

# الباقوري

نظمي

## الأحصاء

للمصف الثاني عشر أدبي

الأستاذ محمد الباقوري

**مثال :** من تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وليكن المتغير العشوائي س يعبر عن عدد الصور . أوجد ما يلي :

( أ ) فضاء العينة .

( ب ) مدي المتغير العشوائي س .

( ج ) نوع المتغير العشوائي س .

- الحل -

**مثال:** في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين اذا كان المتغير العشوائي  $S$  يعبر عن عدد الصور فأوجد :

( أ ) فضاء العينة .

( ب ) مدي المتغير العشوائي  $S$  .

( ج ) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر فضاء العينة  $F$  .

( د ) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$  .

■ الحل -

**مثال:** إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي :

س	١-	٠	١	٢	٣
د (س)	٠ ، ١	٠ ، ٣	ك	٠ ، ٢	٠ ، ٣

فأوجد قيمة ك .

---



---



---



---

**مثال:** إذا كان س متغيرا عشوائيا متقطعا مداه هو: { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } وكان د(١) = ٠ ، ١ ، د(٣) = ٤ ، ٠ ، د(٤) = ٢ ، ٠ ، فأوجد د(٢) ، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س .

■ الحل -


**مثال:** صندوق يحتوي علي ١٠ كرات متماثلة منها ٧ كرات بيضاء و ٣ كرات حمراء .  
سحبت عشوائيا ٣ كرات معا من الصندوق . إذا كان المتغير العشوائي  $S$  يمثل عدد الكرات  
البيضاء ، فأوجد ما يلي :

( أ ) عدد عناصر فضاء العينة ( ف ) .

( ب ) مدي المتغير العشوائي  $S$  .

( ج ) احتمال كل عنصر من عناصر مدي المتغير العشوائي  $S$  .

( د ) دالة التوزيع الاحتمالي  $D$  للمتغير العشوائي  $S$  .

- الحل -

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س هي :

فأوجد التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي س .

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

إذا كان فضاء العينة لأربع أسر لديها طفلان كالتالي:

ف = {(ولد ، ولد)، (ولد، بنت)، (بنت، ولد)، (بنت، بنت)} فأوجد :

- (أ) مدي المتغير العشوائي المتقطع س الذي يعبر عن عدد الاولاد .
- (ب) احتمال كل عنصر من عناصر مدي المتغير العشوائي س .
- (ج) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س .
- (د) التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي س .

الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س .

س	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,١

أوجد : (أ) التوقع (  $\mu$  )

( ب ) التباين (  $\sigma^2$  )

( ج ) الانحراف المعياري (  $\sigma$  )

الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س .

س	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,٢	٠,١	٠,٣	٠,١	٠,٣

أوجد : (أ) التوقع (  $\mu$  )

( ب ) التباين (  $\sigma^2$  )

( ج ) الانحراف المعياري (  $\sigma$  )

مستر محمد الباقوري

الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س .

س	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,٤٣	٠,٢٩	٠,١٧	٠,٠٩	٠,٠٢

أوجد : ت(١) ، ت(٣،٥) ، ت(٤) ، ت(٥)

الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع  
س .

س	١-	٣	٥	٧
د(س)	٠،١	٠،٤٥	٠،٧	١

أوجد :

(أ) ل  $(١- > س > ٥)$

(ب) ل  $(٣ \geq س > ٧)$

(ت) ل  $(س < ٣)$





- إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً ذو حدين معلمتيه هما  $n = 8$  ،

$l = 2$  ، . فأوجد : (أ)  $l(s = 2)$  ، (ب)  $l(2 \leq s < 4)$

**الحل**

- إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً ذو حدين معلمتيه هما  $n = 10$  ،

$l = 5$  ، . فأوجد : (أ)  $l(s = \text{صفر})$  ، (ب)  $l(2 < s \leq 4)$

**الحل**

في تجربة القاء قطعة نقود 10 مرات متتالية ، احسب احتمال ظهور كتابة 4 مرات

الحل

عند إلقاء حجر نرد منتظم ٧ مرات متتالية ، أوجد :

( أ ) احتمال ظهور العدد ٢ خمس مرات .

( ب ) احتمال ظهور العدد ٢ مرة واحدة علي الأقل .

( ج ) احتمال ظهور العدد ٢ مرة واحدة علي الأكثر .

الحل

قوانين توزيع ذات الحدين

التوقع  $\mu = n \cdot l$

التباين  $\sigma^2 = n \cdot l \cdot (1 - l)$

الانحراف المعياري  $\sigma = \sqrt{\text{التباين}}$

**مثال** : ينتج مصنع سيارات ٣٥٠ سيارة يوميا ، إذا كانت نسبة السيارات المعيبة ٠.٢ ، .  
فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد .

الحل

الأستاذ محمد الباقوري

**مثال :** في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات . أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي  $X$  هو ظهور صورة .

**الحل**

**مثال :** إذا رمينا قطعة نقود معدنية متماثلة 12 مرة .

(أ) احسب احتمال الحصول على صورة 7 مرات .

(ب) أوجد التوقع والتباين .

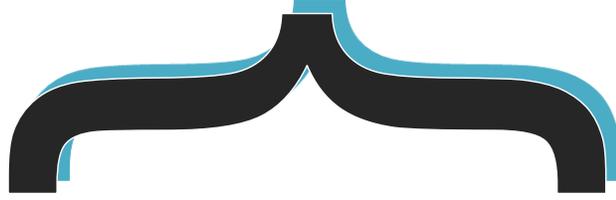
**الحل**

**مثال :** 70 % من زبائن مطعم ما أفادو بأن الطعام قد أعجبهم وسيقصدونه مرة أخرى من بين 100 زبون ، أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري .

### الحل

في أحد مصانع الاطارات تبين أن 5 % من الأطنارات غير صالحة للاستعمال . إذا سحبنا 10 إطارات ، فأوجد التوقع والتباين للاطارات غير الصالحة

# المتغيرات العشوائية تنقسم إلى



متغيرات عشوائية متقطعة      متغيرات عشوائية متصلة

حدد ما إذا كانت المتغيرات العشوائية التالية متصلة أو متقطعة :

- ( أ ) الزمن ( بالثواني ) الذي يتطلبه حاسوب ليفتح ملف ما .
- ( ب ) المعدل السنوي للأمطار في بلد معين .
- ( ج ) الزمن المستغرق لرحلة طائرة من بلد معين إلى بلد آخر .
- ( د ) سعر صحيفة الوقود .
- ( هـ ) عدد الأحرف في أي كلمة .

إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$0 \leq S \leq 2 : \frac{1}{2}$$

د ( س ) = صفر : في ما عدا ذلك

فأوجد :

$$( ب ) ل ( س \leq 0.2 )$$

$$( أ ) ل ( 2 \leq س \leq 4 )$$

الحل

إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$0 \leq s \leq 5 : \frac{1}{5}$$

صفر : في ما عدا ذلك } د (  $s$  ) =  
فأوجد :

(ب) ل (  $s = 3$  )

(أ) ل (  $0 \leq s \leq 5$  )

(د) ل (  $s < 2$  )

(ج) ل (  $s \geq 2$  )

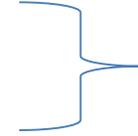
- الحل -



إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا دالة كثافته الاحتمال له هي :

$$s \geq 0 : \frac{1}{2}$$

صفر : في ما عدا ذلك



$d(s) =$

أوجد :

(ج) ل (  $s = 1$  )

(ب) ل (  $s \leq 1$  )

(أ) ل (  $s > 1$  )

- الحل -

لتكن الدالة د :  $\frac{1}{6}$  :  $1 - s \geq 5$  }  
 د (س) = صفر : في ما عدا ذلك

( أ ) أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال .

( ب ) أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم .

( ج ) أوجد ل (  $0 < s < 3$  )

( د ) أوجد التوقع والتباين للدالة د .

- الحل -

- الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم :
- د (س) =  $\frac{1}{3}$  :  $0 \leq s \leq 3$   
 صفر : في ما عدا ذلك
- ( أ ) أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة .
- ( ب ) أوجد ل (  $1 \leq s \leq 2$  ) .
- ( ج ) أوجد التوقع والتباين .

- الحل -

- إذا كان  $Q$  يتبع التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي  $S$  فأوجد :

(أ)  $P(Q \geq 1.6, 2)$       (ب)  $P(Q \leq 0.51, 2)$       (ج)  $P(Q \geq 1, 0.5, 2, 4)$

(د)  $P(Q \geq 0.95, 0)$       (هـ)  $P(Q < 0.71, 0)$       (و)  $P(Q \geq 1, 0.45, 3, 26)$

- الحل -

إذا كان  $Q$  يتبع التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي  $S$  فأوجد :

(أ)  $P(Q \geq 2, 16)$       (ب)  $P(-1, 7 \leq Q \leq 2, 58)$       (ج)  $P(-1, 23 \leq Q \leq 0, 68)$

الحل

يمثل المتغير العشوائي  $S$  درجات الطلاب في إحدى المواد الدراسية ، إذا كان توزيع درجاته يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه  $\mu = 50$  وانحرافه المعياري  $\sigma = 10$  فأوجد :

$$(ب) \text{ ل } (S \geq 55)$$

$$(أ) \text{ ل } (40 < S < 76)$$

- الحل -

99612588

الاستاذ محمد الباقوري



٩٩٦١٢٥٨٨

الأستاذ محمد الباقوري

متغير عشوائي متصل س يتبع توزيعا طبيعيا ، التوقع  $\mu = 37$  ، وتباينه  $\sigma^2 = 16$  ، أوجد :

(أ) ل (  $30 < \text{س} < 35$  ) (ب) ل (  $35 > \text{س} > 40$  ) (ج) ل (  $\text{س} < 30$  )

- الحـل -

يمثل المتغيرس الزمن الذي يستغرقه أحد الطلاب للوصول إلى المدرسة وهو متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي توقعه  $\mu = 15$  والتباين  $\sigma^2 = 9$  . احسب احتمال وصوله ب :

( أ ) أقل من ١٨ دقيقة . ( ب ) أكثر من ١٨ دقيقة . ( ج ) أكثر من ١٢ دقيقة وأقل من ١٥ دقيقة

— الحل —

## المتباينات والبرمجة الخطية

أوجد مجموعة حل المتباينات التالية ومثل مجموعة الحل علي خط الأعداد الحقيقية .

$$(ج) \quad ١٣ - ٥س > ٨$$

$$(ب) \quad ١١ - ٣س > ٤$$

$$(أ) \quad ٣ + س \leq ٧$$

- الحل -



بين أي من النقاط التالية : أ ( ٢ ، ١ ) ، ب ( ٧ ، ٠ ) ، ج ( -١ ، ٢ ) . تحقق المتباينة :

$$٣س + ٥ص ≥ ١٢$$

- الحل -

ارسم خط الحدود لكل متباينة :

(ب)  $3س + 2ص \geq 18$

- الحل -

		س
		ص


(أ)  $ص + س < 5$

- الحل -

		س
		ص


(د)  $س - ص - 2 > 0$

- الحل -

		س
		ص

(ج)  $ص \leq 3 - 2س$

- الحل -

		س
		ص



(ب) س - ٣ ص  $\geq 6$ 

		س
		ص


مثل بيانيا منطقه الحل لكل متباينة :

(أ) س + ٣ ص  $< 3$ 

		س
		ص


مثل بيانيا منطقه الحل المشترك للمتباينتين :

$$5س + 2ص \leq 10$$

$$س + 3ص >$$

- الحل -

		س
		ص

		س
		ص


الأستاذ محمد الباقوري 99612588

مثال : مثل بيانيا منطقة الحل المشترك للمتباينات التالية :

$$س + ص \geq 2 \quad , \quad س - ص \leq 3 \quad , \quad ص \leq 0$$

- الحل



## تدريب

**أولاً:** مثل بيانيا منطقة الحل المشترك للمتباينتين

- (أ)  $s + 2v \leq 4$  ،  $v - s \geq 1$   
 (ب)  $v < s + 2$  ،  $v - s \geq 1$   
 (ج)  $v \geq s + 3$  ،  $v \leq s + 2$   
 (د)  $s - 2v > 3$  ،  $2s + v < 8$   
 (هـ)  $v > s - 3$  ،  $v \leq s - 4$   
 (و)  $s - 2v + 1 < 1$  ،  $v < s$

**ثانياً:** مثل بيانيا "منطقة الحل المشترك للمتباينات التالية:

- (أ)  $s + v \geq 2$  ،  $s - v < 1$  ،  $2s + 3v > 6$   
 (ب)  $s \leq v$  ،  $2s + v \geq 2$  ،  $v + 1 > 3$   
 (ج)  $s + v \leq 3$  ،  $s - v \geq 4$  ،  $v \geq 0$

**الأستاذ محمد الباقوري**

## البرمجة الخطية

مثال : أوجد بيانيا مجموعة حل المتباينات التالية :

$$س \leq 0 ، ص \leq 0 ، س + 2ص \geq 6 ، 3س + 2ص \geq 12$$

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم ( س ، ص ) التي تجعل دالة الهدف ه أكبر ما يمكن  
حيث ه = 6س + 4ص

- الحل -

		س
		ص

		س
		ص


**مثال:** أوجد بيانيا مجموعة حل المتباينات التالية :

$$س \leq ٠ ، ص \leq ٠ ، س + ص \geq ٥ ، س + ٢ص \geq ٨$$

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم ( س ، ص ) التي تجعل دالة الهدف ه أصغرا ما يمكن ، حيث ه = س + ٣ص

**- الحل -**

		س
		ص

		س
		ص


الأستاذ محمد الباقوري

تمارين متنوعة

( ١ ) أوجد بيانيا مجموعة حل المتباينات التالية :

$$س \leq ٠ ، ص \leq ٠ ، ٣س + ٢ص \geq ٦ ، ٢س + ٣ص \geq ٦$$

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم ( س ، ص ) التي تجعل دالة الهدف ه أصغرها يمكن ، حيث ه = ٣س + ٤ص .

( ٢ ) أوجد بيانيا مجموعة حل المتباينات التالية :

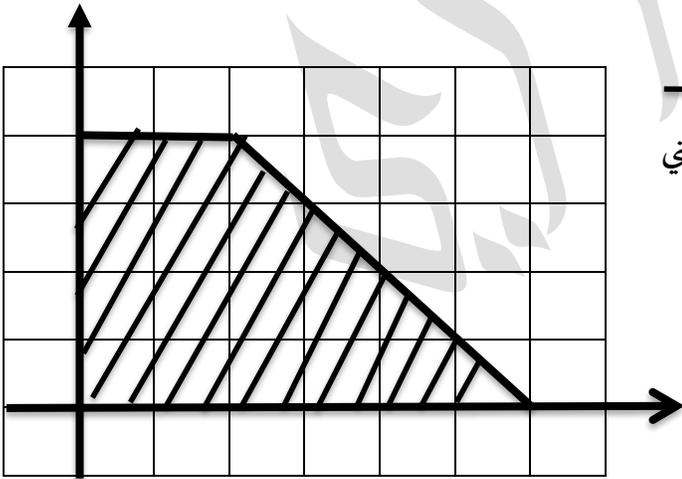
$$س \leq ٠ ، ص \leq ٠ ، ٤س + ٢ص \geq ٤ ، ٢س + ٤ص \geq ٤$$

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم ( س ، ص ) التي تجعل دالة الهدف ه أكبرها يمكن حيث ه = ٣س + ص

( ٣ ) أوجد بيانيا مجموعة حل المتباينات التالية :

$$س \leq ٠ ، ص \leq ٠ ، ٥س + ص \geq ٥ ، ٤س + ص \geq ٨$$

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم ( س ، ص ) التي تجعل دالة الهدف ه اصغرها يمكن حيث ه = ٣س + ص



( ٤ ) في الشكل المقابل : أوجد قيم ( س ، ص ) التي

تجعل دالة الهدف ه قيمة عظمي أو قيمة صغري

حيث : داله الهدف ه = ٦س + ٢ص

