دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2022/ 2023 م

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

15

السـؤال الأول :

(a) أوجد : $\frac{dy}{dx}$ حيث : $y = x + x^2y^5$

(7 درجات)

الحـل :

$\frac{1}{2}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dx} + d\frac{(x^2y^5)}{dx}$
2	$y' = 1 + y^5 \frac{d}{dx}(x^2) + x^2 \frac{d}{dx}(y^5)$
1 + 1	$y' = 1 + 2xy^5 + 5x^2y^4y'$
1	$y' - 5x^2y^4y' = 1 + 2xy^5$
$\frac{1}{2}$	$y'(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$
1	$y' = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$

تم التحميل من شبكة ياكويت التعليمية
Telegram:
ykuwait_net_home

تابـــع / السؤال الأول :

(b) أوجد : $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$ (8 درجات)

الحل :

1	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{1-cosx} \times \frac{1+cosx}{1+cosx} \right)$
	$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{(1-cosx)(1+cosx)} . (1+cosx)$
1	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{(1-cos^2x)} . (1+cosx) \right)$
1	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{sin^2x} . (1+cosx) \right)$
1	$= \lim_{x\to 0} \left(\left(\frac{x}{sinx}\right)^2 . (1+cosx) \right)$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x}{sinx}\right)^2 . \lim_{x\to 0} (1+cosx)$
1	$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{x}{sinx}\right)^2 . \lim_{x\to 0} (1+cosx)$
1	$= (1)^2 \times \left(\lim_{x\to 0} (1) + \lim_{x\to 0} cosx \right)$
1	$= 1 \times 2 = 2$

15

السـؤال الثـانـي :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 4$. أوجد كلاً مما يلي :

(a) النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

(c) القيم القصوى المحلية.

(8 درجات)

الحل :

(a) ∵ f دالة كثيرة حدود

∴ f متصلة وقابلة للإشتقاق عند كل $x \in R : x$,

نوجد النقاط الحرجة

1 $f'(x) = 3x^2 - 12$

1/2 $f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 12 = 0$

1/2 $3(x-2)(x+2) = 0 \rightarrow \quad x = 2 \ , x = -2$

1 ∴ النقاط الحرجة هي : $(-2,12) \ , (2,-20)$

(b) نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$		-2		2		∞
الفترات	$(-\infty,-2)$		$(-2,2)$		$(2,\infty)$		
2 إشارة f'	+ + +		− − −		+ + +		
سلوك الدالة f	متزايدة	↗	متناقصة	↘	متزايدة	↗	

1 نلاحظ من الجدول : الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty,-2)$ والفترة $(2,\infty)$

ومتناقصة على الفترة $(-2,2)$

1 (c) القيمة الصغرى المحلية عند $x = 2$ هي $f(2) = -20$.

1 و القيمة العظمى المحلية عند $x = -2$ هي $f(-2) = 12$.

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

تم التحميل من شبكة يا كويت التعليمية

شبكة يا كويت

Telegram: ykuwait_net_home

تابع : السـؤال الثاني :

(b) لتكن : $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$

(7 درجات)

الحـــل :

1	f دالة متصلة عند $x = -2$ ← (1)
2	$f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9$
1	$g(x) = \sqrt{x}$, متصلة عند كل $x \in R^+$
1	$\therefore$ g دالة متصلة عند $x = 9$
1	أي أن g دالة متصلة عند $x = f(-2)$ (2)
	من (1), (2) نجد أن :
1	(gof) متصلة عند $x = -2$

السـؤال الثـالث :

15

(a) أوجد فترات التقعر ونقطة الإنعطاف لمنحنى الدالة f :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

(7 درجات)

الحـل :

$\because f$ دالة كثيرة حدود

$\therefore f$ قابلة للاشتقاق على R

1 $\quad f'(x) = 6x^2 + 6x$

1 $\quad f''(x) = 12x + 6$

$$f''(x) = 0$$

$\frac{1}{2}$ $\quad 12x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{2}$

نكون جدول لدراسة إشارة f'' :

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	∞
$\frac{1}{2}$ الفترات		$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$
1 اشارة f''		$- - -$	$+ + +$
1 بيان الدالة f		مقعر لأسفل	مقعرلأعلى

$\frac{1}{2}$ بيان الدالة f مقعرا لأسفل على الفترة $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{2}$ بيان الدالة f مقعرا لأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

$\frac{1}{2}$ نقطة الإنعطاف هي : $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

تابع :السـؤال الثـالث :

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & : x\le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x>-1 \end{cases}$$

ادرس اتصال الدالة f على مجالها

(8 درجات)

الحل : مجال الدالة f هو : $D_f=(-\infty,-1]\cup(-1,\infty)=R$ ½

نفرض أن : $g(x)=x+3$ ½

g دالة كثيرة حدود متصلة على R ½

$\because f(x)=g(x) \quad \forall x\in(-\infty,-1]$ ½

$\therefore f$ دالة متصلة على $(-\infty,-1]$ (1) ½

نفرض أن : $h(x)=\dfrac{4}{x+3}$ ½

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x\in R-\{-3\}$ ½

$\because f(x)=h(x) \quad \forall x\in(-1,\infty)$ ½

$\therefore f$ دالة متصلة على $(-1,\infty)$ (2) 1

ندرس اتصال الدالة f عند $x=-1$ من جهة اليمين .

$f(-1)=2$ ½

حيث نهاية المقام $\neq 0$ ، $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{4}{x+3}=2$ 1

$\because f(-1)=\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ ½

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x=-1$ من جهة اليمين (3) ½

من (1), (2), (3)

$\therefore$ الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty,\infty)$ ½

$\therefore f$ متصلة على R

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

تم التحميل من شبكة يا كويت التعليمية
شبكة يا كويت
Telegram: ykuwait_net_home

السـؤال الرابـع :

15

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند النقطة $(2\ ,1)$

(8 درجات)

الحل :

1	$f'(x) = \frac{(4+x^2)(8)' - (8)(4+x^2)'}{(4+x^2)^2}$
1 + 1	$f'(x) = \frac{(4+x^2)(0) - (8)(2x)}{(4+x^2)^2}$
1	$f'(x) = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$
$1/2 + 1/2$	$f'(2) = \frac{-16 \times 2}{(4+4)^2} = \frac{-32}{64} = -\frac{1}{2}$
$1/2$	$\therefore$ ميل المماس يساوي $-\frac{1}{2}$
$1/2$	معادلة خط المماس $y - f(a) = f'(a)(x-a)$
$1\ 1/2$	$y - 1 = -\frac{1}{2}(x-2)$
$1/2$	$y = -\frac{1}{2}x + 2$

تـابــع / الســؤال الرابـع :

(b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16 باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ .

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

(3) فسر فترة الثقة .

(7 درجات)

الحل :

حجم العينة : $n = 36$ ، المتوسط الحسابي : $\bar{x} = 60$

التباين : $S^2 = 16$ ، الإنحراف المعياري : $S = 4$

(1) ∵ مستوى الثقة 95% — ½

$\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ — 1

∵ σ^2 غير معلوم , $n > 30$ — 1

$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$ — ½

$= 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{36}}$ — 1

$= 1.3066$ — ½

∴ هامش الخطأ $\approx$ 1.3067 — ½

(2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$ — ½

$(60 - 1.3067 , 60 + 1.3067)$ — ½

$(58.6933 , 61.3067)$ — ½

(3) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه $(n = 36)$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ — 1

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$

---

(2) الدالة $f : f(x) = x|x|$ غير قابلة للإشتقاق $\forall x \in R$.

---

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$ فإن لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c, f(c))$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح
ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(4) $\lim_{x\to 0} \frac{tan\,2x}{sinx}$ يساوي :

(a) 0 (b) ∞ (c) -2 (d) 2

---

(5) لتكن الدالة g : $g(x) = \begin{cases} x+1 & : x > a \\ 3-x & : x \le a \end{cases}$, متصلة عند $x = a$

$a \in Z$ فإن a تساوي :

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -1

---

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x\to -2}(x^2 + f(x)) = 7$

فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(7) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (b) $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(c) $-8\,(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (d) $-64\,(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

---

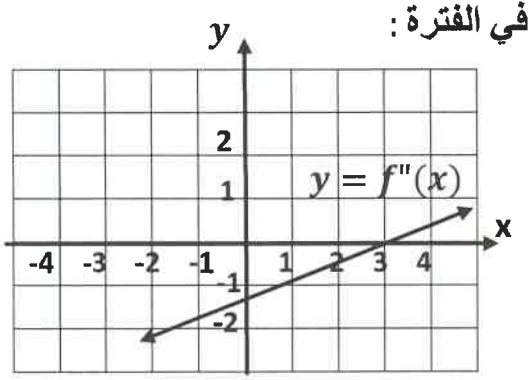
(8) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5sinx$ فإن y' تساوي :

(a) $\frac{1}{x^2} + 5cosx$ (b) $-\frac{1}{x^2} - 5cosx$

(c) $\frac{1}{x^2} - 5cosx$ (d) $-\frac{1}{x^2} + 5cosx$

---

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى الدالة f مقعراً للأسفل في الفترة :



(a) $(-1, 4]$ (b) $(3, \infty)$

(c) $(-\infty, 3)$ (d) $(3, 5)$

---

(10) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a) 6 cm , 6 cm (b) 12 cm , 3 cm

(c) 9 cm , 4 cm (d) 18 cm , 2 cm

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(3)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(5)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(6)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(9)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(10)	**(a)**	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة

10

الدرجة: .....

تم التحميل من شبكة ياكويت التعليمية

Telegram:
ykuwait_net_home