - ٢س + ١ - ١ - ٣ \leftarrow (س - ١)^{٢} - ٤$

$= [(س - ١) - ٢][(س - ١) + ٢] = (س - ٣)(س + ١)$

٣ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية :

(أ) $س^{٢} - ٦ س = ٠$

$س(س - ٦) = ٠$

إما $س = ٠$ أو $س = ٦$

مجموعة الحل $= \{٠، ٦\}$

(ب) $٩ص^{٢} - ١١ = ١٤$

$٩ص^{٢} - ٢٥ = ٠$

$(٣ص - ٥)(٣ص + ٥) = ٠$

إما $٣ص = ٥$ $\therefore ص = \frac{٥}{٣}$ أو $٣ص = -٥$ $\therefore ص = -\frac{٥}{٣}$

مجموعة الحل $= \{\frac{٥}{٣}، -\frac{٥}{٣}\}$

(ج) $س^{٢} - ٤ س = ٢١$

$س^{٢} - ٤ س - ٢١ = ٠$

$(س - ٧)(س + ٣) = ٠$

إما $س = ٧$ أو $س = -٣$

مجموعة الحل $= \{٧، -٣\}$

(د) $٩ن^{٢} + ١٢ ن + ٤ = ٠$

$(٣ن + ٢)^{٢} = ٠$

$٣ن + ٢ = ٠$ $\therefore ٣ن = -٢$ $\therefore ن = -\frac{٢}{٣}$

مجموعة الحل $= \{-\frac{٢}{٣}\}$

(هـ) $(س - ٧)^{٢} - ٨١ = ٠$

$[(س - ٧) - ٩][(س - ٧) + ٩] = ٠$

$(س - ١٦)(س + ٢) = ٠$

$\therefore س = ١٦$ ، $س = -٢$

مجموعة الحل $= \{١٦، -٢\}$

(و) $٩ س^{٢} - ٥ س = ٦ س^{٢} - ٣ س + ٥$

$٩س^{٢} - ٥س - ٦س^{٢} + ٣س - ٥ = ٠$

$٣س^{٢} - ٢س - ٥ = ٠$

$(٣س - ٥)(س + ١) = ٠$

$س = \frac{٥}{٣}$ ، $س = -١$ $\therefore$ مجموعة الحل $= \{-١، \frac{٥}{٣}\}$

(ز) س (س + ٢) = ٣

$س^2 + 2س - 3 = 0$

$(س + 3)(س - 1) = 0$

$س = -3 ، س = 1$

مجموعة الحل = $\{-3، 1\}$

(ح) $(3س - 2)^2 - س^2 = 0$

$[(3س - 2) - س][(3س - 2) + س] = 0$

$(2س - 2)(4س - 2) = 0$

$4(س - 1)(2س - 1) = 0$

$س = 1 ، س = \frac{1}{2}$ ∴ مجموعة الحل = $\{1، \frac{1}{2}\}$

٤ أوجِد مجموعة حلّ المعادلة في ح بطريقة إكمال المربّع :

$س^2 + 8س + 14 = 0$

مربع نصف معامل $س = (\frac{8}{2})^2 = 16$ ∴ $س^2 + 8س + 16 - 16 + 14 = 0$

$(س + 4)^2 - 2 = 0 ، [(س + 4) - \sqrt{2}][(س + 4) + \sqrt{2}]$

∴ مجموعة الحل = $\{-4 + \sqrt{2} ، -4 - \sqrt{2}\}$

٥ وظِّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة : $(61)^2$

$(60 + 1)^2$

$= 1 + 120 + 3600$

$= 3721$

ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود (١ - ١٠) ، ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $س^{٣} - \frac{١}{٢٧} = (س - \frac{١}{٣})(س^{٢} + \frac{١}{٣} س + \frac{١}{٩})$	أ	ب
٢ المقدار الثلاثي $س^{٢} + س + \frac{١}{٤}$ مربّع كامل	أ	ب
٣ $س^{٢} + س + ١ = (س + ١)^{٢}$	أ	ب
٤ مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} + ٣ س = ٠$ ، $س \in ح$ هي $\{٠ ، ٣\}$	أ	ب
٥ $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢}$	أ	ب
٦ إذا كان $٤ ص^{٢} + جـ ص + ٩$ مربّعًا كاملًا ، فإنّ إحدى قِيَم جـ هي ١٢	أ	ب
٧ إذا كان $٢ س^{٢} - س - ١٠ = ل (س + ٢)$ فإنّ $ل = (٢س - ٥)$	أ	ب
٨ $(س + ص)^{٣} = س^{٣} + ص^{٣}$	أ	ب
٩ $٠,٠٠١ + أ^{٣} = (٠,١ + أ)(أ^{٢} - ٠,١ أ + ٠,٠١)$	أ	ب
١٠ إذا كان $س - ص = ٥$ ، $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٦$ ، فإنّ $س^{٣} - ص^{٣} = ٣٠$	أ	ب

في البنود (١١ - ١٩) لكلّ بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة .

١١ إذا كان $أ^{٣} = ١٠$ ، $ب^{٣} = ٢$ ، فإنّ $(أ + ب)(أ^{٢} - أب + ب^{٢}) =$

[أ] -٨ [ب] ٨ [ج] ١٢ [د] ٢٠

١٢ $س(س - ٣) - ٣ س + ٩ =$

[أ] $(س - ٣)(س + ٣)$ [ب] $(س - ٣)^{٢}$

[ج] $(س - ٣)(س + ١)$ [د] $(س + ٣)^{٢}$

١٣ إذا كان ل + م = ٣ ، ل^{٣} + م^{٣} = ٥١ ، فإنّ ل^{٢} - ل م + م^{٢} =

أ ١٧ ب ٤٨ ج ٥٤ د ١٥٣

١٤ (س - ١)^{٢} - ٤ =

أ (س - ٢) (س + ١) ب (س + ٢) (س - ١)

ج (س - ١) (س + ٣) د (س + ١) (س - ٣)

١٥ إذا كان ٢ س^{٢} + م س - ٧ = (٢ س - ١) (س + ٧) ، فإنّ م =

أ -١٣ ب ١٣ ج ١٤ د ١٥

١٦ مجموعة حلّ المعادلة س (س - ١٢) = ١٣ في ح هي :

أ { ١٢ ، -١٣ } ب { ١ ، -١٣ }

ج { -١٢ ، ٠ } د { -١ ، ١٣ }

١٧ ص^{٤} + ٠,٠٢٧ ص =

أ ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} + ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

ب ص (ص - ٠,٣) (ص^{٢} - ٠,٣ ص - ٠,٠٩)

ج ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} - ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

د ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} - ٠,٦ ص + ٠,٠٩)

١٨ (س - ١)^{٣} + ١ =

أ س (س^{٢} - ٣س + ٣)

ب س (س^{٢} + ٣س + ٣)

ج س (س^{٢} + ٣س - ٣)

د س (س^{٢} - ٣س - ٣)

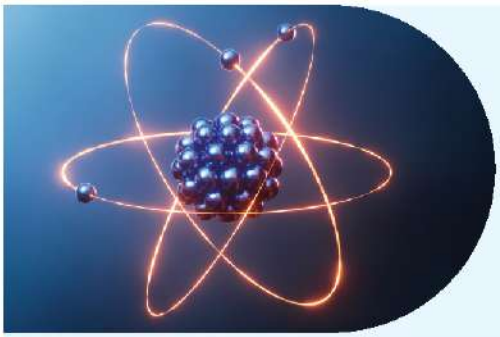
١٩ قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية س^{٢} - ٦ س + جـ مربّعًا كاملًا هي :

أ -٩ ب ٣ ج ٩ د ٣٦

في البنود (٢٠ - ٢٣) ، اِختر من القائمة (٢) ما يناسب كلّ بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)		القائمة (٢)
٢٠ ٦ س^{٢} - ١١ س + ٤ =	ج	أ (٣ س - ١) (س + ٢)
٢١ ٦ س^{٢} - ٥ س - ٤ =	د	ب ٣ (٣ س - ٢) (س + ١)
٢٢ ٩ س^{٢} + ٣ س - ٦ =	ب	ج (٢ س - ١) (٣ س - ٤)
٢٣ س (٣ س + ٥) - ٢ =	أ	د (٢ س + ١) (٣ س - ٤)
		هـ (٢ س - ١) (٣ س + ٤)

المشروع الأوّل:
الرياضيات والعلوم

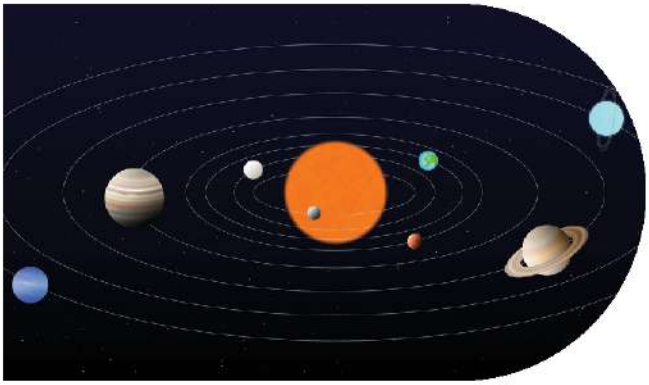


تُستخدم الصورة العلمية لكتابة الأعداد الكبيرة جدًّا أو الصغيرة جدًّا، ما يفيد في الكثير من المجالات العلمية والحياتية .

خطّة العمل :

توظّف كلّ مجموعة من المتعلّمين الصورة العلمية لكتابة الأعداد الكبيرة جدًّا أو الصغيرة جدًّا ، ثمّ ترتّبها ترتيبًا تصاعديًّا .

خطوات تنفيذ المشروع :



- إجمع البيانات وسجِّل ملاحظاتك .

قُم بجمع البيانات الآتية من الشبكة المعلوماتية (internet) أو بالبحث في الكتب العلمية:

(أ) حجم الميكروبات .
(ب) وزن ذرّة الأكسجين .
(ج) مساحة سطح الأرض .
(د) وزن حبّة الأرزّ .

- صمِّم جدولًا منظَّمًا بورقة جذّابة من ٣ أعمدة توضّح فيها دلالة كلّ عدد ورمز العدد بالصورة النظامية وصورته العلمية .
- رتِّب الأعداد تصاعديًّا أو تنازليًّا .

علاقات وتواصل:

تتبادل المجموعات الأوراق وتتأكّد من صحّة كتابة وترتيب الأعداد .

عرض العمل:

تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل.

المراجع

- الرياضيات ، الصف التاسع ، الطبعة الأولى ٢٠٢٤ - ٢٠٢٥ م ،
  وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف التاسع ، الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ - ٢٠٢٤ م ،
  وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .

مصادر بعض الصور

- صفحة ٩٨ : صورة لإطفاء بئر نفط – المصدر : وكالة الأنباء الكويتية (KUNA) ، وقت مراسم إطفاء آخر بئر بتاريخ ٦ نوفمبر ١٩٩١