وزارة التربية

كويت جديدة
NEWKUWAIT

الرياضيات

كتاب الطالب

الصفّ الحادي عشر أدبي
الفصل الدراسي الأوّل
١١

الطبعة الثانية

وزارة التربية

الرياضيات

الصفّ الحادي عشر أدبي
الفصل الدراسي الأول

كتاب الطالب

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ. حصة يونس محمد علي

أ. فتحية محمود أبو زور

الطبعة الثانية

١٤٤١ - ١٤٤٢ هـ

٢٠٢٠ - ٢٠٢١ م

الطبعة الأولى ٢٠١٣م
الطبعة الثانية ٢٠١٥-٢٠١٦م
٢٠١٧-٢٠١٨م
٢٠٢٠-٢٠٢١م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف الحادي عشر أدبي
أ. فتحي محمد عبد الفتاح (رئيسًا)
أ. محمد بدر حاتم محمد
أ. إقبال محمد البحراني
أ. مها زايد مطلق العنزي
أ. رضية جواد حسين النصر
أ. محمد عبدالله الحمد المجرن

دار التَّربَويّون House of Education ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٣م

الكتاب كاملًا

شاركنا بتقييم مناهجنا

ذات السلاسل - الكويت
أودع بمكتبة الوزارة تحت رقم (٥٣) بتاريخ ٢٠١٥/٥/١٠م

حضرة صاحب السمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح
أمير دولة الكويت

H.H. Sheikh Nawaf AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah
The Amir Of The State Of Kuwait

سمو الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح
ولي عهد دولة الكويت
H.H. Sheikh Meshal AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah
The Crown Prince Of The State Of Kuwait

مقدمـــة

الحمدلله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين، محمد بن عبدالله وصحبه أجمعين.

عندما شرعت وزارة التربية في عملية تطوير المناهج، استندت في ذلك إلى جملة من الأسس والمرتكزات العلمية والفنية والمهنية، حيث راعت متطلبات الدولة وارتباط ذلك بسوق العمل، وحاجات المتعلمين والتطور المعرفي والعلمي، بالإضافة إلى جملة من التحديات التي تمثلت بالتحدي القيمي والاجتماعي والاقتصادي والتكنولوجي وغيرها، وإن كنا ندرك أن هذه الجوانب لها صلة وثيقة بالنظام التعليمي بشكل عام وليس المناهج بشكل خاص.

ومما يجب التأكيد عليه، أن المنهج عبارة عن كم الخبرات التربوية والتعليمية التي تُقدم للمتعلم، وهذا يرتبط أيضًا بعمليات التخطط والتنفيذ، والتي في محصلتها النهائية تأتي لتحقيق الأهداف التربوية، وعليه أصبحت عملية بناء المناهج الدراسية من أهم مكونات النظام التعليمي، لأنها تأتي في جانبين مهمين لقياس كفاءة النظام التعليمي، فهي من جهة تمثل أحد المدخلات الأساسية ومقياسًا أو معيارًا من معايير كفاءته من جهة أخرى، عدا أن المناهج تدخل في عملية إنماء شخصية المتعلم في جميع جوانبها الجسمية والعقلية والوجدانية والروحية والاجتماعية.

من جانب آخر، فنحن في قطاع البحوث التربوية والمناهج، عندما نبدأ في عملية تطوير المناهج الدراسية، ننطلق من كل الأسس والمرتكزات التي سبق ذكرها، بل إننا نراها محفزات واقعية تدفعنا لبذل قصارى جهدنا والمضي قدمًا في البحث في المستجدات التربوية سواء في شكل المناهج أم في مضامينها، وهذا ما قام به القطاع خلال السنوات الماضية، حيث البحث عن أفضل ما توصلت إليه عملية صناعة المناهج الدراسية، ومن ثم إعدادها وتأليفها وفق معايير عالمية استعدادًا لتطبيقها في البيئة التعليمية.

ولقد كانت مناهج العلوم والرياضيات من أول المناهج التي بدأنا بها عملية التطوير، إيمانًا بأهميتها وانطلاقًا من أنها ذات صفة عالمية، مع الأخذ بالحسبان خصوصية المجتمع الكويتي وبيئته المحلية. وعندما أدركنا أنها تتضمن جوانب عملية التعلم ونعني بذلك المعرفة والقيم والمهارات، قمنا بدراستها وجعلها تتوافق مع نظام التعليم في دولة الكويت، مركزين ليس فقط على الكتاب المقرر ولكن شمل ذلك طرائق وأساليب التدريس والبيئة التعليمية ودور المتعلم، مؤكدين على أهمية التكامل بين الجوانب العلمية والتطبيقية حتى تكون ذات طبيعة وظيفية مرتبطة بحياة المتعلم.

وفي ضوء ما سبق من معطيات وغيرها من الجوانب ذات الصفة التعليمية والتربوية تم اختيار سلسلة مناهج العلوم والرياضيات التي أكملناها بشكل ووقت مناسبين، ولنحقق نقلة نوعية في مناهج تلك المواد. وهذا كله تزامن مع عملية التقويم والقياس للأثر الذي تركته تلك المناهج، ومن ثم عمليات التعديل التي طرأت أثناء وبعد تنفيذها، مع التأكيد على الاستمرار في القياس المستمر والمتابعة الدائمة حتى تكون مناهجنا أكثر تفاعلية.

د. سعود هلال الحربي

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

المحتوَياتُ

الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية ١٠

١-١ الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها ١٢

(١-١-أ) الجذور والتعبيرات الجذرية ١٢

(١-١-ب) تبسيط التعبيرات الجذرية ١٣

(١-١-جـ) جمع وطرح التعبيرات الجذرية ١٤

(١-١-د) ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية ١٧

(١-١-هـ) المرافق واستخدامه ٢٠

١-٢ الأسس النسبية وخواصها ٢٤

(١-٢-أ) الأسس النسبية ٢٤

(١-٢-ب) خواص الأسس النسبية ٢٩

الوحدة الثانية: أنواع العينات ٣٦

٢-١ المجتمع الإحصائي ٣٨

(٢-١-أ) جمع البيانات ٤٠

(٢-١-ب) أنواع البيانات وطرائق جمعها ٤١

٢-٢ العينات ٤٥

(٢-٢-أ) العينة العشوائية البسيطة ٤٥

(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية ٤٧

(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة ٤٩

٢-٣ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب ٥٢

الوحدة الثالثة: أساليب عرض البيانات ٦٨

٣-١ عرض وتمثيل البيانات ٧٠

(٣-١-أ) الجدول التكراري النسبي والمئوي ٧١

(٣-١-ب) التمثيل البياني للبيانات ٧٢

(٣-١-ب-١) تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية ٧٢

(٣-١-ب-٢) تمثيل البيانات باستخدام المدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري ٧٣

(٣-١-ب-٣) المضلع التكراري المتجمع الصاعد - المضلع التكراري المتجمع النازل ٧٦

(٣-١-ب-٤) تمثيل البيانات باستخدام الخط المنكسر ٧٨

٣-٢ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب ٨٢

الوحدة الأولى

الأعداد الحقيقية
Real Numbers

مشروع الوحدة: العلاقة بين الهندسة والأعداد الحقيقية

١ مقدمة المشروع: أثناء العمل على هذا المشروع سوف ترسم مثلثات قائمة الزاوية بمعلومية طول كل من ضلعي الزاوية القائمة، ثم تطبق قانون فيثاغورث لإيجاد طول الوتر.

٢ الهدف: إيجاد قيمة $\sqrt{٢}$، $\sqrt{٣}$، $\sqrt{٥}$ دون استخدام الآلة الحاسبة.

٣ اللوازم: مسطرة، فرجار، زاوية قائمة.

٤ أسئلة حول التطبيق:

أ ارسم مثلثًا قائم الزاوية، متطابق الضلعين، طول كل من ضلعي زاويته القائمة ١ سم.

- أوجد طول الوتر بتطبيق قانون فيثاغورث، ثم باستخدام المسطرة ماذا تستنتج؟
- $\sqrt{٢} \simeq$ ...

ب ارسم مثلثًا قائم الزاوية، طول ضلعي الزاوية القائمة ١ سم، $\sqrt{٢}$ سم.

- أوجد طول الوتر بتطبيق قانون فيثاغورث، ثم باستخدام المسطرة ماذا تستنتج؟
- $\sqrt{٣} \simeq$ ...

جـ بالطريقة نفسها أوجد قيمة $\sqrt{٤}$ ، $\sqrt{٥}$، ...

٥ التقرير: ضع تقريرًا مفصلًا تبين فيه كيف استخدمت الهندسة لإيجاد قيمة تقريبية لـ $\sqrt{٢}$ و $\sqrt{٣}$ ، ... ثم ضع ملصقًا يبيّن الأشكال التي رسمتها.

دروس الوحدة

١-١ الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها	١-٢ الأسس النسبية وخواصها
(١-١-أ) الجذور والتعبيرات الجذرية	(١-٢-أ) الأسس النسبية
(١-١-ب) تبسيط التعبيرات الجذرية	(١-٢-ب) خواص الأسس النسبية
(١-١-جـ) جمع وطرح التعبيرات الجذرية	
(١-١-د) ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية	
(١-١-هـ) المرافق واستخدامه	

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- تعرّفت الأعداد الحقيقية.
- تعرّفت الجذور التربيعية.
- استخدمت الآلة الحاسبة لإيجاد الجذور التربيعية.

ماذا سوف تتعلم؟

- الجذور والتعبيرات الجذرية.
- تبسيط التعبيرات الجذرية.
- جمع وطرح التعبيرات الجذرية.
- ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية.
- إيجاد المرافق واستخدامه.
- كتابة عدد حقيقي بالصورة الجذرية.
- كتابة عدد حقيقي بالصورة الأسية.

المصطلحات الأساسية

الجذر التربيعي – الجذر التكعيبي – الجذر النوني – المرافق – دليل الجذر – الصورة الجذرية – المجذور – الصورة الأسية.

أضف إلى معلوماتك

المعكوس الضربي لكل عدد حقيقي موجب أكبر من واحد هو عدد حقيقي موجب أصغر من واحد.

إذًا يوجد أعداد حقيقية موجبة أصغر من واحد بقدر ما يوجد أعداد حقيقية موجبة أكبر من واحد.

الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها

Roots and Radical Expressions and Operations

سوف تتعلم

- الجذور التربيعية والتكعيبية.
- جمع وطرح التعبيرات الجذرية.
- ضرب التعبيرات الجذرية.
- قسمة التعبيرات الجذرية.
- استخدام المرافق لكتابة كسر بصورة كسر مقامه عدد نسبي.

دعنا نفكر ونتناقش

١ مساحة مربّع طول ضلعه ٤ أمتار هي ٤ × ٤ = ١٦ مترًا مربعًا.

٢ أ مساحة مربع هي ٦٤ مترًا مربعًا.
أوجد طول ضلعه.

ب استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد طول ضلع مربع مساحته ٧٢ مترًا مربعًا.

٣ ما حجم مكعب إذا كان طول ضلعه ٥ أمتار؟

٤ ما طول ضلع مكعب إذا كان حجمه يساوي ٢٧ مترًا مكعبًا؟

(١ — ١ — أ) الجذور والتعبيرات الجذرية — Roots and Radical Expressions

بما أن $٥^{٢} = (-٥)^{٢} = ٢٥$ ، فإن العددين ٥ و−٥ هما الجذران التربيعيان للعدد ٢٥.

بما أن $(+٥)^{٣} = +١٢٥$، فإن العدد $(+٥)$ هو الجذر التكعيبي للعدد $(+١٢٥)$.

وأيضًا $(-٥)^{٣} = -١٢٥$، فإن العدد (-٥) هو الجذر التكعيبي للعدد (-١٢٥).

وبالتالي:

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي واحد.

ملخص عدد الجذور لعدد حقيقي

العدد الحقيقي	عدد الجذور التربيعية	عدد الجذور التكعيبية
موجب	٢	١
صفر	١	١
سالب	٠	١

الجذور التكعيبية — Cubic Roots

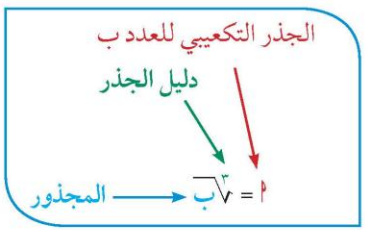
إذا كان $أ^{٣} = ب$ فإن $أ = \sqrt[٣]{ب}$ هو **الجذر التكعيبي** للعدد ب، ٣ هو **دليل الجذر**، ب هو **المجذور**.

وبالتالي:

لكل عدد حقيقي س:

$$\left(\sqrt[٣]{س}\right)^{٣} = س$$

$$\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$$



مثال (١)

أوجد الجذر التكعيبي لكل عدد مما يلي:

أ -٨ ب ١٢٥

الحل:

أ الجذر التكعيبي للعدد (-٨) هو $\sqrt[٣]{-٨}$

$\sqrt[٣]{-٨} = \sqrt[٣]{(-٢)^{٣}}$ اكتب (-٨) على صورة مكعب كامل

$= -٢$ $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل س عدد حقيقي

$\therefore \sqrt[٣]{-٨} = -٢$

ب الجذر التكعيبي للعدد ١٢٥ هو $\sqrt[٣]{١٢٥}$

$\sqrt[٣]{١٢٥} = \sqrt[٣]{٥^{٣}}$ اكتب (١٢٥) على صورة مكعب كامل

$= ٥$ $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل س عدد حقيقي

حاول أن تحل

١ أوجد الجذر التكعيبي لكل عدد مما يلي:

أ -٢٧ ب ٦٤

(١-١-ب) تبسيط التعبيرات الجذرية

Simplifying Radical Expressions

متى يكون التعبير الجذري في أبسط صورة؟

يكون التعبير الجذري في أبسط صورة عندما:

- لا يكون للمجذور عوامل مرفوعة لقوة أكبر من أو تساوي دليل الجذر مثل: $\sqrt[٣]{س^{٥} ص^{٧}}$
- لا يوجد جذر في المقام مثل $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ أو $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}}$
- لا يكون المجذور كسرًا مثل $\sqrt{\frac{٣}{٥}}$.
- يكون دليل الجذر **أصغر** عدد صحيح موجب ممكن مثل $\sqrt[١٢]{٦٤}$ ليس في أبسط صورة.

لأن: $\sqrt[١٢]{٦٤} = \sqrt[١٢]{٦٢} = ٢^{\frac{٦}{١٢}} = ٢^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٢}$.

معلومة:

- كل مقدار يتضمن جذورًا يسمى تعبيرًا جذريًا.
- عندما يكون دليل الجذر يساوي ٢ فلا يكتب.
- الجذر التربيعي ل س يكتب $\sqrt{س}$ حيث $س \geq ٠$.
- $\sqrt{س^{٢}} = |س|$ لكل س عدد حقيقي.

مثال (٢)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt{٤س^{٦}}$ ب $\sqrt[٣]{٨س^{٣}}$ ج $\sqrt{١٦س^{٤}ص^{٦}}$

الحل:

أ $\sqrt{٤س^{٦}} = \sqrt{٢^{٢} \times (س^{٣})^{٢}}$ — اكتب $٤س^{٦}$ على صورة مربعات كاملة

$= \sqrt{(٢ \times س^{٣})^{٢}}$ — $س^{ن} \times ص^{ن} = (س \times ص)^{ن}$

$= |٢ \times س^{٣}|$ — $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

$= ٢|س^{٣}| = ٢س^{٢}|س|$

ب $\sqrt[٣]{٨س^{٣}} = \sqrt[٣]{٣٢س^{٣}}$ — اكتب $٨س^{٣}$ على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt[٣]{(٢س)^{٣}}$ — $س^{ن} \times ص^{ن} = (س \times ص)^{ن}$

$= ٢س$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

ج $\sqrt{١٦س^{٤}ص^{٦}} = \sqrt{(٤)^{٢}(س^{٢})^{٢}(ص^{٣})^{٢}}$ — اكتب $١٦س^{٤}ص^{٦}$ على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt{(٤س^{٢}ص^{٣})^{٢}}$ — $س^{ن} \times ص^{ن} = (س \times ص)^{ن}$

$= |٤س^{٢}ص^{٣}|$ — $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

$= ٤س^{٢}|ص^{٣}|$

$= ٤س^{٢}ص^{٢}|ص|$

حاول أن تحل

٢ بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt{٩س^{٢}ص^{٤}}$ ب $\sqrt[٣]{-٢٧س^{٦}}$ ج $\sqrt{س^{٨}ص^{٦}}$

(١-١-جـ) جمع وطرح التعبيرات الجذرية

Addition and Subtraction of Radical Expressions

لجمع وطرح التعبيرات الجذرية يجب أن تكون متشابهة.

يكون التعبيران الجذريان متشابهين عندما يكون لهما دليل الجذر نفسه والمجذور نفسه.

يجب وضع التعبيرات الجذرية في **أبسط صورة** مما يسمح لنا بمعرفة ما إذا كانت متشابهة أم لا.

لاحظ أن:

$\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٢}$ — تعبيران جذريان متشابهان

$\sqrt{٨س}$ ، $-٣\sqrt{س}$ $(س \geq ٠)$ — تعبيران جذريان متشابهان

$\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{١٢}$ — تعبيران جذريان متشابهان (لماذا؟)

في حين أن:

$\sqrt[3]{٥}$ ، $\sqrt[3]{٣}$ تعبيران جذريان غير متشابهين

$\sqrt[3]{٨س}$ ، $-\sqrt[3]{٣ص}$ $(س \geq ٠ ، ص \geq ٠)$ تعبيران جذريان غير متشابهين

تذكر:

نتعامل مع التعبيرات الجذرية المتشابهة مثل تعاملنا مع الحدود الجبرية المتشابهة.

مثال (٣)

أوجد الناتج في أبسط صورة في كل مما يلي:

أ $\sqrt[3]{٣} + \sqrt[3]{٤}$

ب $\sqrt[3]{٢٧} + \sqrt[3]{٣} - \sqrt[3]{٧٥}$

الحل:

أ $\sqrt[3]{٣} + \sqrt[3]{٤} = \sqrt[3]{(٣ + ٤)}$ اجمع

$= \sqrt[3]{٧}$

ب $\sqrt[3]{٢٧} + \sqrt[3]{٣} - \sqrt[3]{٧٥} = \sqrt[3]{٣ \times ٣^{٣}} + \sqrt[3]{٣} - \sqrt[3]{٣ \times ٥^{٢}}$ اكتب على صورة مربعات كاملة

$= ٣\sqrt[3]{٣} + \sqrt[3]{٣} - ٣\sqrt[3]{٢ \times ٣}$ $\sqrt[3]{س^{٢}} = س ، س \geq ٠$

$= ٣\sqrt[3]{٣} + \sqrt[3]{٣} - ٣\sqrt[3]{٦}$ اجمع

$= ٣\sqrt[3]{٤}$

حاول أن تحل

٣ أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

أ $\sqrt[3]{٥} + \sqrt[3]{٢٠}$

ب $\sqrt[3]{٤٨} - \sqrt[3]{٥٠} - \sqrt[3]{٨}$

مثال (٤)

أوجد الناتج في أبسط صورة:

أ $٢\sqrt[3]{٣} + ٥\sqrt[3]{٣٧٥}$

ب $\sqrt[3]{٣} - \sqrt[3]{٣٢}$

ج $\sqrt[3]{١٨} + \sqrt[3]{٥٠} - \sqrt[3]{٧٢}$

د $\sqrt[3]{١٢٨} + \sqrt[3]{٥٤} - ٢\sqrt[3]{٢٥٠}$

الحل:

أ $2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{375} = 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{5 \times 125 \times 3}$ — اكتب ١٢٥ على صورة مكعب كامل

$= 2\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{3}$

$= 7\sqrt[3]{3}$ — بسّط

ب $3\sqrt{32} - \sqrt{98} = 3\sqrt{16 \times 2} - \sqrt{49 \times 2}$ — اكتب ١٦، ٤٩ على صورة مربعات كاملة

$\sqrt{س^2} = س$ ، $س \geq 0$

$= 3\sqrt{4^2 \times 2} - \sqrt{7^2 \times 2}$

$= 12\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2}$ — بسّط

جـ $\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{50} = \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{36 \times 2} - \sqrt{25 \times 2}$ — اكتب ٩، ٢٥، ٣٦ على صورة مربعات كاملة

$\sqrt{س^2} = س$ ، $س \geq 0$

$= \sqrt{3^2 \times 2} + \sqrt{6^2 \times 2} - \sqrt{5^2 \times 2}$

$= 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$ — بسّط

د $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{64 \times 2} + \sqrt[3]{125 \times 2} - \sqrt[3]{27 \times 2}$

اكتب ٦٤، ٢٧، ١٢٥ على صورة مربعات كاملة

$\sqrt[3]{س^3} = س$

$= \sqrt[3]{4^3 \times 2} + \sqrt[3]{5^3 \times 2} - \sqrt[3]{3^3 \times 2}$

$= 4\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2}$

$= 6\sqrt[3]{2}$ — بسّط

حاول أن تحل

٤ أوجد الناتج في أبسط صورة.

أ $4\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{64}$

ب $2\sqrt{75} - \sqrt{27}$

جـ $\sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{108}$

د $\sqrt[3]{320} - \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$

(١-١-د) ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية

Multiplication and Division of Radical Expressions

الجذور التربيعية	الجذور التكعيبية
س، ص عددان حقيقيان غير سالبين	س، ص عددان حقيقيان
$\sqrt{س^{٢}} = |س| = س$	$\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$
$(\sqrt{س})^{٢} = س$	$(\sqrt[٣]{س})^{٣} = س$
$\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س \times ص}$	$\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$
$\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} = \sqrt{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠	$\frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{ص}} = \sqrt[٣]{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

مثال (٥)

بسّط كلًّا من التعبيرين الجذريين التاليين:

أ $\sqrt{٧٢ س^{٣}}$ حيث س ≤ ٠

ب $\sqrt[٣]{٨٠ ن^{٥}}$

الحل:

أ $\sqrt{٧٢ س^{٣}} = \sqrt{٢^{٢} \times ٢ \times س^{٢} \times س}$

$= \sqrt{٢^{٢} \times س^{٢}} \times \sqrt{٢ \times س}$

$= ٦|س| \times \sqrt{٢ س}$

$= ٦ س \sqrt{٢ س}$

اكتب ٧٢، $س^{٣}$ على صورة مربعات كاملة

$\sqrt{س \times ص} = \sqrt{س} \times \sqrt{ص}$ حيث س ≤ ٠، ص ≤ ٠

$\sqrt{س^{٢}} = |س|$

|س| = س لأن س ≤ ٠

ب $\sqrt[٣]{٨٠ ن^{٥}} = \sqrt[٣]{٢^{٣} \times ١٠ \times ن^{٣} \times ن^{٢}}$

$= \sqrt[٣]{٢^{٣} \times ن^{٣}} \times \sqrt[٣]{١٠ ن^{٢}}$

$= ٢ ن \sqrt[٣]{١٠ ن^{٢}}$

اكتب ٨٠، $ن^{٥}$ على صورة مكعبات كاملة

$\sqrt[٣]{س \times ص} = \sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص}$ لكل س، ص أعداد حقيقية

$\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل عدد حقيقي س

حاول أن تحل

٥ بسّط كلًّا من التعبيرين الجذريين التاليين:

أ $\sqrt{٥٠ س^{٤}}$

ب $\sqrt[٣]{١٨ س^{٣}}$

مثال (٦)

اضرب ثم بسّط كلًّا مما يلي:

أ $\sqrt{٢} \times \sqrt{٨}$

ب $\sqrt[٣]{٥س^{٣}ص^{٤}} \times \sqrt[٣]{٥٤س^{٢}ص^{٣}}$

الحل:

أ $\sqrt{٢} \times \sqrt{٨} = \sqrt{٨ \times ٢}$ $\quad$ $\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س \times ص}$ حيث س ≥ ٠، ص ≥ ٠

$= \sqrt{١٦}$ $\quad$ اضرب

$= ٤$ $\quad$ بسّط

ب $\sqrt[٣]{٥س^{٣}ص^{٤}} \times \sqrt[٣]{٥٤س^{٢}ص^{٣}} = \sqrt[٣]{٥س^{٣}ص^{٤} \times ٥٤س^{٢}ص^{٣}}$ $\quad$ $\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$

$= \sqrt[٣]{٥س^{٣}ص^{٣} \times ٢ \times ٣^{٣} \times س^{٢} \times ص^{٣}}$ $\quad$ اكتب على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt[٣]{١٠ \times ٣^{٣} \times س^{٣} \times ص^{٣} \times ص^{٣} \times س^{٢} \times ص}$

$= \sqrt[٣]{٣^{٣}س^{٣}(ص^{٢})^{٣}} \times \sqrt[٣]{١٠س^{٢}ص}$ $\quad$ $\sqrt[٣]{س \times ص} = \sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص}$

$= ٣س ص^{٢} \sqrt[٣]{١٠س^{٢}ص}$ $\quad$ $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

حاول أن تحل

٦ اضرب ثم بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $٣\sqrt{٧س^{٣}} \times ٢\sqrt{س^{٣}ص^{٢}}$ حيث س ≥ ٠ $\quad$ ب $٤\sqrt[٣]{س^{٤}ص} \times \sqrt[٣]{٥س^{٢}ص}$

مثال (٧)

اقسم ثم بسّط كلًّا مما يلي:

أ $\frac{\sqrt[٣]{٣٢}}{\sqrt[٣]{-٤}}$ $\quad$ ب $\frac{\sqrt[٣]{١٦٢س^{٥}}}{\sqrt[٣]{٣س^{٢}}}$ حيث س ≠ ٠ $\quad$ جـ $\frac{\sqrt{٢٥٦س^{٣}}}{\sqrt{٣٢س}}$ حيث س < ٠

الحل:

أ $\frac{\sqrt[٣]{٣٢}}{\sqrt[٣]{-٤}} = \sqrt[٣]{\frac{٣٢}{-٤}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{ص}} = \sqrt[٣]{\frac{س}{ص}}$ حيث ص ≠ ٠

$= \sqrt[٣]{-٨}$ $\quad$ اقسم

$= \sqrt[٣]{(-٢)^{٣}}$ $\quad$ اكتب −٨ على صورة مكعب كامل

$= -٢$ $\quad$ $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

ب $\sqrt[3]{\frac{١٦٢ س^{٥}}{٣ س^{٢}}} = \sqrt[3]{\frac{١٦٢ س^{٥}}{٣ س^{٢}}}$ $\sqrt[3]{\frac{س}{ص}} = \frac{\sqrt[3]{س}}{\sqrt[3]{ص}}$ حيث ص ≠ ٠

$= \sqrt[3]{٥٤ س^{٣}}$ اقسم

$= \sqrt[3]{٢ \times ٣^{٣} \times س^{٣}}$ اكتب ٥٤ على صورة مكعب كامل

$= \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٣^{٣} س^{٣}}$ $\sqrt[3]{س \times ص} = \sqrt[3]{س} \times \sqrt[3]{ص}$

$= ٣ س \sqrt[3]{٢}$ $\sqrt[3]{س^{٣}} = س$

جـ $\sqrt{\frac{٢٥٦ س^{٣}}{٣٢ س}} = \sqrt{\frac{٢٥٦ س^{٣}}{٣٢ س}}$ $\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} = \sqrt{\frac{س}{ص}}$ حيث ص ≠ ٠

$= \sqrt{٨ س^{٢}}$ اقسم

$= \sqrt{٢ (٢ س)^{٢}}$ اكتب ٨س^{٢} على صورة مربعات كاملة

$= |٢ س| \sqrt{٢}$ $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

$= ٢ |س| \sqrt{٢}$

$= ٢ س \sqrt{٢}$ حيث س > ٠

حاول أن تحل

٧ اقسم ثم بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\frac{\sqrt{٢٤٣}}{\sqrt{٢٧}}$

ب $\frac{\sqrt{١٢ س^{٤}}}{\sqrt{٣ س}}$ حيث س > ٠

جـ $\frac{\sqrt[3]{١٢٨ س^{١٥}}}{\sqrt[3]{٢ س^{٣}}}$ حيث س ≠ ٠

مثال (٨)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $(٤ + \sqrt{٣})^{٢}$ ب $(٤ + \sqrt{٣})(٤ - \sqrt{٣})$ جـ $(٦ + \sqrt{٣})(٢ - \sqrt{٢})$

الحل:

أ $(٤ + \sqrt{٣})^{٢} = ١٦ + ٨\sqrt{٣} + ٣$

$= ١٩ + ٨\sqrt{٣}$

$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

جمع الحدود المتشابهة

ب $(٤ + \sqrt{٣})(٤ - \sqrt{٣}) = ١٦ - ٣$

$= ١٣$

$(أ + ب)(أ - ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

جـ $(٦ + \sqrt{٣})(٢ - \sqrt{٢}) = ١٢ - ٢\sqrt{٦} + ٣\sqrt{٢} - \sqrt{٦}$

حاول أن تحل

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

٨ أ $(٥ - \sqrt{٣})^{٢}$ ب $(٧ + \sqrt{٥})(٣ - \sqrt{٢})$ جـ $(٦ + \sqrt{٥})(٦ - \sqrt{٥})$

(١-١-هـ) المرافق واستخدامه — Conjugate and its Use

$\sqrt{٢}$ يسمى مرافق لِـ $\sqrt{٢}$، لأن $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = ٢$ (عدد نسبي).

$٣ + \sqrt{٢}$ يسمى مرافق لِـ $٣ - \sqrt{٢}$، لأن $(٣ + \sqrt{٢}) \times (٣ - \sqrt{٢}) = ٩ - ٢ = ٧$ (عدد نسبي).

$\sqrt[٣]{٥}$ يسمى مرافق لِـ $\sqrt[٣]{٥}$، لأن $\sqrt[٣]{٥^{٢}} \times \sqrt[٣]{٥} = \sqrt[٣]{٥^{٣}} = ٥$ (عدد نسبي).

معلومة رياضية:

$\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$، $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$ مقداران مترافقان.

إذا كان س، ص تعبيران جذريان يمثلان أعدادًا غير نسبية، وكان ناتج ضرب س في ص عددًا نسبيًّا فإن س، ص مترافقان.

يمكن إعادة كتابة كسر يحوي مقامه جذورًا تربيعية أو جذورًا تكعيبية بصورة كسر مقامه عدد نسبي، وذلك بضرب بسط الكسر ومقامه في **مرافق المقام**.

مثال (٩)

اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا.

أ $\frac{١ + \sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}$ ب $\frac{١ - \sqrt{٢}}{٣ - \sqrt{٢}}$

الحل:

أ $\frac{١ + \sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} = \frac{١ + \sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$= \frac{\sqrt{٣} + \sqrt{٢} \times \sqrt{٣}}{(\sqrt{٣})^{٢}}$ خاصية التوزيع

$= \frac{\sqrt{٣} + \sqrt{٦}}{٣}$ بسّط

$\therefore \frac{١ + \sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٣} + \sqrt{٦}}{٣}$ المقام عدد صحيح

ب $\frac{١ - \sqrt{٢}}{٣ - \sqrt{٢}} = \frac{(١ - \sqrt{٢})}{(٣ - \sqrt{٢})} \times \frac{(٣ + \sqrt{٢})}{(٣ + \sqrt{٢})}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$= \frac{٣ + \sqrt{٣} - ٣ - \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} + \sqrt{٣}\sqrt{٢}}{٣^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢}}$ $(أ - ب)(أ + ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

$= \frac{\sqrt{٣} - ٣ - ٢ + \sqrt{٣}\sqrt{٢}}{٩ - ٢}$ بسّط

$= \frac{\sqrt{٣}\sqrt{٢} - ١ - \sqrt{٢}}{٧}$

حاول أن تحل

٩ اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا.

أ $\frac{\sqrt{٢} + \sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$ ب $\frac{\sqrt{٢} - ٣}{\sqrt{٢} - ٢}$

مثال (١٠) ربط بالحياة

قانون أينشتاين ط = ك × س^{٢} يربط بين الطاقة ط والكتلة ك وسرعة الضوء س.

أ أوجد قيمة س بدلالة ط، ك.

ب أعد كتابة إجابتك في أ بحيث يكون المقام خاليًا من الجذور.

الحل:

أ ط = ك × س^{٢} اكتب القانون

$س^{٢} = \frac{ط}{ك}$ اقسم طرفي المعادلة على ك؛ ك ≠ ٠

$س = \sqrt{\frac{ط}{ك}}$ ، س > ٠

ب $س = \sqrt{\frac{ط}{ك}}$

$س = \frac{\sqrt{ط}}{\sqrt{ك}}$ $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$ حيث أ > ٠، ب > ٠

$س = \frac{\sqrt{ط}}{\sqrt{ك}} \times \frac{\sqrt{ك}}{\sqrt{ك}}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$س = \frac{\sqrt{ط \times ك}}{ك}$

حاول أن تحل

١٠ القانون ع = $\frac{٢ \times ف}{ن^{٢}}$ يربط بين العجلة ع، والمسافة ف، والوقت ن لجسم متحرك بعجلة منتظمة.

أ أوجد ن بدلالة ع، ف.

ب أعد كتابة إجابتك في أ بحيث يكون المقام خاليًا من الجذور.

مثال (١١)

أوجد قيمة التعبير: $\frac{(س+١)^{٢}(٣س-٢)}{٧س-٤}$ حيث $س = \sqrt{٧}-١$. ثم بسّط الناتج

الحل:

$$\frac{(س+١)^{٢}(٣س-٢)}{٧س-٤} = \frac{(\sqrt{٧}-١+١)^{٢}(٣)(\sqrt{٧}-١)-(٢)}{٧(\sqrt{٧}-١)-٤}$$ عوّض س بقيمتها

$$= \frac{(\sqrt{٧})^{٢}(٥-\sqrt{٧}٣)}{١١-\sqrt{٧}٧}$$ بسّط

$$= \frac{٢(٥-\sqrt{٧}٣)(١١+\sqrt{٧}٧)}{(١١-\sqrt{٧}٧)(١١+\sqrt{٧}٧)}$$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$$= \frac{٢(٤٢+\sqrt{٧}٣٣-\sqrt{٧}٣٥-٥٥)}{(١١)^{٢}-(\sqrt{٧}٧)^{٢}}$$ خاصية التوزيع

$$= \frac{٢(-١٣+\sqrt{٧}٢)}{١٢١-٩٨}$$ جمع الحدود المتشابهة

$$= \frac{-٢(١٣+\sqrt{٧}٢)}{-٢٣}$$

$$= \frac{٢٦+\sqrt{٧}٤}{٢٣}$$ بسّط

حاول أن تحل

١١ أوجد قيمة التعبير: $\frac{(س-٢)^{٣}}{س+١}$ حيث $س = ٢-\sqrt{٧}٣$. ثم بسّط الناتج

الأسس النسبية وخواصها

Rational Exponents and Properties

سوف تتعلم

- كتابة عدد حقيقي في الصورة الجذرية.
- كتابة عدد حقيقي في الصورة الأسية.
- تحويل من الصورة الجذرية إلى الصورة الأسية.
- تحويل من الصورة الأسية إلى الصورة الجذرية.

دعنا نفكر ونتناقش

عرفت سابقًا أن $س^{٣} \times س^{٣} = س^{٦}$ $(٦ = ٣ + ٣)$

وقلنا أن $س^{٣}$ هو جذر تربيعي لِـ $س^{٦}$ $\left(\frac{٦}{٢} = ٣\right)$

كذلك $س^{٢} \times س^{٢} = س^{٤}$

∴ $س^{٢}$ جذر تربيعي لِـ $س^{٤}$.

$س^{-١} \times س^{-١} = س^{-٢}$

∴ $س^{-١}$ جذر تربيعي لِـ $س^{-٢}$ ، $س \neq ٠$

الجذر التربيعي الأساسي للعدد الموجب س هو $\sqrt{س}$

ويكون: $\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$

وإذا كتبنا هذه العبارة في الصورة الأسية

$س^{\square} \times س^{\square} = س = س^{١}$ (لماذا؟)

بالمقارنة مع ما ورد أعلاه نستطيع أن نكتب:

$\square + \square = ١$

∴ $\square = \frac{١}{٢}$

$\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$ تكتب $س^{\frac{١}{٢}} \times س^{\frac{١}{٢}} = س$

وقد اعتمدت هذه الصورة وعممت لكتابة أي تعبير جذري.

(١-٢ - أ) الأسس النسبية Rational Exponents

الصورة الجذرية	الصورة الأسية
$\sqrt{٢٥}$	$٢٥^{\frac{١}{٢}}$
$\sqrt[٣]{٢٧}$	$٢٧^{\frac{١}{٣}}$
$\sqrt[٤]{٦٤}$	$٦٤^{\frac{١}{٤}}$

يعبّر دليل الجذر عن الجذر الذي تريده، وفي الصورة الأسية يصبح دليل الجذر مقامًا للأس كما هو مبيّن في الجدول السابق.

الجذر النوني
n^{th} root

- إذا كان أ عددًا حقيقيًّا، ن $\in$ صـ$_+$، ن $\geq$ ٢، فإن الجذر النوني للعدد أ يرمز له بالرمز $\sqrt[ن]{أ}$ ويساوي عددًا حقيقيًّا ب بحيث ب^{ن} = أ.

- إذا كان الجذر النوني للعدد أ هو عددًا حقيقيًّا، م عددًا صحيحًا، ن $\in$ صـ$_+$، ن $\geq$ ٢، فإن:
- $\sqrt[ن]{أ} = أ^{\frac{1}{ن}}$
- $\sqrt[ن]{أ^{م}} = (\sqrt[ن]{أ})^{م} = (أ^{\frac{1}{ن}})^{م} = أ^{\frac{م}{ن}}$
- $\sqrt[ن]{أ^{ن}} = \begin{cases} |أ| & \text{إذا كان ن عددًا زوجيًا} \\ أ & \text{إذا كان ن عددًا فرديًا} \end{cases}$

- إذا كان $\sqrt[ن]{أ}$ ، $\sqrt[ن]{ب}$ عددين حقيقيين، فإن:
- $\sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[ن]{ب} = \sqrt[ن]{أ \times ب}$
- $\frac{\sqrt[ن]{أ}}{\sqrt[ن]{ب}} = \sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}}$ ، ب $\neq$ ٠

مثال (١)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt[٤]{١٦}$ ب $\sqrt[٥]{-٣٢}$ جـ $\sqrt[٦]{٦٤ س^{١٢}}$

الحل:

أ $\sqrt[٤]{١٦} = \sqrt[٤]{٢^{٤}}$
$= |٢|$
$= ٢$

$\sqrt[ن]{س^{ن}} = |س|$ ن عدد زوجي
$|س| = س$ $س \geq ٠$

ب $\sqrt[٥]{-٣٢} = \sqrt[٥]{(-٢)^{٥}}$
$= -٢$

$\sqrt[ن]{س^{ن}} = س$ ن عدد فردي

جـ $\sqrt[٦]{٦٤ س^{١٢}} = \sqrt[٦]{٦٢ (س^{٢})^{٦}}$
$= \sqrt[٦]{(٢س^{٢})^{٦}}$
$= |٢س^{٢}|$
$= ٢س^{٢}$

$\sqrt[ن]{س^{ن}} = |س|$ ن عدد زوجي
$|س| = س$ $س \geq ٠$

حاول أن تحل

١ بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $-\sqrt[٥]{٢٤٣}$ ب $\sqrt[٤]{٦٢٥}$ جـ $\sqrt[٧]{س^{١٤}}$

مثال (٢)

اكتب كل عدد مما يلي في الصورة الجذرية، ثم بسّط:

أ $١٢٥^{\frac{١}{٣}}$ ب $٥^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}}$ جـ $١٠^{\frac{١}{٣}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٣}}$

الحل:

أ $١٢٥^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{١٢٥}$ — اكتب العدد $١٢٥^{\frac{١}{٣}}$ بالصورة الجذرية

$= \sqrt[٣]{٥^{٣}}$ — اكتب ١٢٥ على صورة مكعب كامل

$= ٥$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

$\therefore ١٢٥^{\frac{١}{٣}} = ٥$

ب $٥^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٥}$ — اكتب $٥^{\frac{١}{٢}}$ بالصورة الجذرية

$= ٥$ — $\sqrt{س} \times \sqrt{س} = \left(\sqrt{س}\right)^{٢} = س$ لكل $س \geq ٠$

$\therefore ٥^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}} = ٥$

جـ $١٠^{\frac{١}{٣}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{١٠} \times \sqrt[٣]{١٠٠}$ — اكتب $١٠^{\frac{١}{٣}}$ و $١٠٠^{\frac{١}{٣}}$ بالصورة الجذرية

$= \sqrt[٣]{١٠ \times ١٠٠}$ — $\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$

$= \sqrt[٣]{١٠ \times ١٠^{٢}}$

$= \sqrt[٣]{١٠^{٣}}$ — $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$

$= ١٠$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

$\therefore ١٠^{\frac{١}{٣}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٣}} = ١٠$

حاول أن تحل

٢ اكتب كل عدد مما يلي في الصورة الجذرية، ثم بسّط:

أ $١٦^{\frac{١}{٤}}$ ب $٣^{\frac{١}{٢}} \times ٣^{\frac{١}{٢}}$ جـ $٧^{\frac{١}{٣}} \times ٤٩^{\frac{١}{٣}}$

مثال (٣)

اكتب العدد $٢٥^{\frac{٣}{٢}}$ بالصورة الجذرية، ثم بسّط:

الحل:

$٢٥^{\frac{٣}{٢}} = ٢٥^{٣ \times \frac{١}{٢}}$ ، $\frac{م}{ن} = م \times \frac{١}{ن}$

$= \left(٢٥^{٣}\right)^{\frac{١}{٢}}$ ، $س^{م ن} = (س^{م})^{ن}$

$= \sqrt{٢٥^{٣}}$ ، $س^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{س}$ لكل $س \geq ٠$

$= \left(\sqrt{٢٥}\right)^{٣} = ٥^{٣} = ١٢٥$ ، $\sqrt[ن]{س^{م}} = \left(\sqrt[ن]{س}\right)^{م}$

$\therefore ٢٥^{\frac{٣}{٢}} = ١٢٥$

حاول أن تحل

٣ اكتب العدد $٦٤^{\frac{٤}{٣}}$ بالصورة الجذرية، ثم بسّط.

مثال (٤)

أ اكتب $س^{\frac{٢}{٥}}$ ، $ص^{\frac{٥}{٢}}$ بالصورة الجذرية لكل $ص > ٠$ ، ثم بسّط إن أمكن:

ب اكتب $\sqrt[٥]{ص}$، $\sqrt{ب^{٣}}$، $\left(\sqrt[٣]{س}\right)^{٥}$ بالصورة الأسية لكل $ب > ٠$.

الحل:

أ $س^{\frac{٢}{٥}} = \left(س^{\frac{١}{٥}}\right)^{٢}$ ، $س^{م \times ن} = (س^{م})^{ن}$

$= \left(\sqrt[٥]{س}\right)^{٢}$ ، $س^{\frac{١}{٥}} = \sqrt[٥]{س}$

$= \sqrt[٥]{س^{٢}}$ ، $\left(\sqrt[ن]{س}\right)^{م} = \sqrt[ن]{س^{م}}$

$\therefore س^{\frac{٢}{٥}} = \sqrt[٥]{س^{٢}}$

$ص^{\frac{٥}{٢}} = \left(ص^{٥}\right)^{\frac{١}{٢}}$ ، $س^{م \times ن} = (س^{م})^{ن}$

$= \sqrt{ص^{٥}} = \sqrt{(ص^{٢})^{٢} ص}$ ، $س^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{س}$ ، لكل $س > ٠$

$= |ص^{٢}| \times \sqrt{ص}$

$= ص^{٢} \sqrt{ص}$ ، $|س^{٢}| = س^{٢}$

$\therefore ص^{\frac{٥}{٢}} = ص^{٢} \sqrt{ص}$

ب $\sqrt[٥]{ص} = ص^{\frac{١}{٥}}$

$\sqrt[٥]{س} = س^{\frac{١}{٥}}$، لكل س > ٠

$\sqrt{ب^{٣}} = (ب^{٣})^{\frac{١}{٢}}$

$= ب^{٣ \times \frac{١}{٢}}$

$= ب^{\frac{٣}{٢}}$

$\therefore \sqrt{ب^{٣}} = ب^{\frac{٣}{٢}}$

$(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

اضرب

$(\sqrt[٣]{س})^{٥} = (س^{\frac{١}{٣}})^{٥}$

$= س^{\frac{١}{٣} \times ٥}$

$= س^{\frac{٥}{٣}}$

$\therefore (\sqrt[٣]{س})^{٥} = س^{\frac{٥}{٣}}$

$\sqrt[٣]{س} = س^{\frac{١}{٣}}$

$(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

اضرب

حاول أن تحل

٤ أ اكتب $ص^{\frac{٣}{٨}}$ لكل ص > ٠ بالصورة الجذرية.

ب بسّط $س^{٠,٤}$ لكل س ≥ ٠ ثم اكتب بالصورة الجذرية.

جـ اكتب $\sqrt[٣]{س^{٢}}$، $(\sqrt{ص})^{٣}$ لكل ص ≥ ٠ بالصورة الأسية.

مثال (٥) ربط بالحياة

إن عدم شعور رائد الفضاء بانعدام الوزن في رحلة فضائية يعود إلى دوران جهاز يجلس عليه، ويشعره بجاذبية وهمية تحاكي الجاذبيه الأرضية.

يدور الجهاز وفق المعادلة الرياضية:

$$ن = \frac{و^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times نق^{٠,٥}}$$

حيث ن: السرعة الدورانية وتقاس بالدورة في الثانية.

نق: نصف قطر جهاز الدوران ويقاس بالمتر.

و: الجاذبية الوهمية التي تحاكي الجاذبية الأرضية.

احسب سرعة دوران جهاز طول نصف قطره ١,٧ متر، يدور ليحاكي الجاذبية الأرضية التي تساوي ٨,٩ م/ ث^{٢}.

الحل:

$$ن = \frac{و^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times نق^{٠,٥}}$$ اكتب المعادلة

$$= \frac{(٩,٨)^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times (١,٧)^{٠,٥}}$$ عوّض

$$\simeq ٠,٣٨٢$$ استخدم الآلة الحاسبة

∴ سرعة دوران الجهاز تساوي تقريبًا ٠,٣٨٢ دورة في الثانية.

حاول أن تحل

٥ احسب السرعة الدورانية المطلوبة للجهاز في المثال (٥) ليحاكي جاذبية تعادل نصف مقدار الجاذبية الأرضية.

(١-٢-ب) خواص الأسس النسبية Properties of Rational Exponents

ليكن م، ن عددين نسبيين و$أ$، ب عددين حقيقيين حيث $أ^{م}$، $أ^{ن}$، $ب^{م}$، $ب^{ن}$ أعداد حقيقية.

نكتب الخواص التالية:

خواص	أمثلة
$ب^{م} \times ب^{ن} = ب^{م+ن}$	$٨^{\frac{١}{٣}} \times ٨^{\frac{٢}{٣}} = ٨^{\frac{٣}{٣}} = ٨^{١} = ٨$
$(ب^{م})^{ن} = ب^{م \times ن}$	$\left(٥^{\frac{١}{٢}}\right)^{٤} = ٥^{\frac{١}{٢} \times ٤} = ٥^{٢} = ٢٥$
$(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$	$(٤ \times ٥)^{\frac{١}{٢}} = ٤^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}} = ٢ \times ٥^{\frac{١}{٢}}$
$ب^{-ن} = \frac{١}{ب^{ن}}$ لكل ب ≠ ٠	$٩^{-\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٩^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١}{\sqrt{٩}} = \frac{١}{٣}$
$\frac{ب^{م}}{ب^{ن}} = ب^{م-ن}$ لكل ب ≠ ٠	$\frac{٩^{\frac{٣}{٢}}}{٩^{\frac{١}{٢}}} = ٩^{\frac{٣}{٢}-\frac{١}{٢}} = ٩^{١} = ٩$
$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$ لكل ب ≠ ٠	$\left(\frac{٥}{٢٧}\right)^{\frac{١}{٣}} = \frac{٥^{\frac{١}{٣}}}{٢٧^{\frac{١}{٣}}} = \frac{٥^{\frac{١}{٣}}}{٣}$

يقدّر علماء الآثار عمر المحفورات باستخدام الأسس النسبية

مثال (٦)

بسّط كلًّا مما يلي:

أ $٤^{\frac{٢}{٥}} \times ٤^{\frac{١}{٥}}$ ب $\left(٥^{\frac{١}{٢}}\right)^{٣}$ جـ $\left(٧ \times ٥\right)^{\frac{١}{٢}}$ د $٣^{-\frac{١}{٢}}$ هـ $\frac{١٧^{\frac{٣}{٥}}}{١٧^{\frac{١}{٢}}}$

الحل:

أ $٤^{\frac{٢}{٥}} \times ٤^{\frac{١}{٥}} = ٤^{\frac{٢}{٥}+\frac{١}{٥}} = ٤^{\frac{٣}{٥}} = \sqrt[٥]{٤^{٣}} = \sqrt[٥]{٦٤} = ٢\sqrt[٥]{٢}$

ب $\left(٥^{\frac{١}{٢}}\right)^{٣} = ٥^{\frac{١}{٢} \times ٣} = ٥^{\frac{٣}{٢}} = \sqrt{٥^{٣}} = ٥\sqrt{٥}$

جـ $\left(٧ \times ٥\right)^{\frac{١}{٢}} = ٧^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٧} \times \sqrt{٥} = \sqrt{٣٥}$

د $٣^{-\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٣^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٣}}{٣}$

هـ $\frac{١٧^{\frac{٣}{٥}}}{١٧^{\frac{١}{٢}}} = ١٧^{\frac{٣}{٥}-\frac{١}{٢}} = ١٧^{\frac{٦-٥}{١٠}} = ١٧^{\frac{١}{١٠}} = \sqrt[١٠]{١٧}$

حاول أن تحل

٦ بسّط كلًّا مما يلي:

أ $٥^{\frac{١}{٣}} \times ٥^{\frac{٢}{٣}}$ ب $\left(٧^{\frac{١}{٣}}\right)^{٢}$ جـ $\left(٢٣\right)^{\frac{١}{٢}}$ د $٦^{-\frac{١}{٢}}$ هـ $\frac{٨^{\frac{١}{٣}}}{٨^{\frac{٢}{٣}}}$

مثال (٧)

بسّط كلًّا من الأعداد التالية:

أ $(٣٢)^{\frac{٣}{٥}}$ ب $٤,٠^{٣}$

الحل:

أ $(٣٢)^{\frac{٣}{٥}} = \left((٣٢)^{\frac{١}{٥}}\right)^{٣}$ $\quad$ $س^{م \times ن} = (س^{م})^{ن}$

$= \left((٢)^{٥}\right)^{\frac{١}{٥}}\right)^{٣}$ $\quad$ $٣٢ = ٢^{٥}$

$= \left((٢)^{٥ \times \frac{١}{٥}}\right)^{٣}$ $\quad$ $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

$= \left(٢\right)^{٣} = ٨$ $\quad$ اضرب

$\therefore (٣٢)^{\frac{٣}{٥}} = ٨$

ب $٤^{٣,٠٥} = ٤^{\frac{٧}{٢}}$ — حوّل ٣,٠٥ إلى كسر مركب

$= (٢^{٢})^{\frac{٧}{٢}}$ — $٤ = ٢^{٢}$

$= (٢)^{\frac{١}{٢}(٢)^{٧}}$ — $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

$= (٢)^{\frac{١}{٢} \times ٢^{٧}}$ — $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

$= ٢^{٧} = ١٢٨$ — اضرب

$\therefore \quad ٤^{٣,٠٥} = ١٢٨$

حاول أن تحل

٧ بسّط كل عدد من الأعداد التالية:

أ $٥^{\frac{٣}{٢}}$ ب $١٦^{\frac{٣}{٤}}$ جـ $(٣٢)^{\frac{٤}{٥}}$

مثال (٨)

أوجد ناتج كل مما يلي:

أ $\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧}$ ب $\frac{\sqrt[٣]{١٦}}{\sqrt[٣]{٢}}$

الحل:

طريقة أولى:

أ $\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = ٥^{\frac{١}{٤}} \times ٧^{\frac{١}{٤}}$ — $\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$

$= (٥ \times ٧)^{\frac{١}{٤}}$ — $س^{م} \times ص^{م} = (س \times ص)^{م}$

$= (٣٥)^{\frac{١}{٤}}$ — اضرب

$= \sqrt[٤]{٣٥}$ — $س^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{س}$

طريقة ثانية:

$\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = \sqrt[٤]{٧ \times ٥}$ — $\sqrt[ن]{س} \times \sqrt[ن]{ص} = \sqrt[ن]{س \times ص}$

$= \sqrt[٤]{٣٥}$ — اضرب

$\therefore \quad \sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = \sqrt[٤]{٣٥}$

طريقة أولى:

ب $\frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} = \frac{١٦^{\frac{١}{٣}}}{٢^{\frac{١}{٣}}}$

$= \left(\frac{١٦}{٢}\right)^{\frac{١}{٣}}$

$= ٨^{\frac{١}{٣}}$

$= \sqrt[3]{٨}$

$= ٢$

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$

$\frac{س^{ن}}{ص^{ن}} = \left(\frac{س}{ص}\right)^{ن}$ لكل ص ≠ ٠

اقسم

$س^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{س}$

بسّط

طريقة ثانية:

$\frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} = \sqrt[3]{\frac{١٦}{٢}}$

$= \sqrt[3]{٨}$

$= \sqrt[3]{٢^{٣}}$

$= ٢$

$\therefore \frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} = ٢$

$\frac{\sqrt[ن]{س}}{\sqrt[ن]{ص}} = \sqrt[ن]{\frac{س}{ص}}$ ، حيث ص ≠ ٠

اقسم

اكتب ٨ على صورة مكعب كامل

$\sqrt[3]{س^{٣}} = س$

حاول أن تحل

٨ أوجد الناتج في كل مما يلي:

أ $\sqrt[٥]{٩} \times \sqrt[٥]{٢٧}$

ب $\frac{\sqrt[3]{٢٤٣}}{\sqrt[3]{٣}}$

المرشد لحل المسائل

بهدف تعزيز حب رياضة كرة القدم لدى الناشئة، أقام أحد النوادي ملعبًا لتدريبهم.

استخدم المعادلة:

ع = ٤√س لمعرفة طول سور الملعب ع، بمعلومية مساحة الملعب س.

أ تبلغ مساحة الملعب الحالية ١ ٥٠٠ متر مربع.

فما طول السور اللازم لإحاطته؟

ب قررت إدارة النادي زيادة مساحة الملعب لتصبح ٤ أمثال ما كانت عليه محافظة على شكلها.

فما طول السور الإضافي؟

الحل:

أ لمعرفة طول السور، أعوض عن س بـ ١ ٥٠٠ في المعادلة ع = ٤√س.

ع = ٤√١ ٥٠٠ ≃ ١٥٤,٩٢

يبلغ طول السور حوالى ١٥٥ مترًا.

ب مساحة الملعب بعد الزيادة = ١ ٥٠٠ × ٤ = ٦ ٠٠٠ متر مربع.

باستخدام المعادلة ع = ٤√س ، نحصل على:

ع = ٤√٦ ٠٠٠ ≃ ٣٠٩,٨

أي حوالى ٣١٠ أمتار.

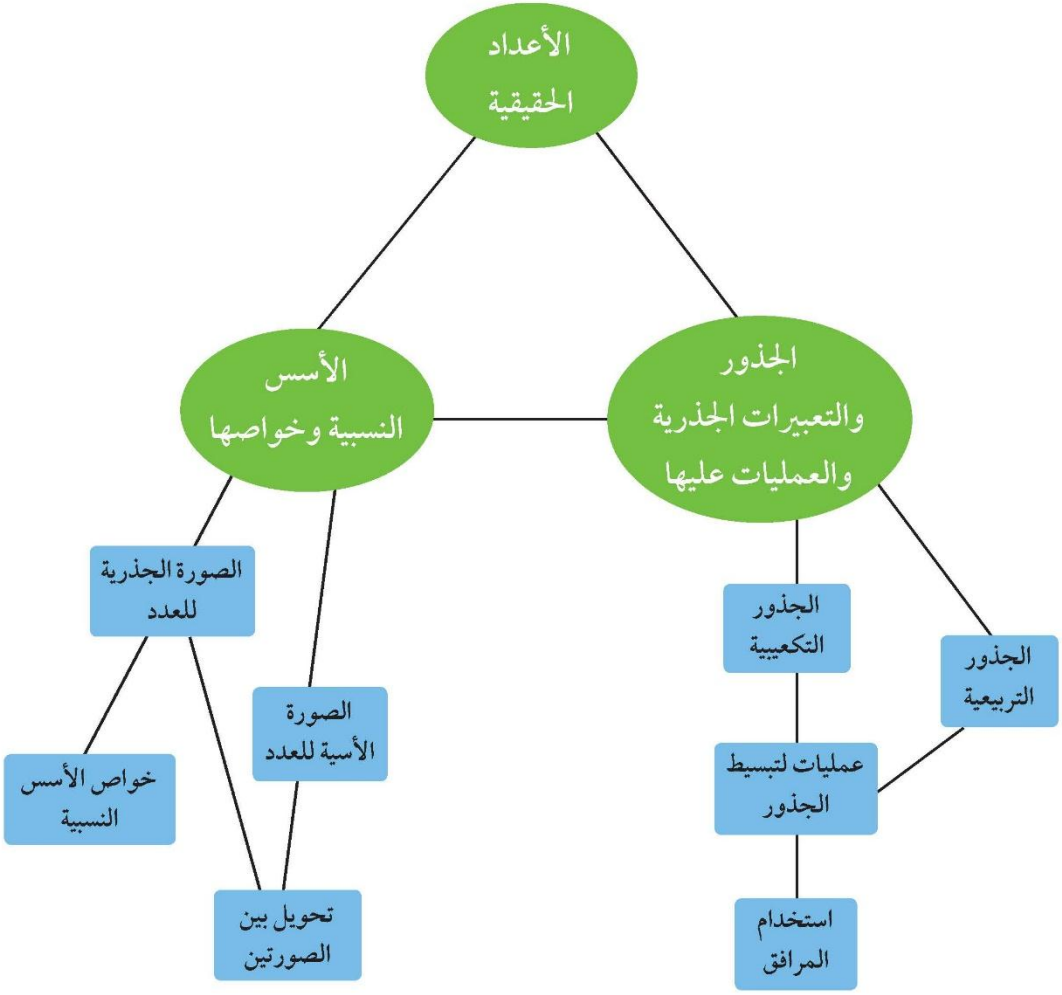
طول السور الإضافي: ٣١٠ – ١٥٥ = ١٥٥ مترًا.

ملاحظة: عندما أصبحت مساحة الملعب ٤ أمثال ما كانت عليه في السابق، أصبح طول السور الحالي مثلي طول السور السابق.

مسألة إضافية

أوجد أبعاد قطعة أرض مستطيلة الشكل، يساوي طولها ثلاثة أمثال عرضها، ومساحتها ٢ ٧٠٠ متر مربع.

مخطط تنظيمي للوحدة الأولى



ملخص

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي واحد.
- خواص الجذور التربيعية (س ≥ ٠، ص ≥ ٠):

$\sqrt{س^{٢}} = |س| = س$

$(\sqrt{س})^{٢} = س$

$\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س \times ص}$

$\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} = \sqrt{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

- خواص الجذور التكعيبية:

$\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

$(\sqrt[٣]{س})^{٣} = س$

$\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$

$\frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{ص}} = \sqrt[٣]{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

- $\sqrt{س} - \sqrt{ص}$ ، $\sqrt{س} + \sqrt{ص}$ مقداران مترافقان

$\sqrt{س}$ تكتب $س^{\frac{١}{٢}}$، $\sqrt[٣]{س}$ تكتب $س^{\frac{١}{٣}}$، $\sqrt[ن]{س^{م}} = س^{\frac{م}{ن}}$

- خواص الأسس النسبية:

ليكن م، ن عددين نسبيين و أ، ب عددين حقيقيين حيث $أ^{م}$، $أ^{ن}$، $ب^{م}$، $ب^{ن}$ أعداد حقيقية.

$ب^{م} \times ب^{ن} = ب^{م+ن}$

$(ب^{م})^{ن} = ب^{م \times ن}$

$(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$

$ب^{-ن} = \frac{١}{ب^{ن}}$ ، ب ≠ ٠

$\frac{ب^{م}}{ب^{ن}} = ب^{م-ن}$ ، ب ≠ ٠

$(\frac{أ}{ب})^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$ ، ب ≠ ٠

العينات
Samples

مشروع الوحدة: داء الكوليسترول

١ **مقدمة المشروع:** الكوليسترول، أو داء العصر كما يحب الكثيرون أن يسموه، ينتجه الكبد في جسم الإنسان كما أنه موجود بكميات كبيرة في المأكولات ذات المصدر الحيواني مثل: صفار البيض، الكبد، الكلية، النخاعات، الروبيان، اللحوم الحمراء، الحليب الكامل الدسم ومشتقاته... وقد أثبتت الدراسات أن ٢٠٪ من الكوليسترول ينتج من الطعام و٨٠٪ منه ينتجه الكبد في جسم الإنسان.

٢ **الهدف:** سوف تقوم بدراسة حول داء الكوليسترول: أعراض ارتفاعه وانخفاضه، تأثيره على حياة الإنسان. طرائق الوقاية لتفادي أخطاره. تأثير الوراثة والأطعمة في تصنيعه. النسبة المئوية لعدد الأشخاص المصابين بداء الكوليسترول. تكوين جدول بكميات الكوليسترول عند عينة من الأشخاص.

٣ **اللوازم:** آلة حاسبة - أوراق جدولة الانتشار.

٤ **أسئلة حول التطبيق:**

حدد المكان الذي سوف تقوم بزيارته: مستشفى أو مختبر أو عيادة طبيب.

نظم استمارة بالأسئلة التي تريد طرحها:

أ ما أعراض ارتفاع الكوليسترول؟

ب ما العوامل المؤثرة على الكوليسترول؟ الغذاء، عوامل الوراثة، الوزن، النشاط والحركة، العمر والجنس، ...

جـ كيف تستطيع خفض الكوليسترول؟

ما دور الأدوية في توازن أنواع الكوليسترول: (المفيد) HDL، (الضار) LDL؟ وما المعدل الطبيعي لكل منهما؟

د ما الأمراض الناتجة عن ارتفاع الكوليسترول؟

هـ ما نسبة الوفيات الناتجة عن داء الكوليسترول؟ وما تأثيره؟

كون جدولًا يتضمن كمية الكوليسترول (ملليجرام بالديسيلتر الواحد) لعدد من الأشخاص في المكان الذي اخترته للمعاينة.

اسأل العينة التي اخترتها عن نسبة الأشخاص المصابين بالكوليسترول إلى العدد الإجمالي للمعاينات، وعن تأثير النشاطات الرياضية على تعديل نسبة الكوليسترول.

٥ **التقرير:** اكتب تقريرًا مفصلًا يتضمن الإجابات التي حصلت عليها من العينة (العينات) التي زرتها والجداول التي كونتها والنسب المئوية للأشخاص المصابين به. كما يجب أن يتضمن التقرير اقتراحاتك ونصائحك.

دروس الوحدة

٢-١ المجتمع الإحصائي	٢-٢ أنواع العينات	٢-٣ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب
(٢-١-أ) جمع البيانات	(٢-٢-أ) العينة العشوائية البسيطة	
(٢-١-ب) أنواع البيانات وطرائق جمعها	(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية	
	(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة	

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

تعلمت سابقًا:

- جمع البيانات
- المجتمع الإحصائي
- العينة
- العينة العشوائية

ماذا سوف تتعلم؟

- المجتمع الإحصائي والحصر الشامل.
- العينة واستخداماتها.
- تصنيف البيانات: كيفية أو كمية.
- أنواع العينات العشوائية.
- كيفية استخدام الحاسوب لتسجيل البيانات واستخلاص النتائج.

أضف إلى معلوماتك

تهتم منظمة الصحة العالمية باحتياجات الإنسان الوقائية من الأمراض الخبيثة والمزمنة. ويأتي داء السكري والكوليسترول في عداد هذه الأمراض، حيث إنه يوجد تأثير مباشر لأمراض السكري والغدة الدرقية والكلية والكبد على ارتفاع نسبة الكوليسترول في الدم. ويأتي في مقدمة هذا الاهتمام النشرات الإرشادية والتوجيهية عن مسببات هذه الأمراض وكيفية التعامل معها، والتحقق المسبق من صلاحية الأدوية المستخدمة وجودة إنتاجها لتساعد المصاب بهذه الأمراض على العلاج.

المصطلحات الأساسية

المجتمع الإحصائي – المجتمعات المنتهية – المجتمعات غير المنتهية – المتغير – الحصر الشامل – العينة – عينة عشوائية – بيانات كيفية – بيانات كيفية اسمية – بيانات كيفية مرتبة– بيانات كمية – بيانات كمية مستمرة – بيانات كمية متقطعة – طرائق جمع البيانات – عينة عشوائية بسيطة – عينة عشوائية طبقية – عينة عشوائية منتظمة.

المجتمع الإحصائي
Statistical Population

سوف تتعلم

- المجتمع الإحصائي.
- المجتمعات المنتهية.
- المجتمعات غير المنتهية.
- المتغير.
- الحصر الشامل.
- المعاينة.
- أنواع البيانات.
- طرائق جمع البيانات.

عمل تعاوني

في كل سنة تعرض خلال شهر رمضان المبارك على شاشات التلفزة في دولة الكويت مسلسلات مهمة خاصة بالشهر الفضيل.

تريد أنت وزملاؤك القيام باستطلاع حول عدد المشاهدين لكل مسلسل.

١ حدد مع زملائك عدد الأشخاص الذين سوف تستطلعون آراءهم على مساحة الدولة كلها.

٢ حدد مع زملائك الطرائق المتبعة في إجراء هذا الاستطلاع:

أ المقابلة الشخصية.

ب الاستبانة.

ج الهاتف المنزلي أو الهاتف الخلوي.

د البريد العادي أو البريد الإلكتروني.

الإحصاء هو أحد مجالات الرياضيات التطبيقية، حيث هو علم يهتم بجمع البيانات وتنظيمها وتصنيفها وعرضها وتحليلها، ليساعد على اتخاذ قرارات صحيحة مبنية على توقعات واستنتاجات.

المجتمع الإحصائي هو مجموعة كل العناصر قيد الدراسة ويكون لها خصائص مشتركة.

يمكن أن تكون المجتمعات الإحصائية منتهية (عدد عناصرها محدود) أو غير منتهية (عدد عناصرها غير محدود).

مثال (١)

حدد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية – غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع:

أ طلاب المرحلة الثانوية في دولة الكويت في إحدى السنوات.

ب المدخنون في جميع دول العالم.

الحل:

أ المجتمع: طلاب المرحلة الثانوية في دولة الكويت في إحدى السنوات.

نوع المجتمع: منته، يمكن معرفة العدد الإجمالي.

وحدة الدراسة: الطالب.

ب المجتمع: المدخنون في جميع دول العالم.

نوع المجتمع: غير منته، لا يمكن معرفة العدد الإجمالي.

وحدة الدراسة: المدخن.

حاول أن تحل

١ حدد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية – غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع:

أ الطلاب المشاركون في زيارة المركز العلمي في أحد الأيام.

ب زوار حديقة الحيوانات.

المتغير هو الصفة التي تكون محور الدراسة في المجتمع الإحصائي.

مثال (٢)

اعرض بعض المتغيرات لطلاب صفك والتي يمكن أن تقوم بدراستها.

الحل:

تتنوع الإجابات. إجابات ممكنة:

أ طول القامة لكل طالب بالسنتيمتر.

ب وزن كل طالب بالكيلوجرام.

جـ لون العيون لكل طالب.

د لون الشعر لكل طالب.

حاول أن تحل

٢ اعرض بعض المتغيرات الممكنة للكتب الموجودة في مكتبة مدرستك والتي يمكن أن تقوم بدراستها.

(٢–١–أ) جمع البيانات Collecting Data

عند القيام بدراسة إحصائية يقوم الباحث بتحديد المجتمع محل الدراسة ثم يبدأ بجمع البيانات. وهناك أساليب مختلفة لجمع البيانات تعتمد على نوع الدراسة وخصائص المجتمع وهي:

١– الحصر الشامل:

هي عملية جمع بيانات جميع المفردات من المجتمع محل الدراسة، (غالبًا ما تصعب دراسة مفردات المجتمع ككل لما تحتاجه من نفقات ووقت وجهد كما أن الحصر الشامل لا يصلح في المجتمعات غير المنتهية لاستحالة حصر مفرداتها في قائمة).

٢–المعاينة

هي عملية اختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع وتحقق أهداف الدراسة.

مثال (٣)

هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية أم لا؟ مع ذكر السبب.

أ دراسة نسبة كمية السكر في الدم عند مريض مصاب بداء السكري.

ب دراسة حول نسبة عدد الطلاب الذين يكتبون باليد اليسرى إلى عدد الطلاب في المرحلة الثانوية في مدرستك.

الحل:

أ لا يمكن استخدام الحصر الشامل في هذا المجتمع، لأن استخدام كافة كمية الدم الموجودة في جسم المريض سوف يؤدي إلى نهاية حياته. لذا نحتاج إلى جزء من هذا الدم لدراسة كمية السكر.

ب يمكن استخدام الحصر الشامل هنا، لأن عدد الطلاب في المرحلة الثانوية يسمح بدراسة عدد الطلاب الذين يكتبون باليد اليسرى وبالتالي يمكن كتابة النسبة.

حاول أن تحل

٣ اكتب مثالًا عن:

أ دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيه.

ب دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيه.

مثال (٤)

تقوم إحدى الشركات بإنتاج عبوات من عصير البرتقال وتوزيعها على الأسواق الاستهلاكية. يريد أحد التجار شراء كمية كبيرة من هذا العصير. كيف يتأكد من جودة نوعيته؟

الحل:

يختار التاجر عددًا من العبوات ويحللها في المختبر وعلى ضوء النتائج التي يتوصل إليها يقرر ما إذا كانت نوعية هذا العصير جيدة أم لا.

حاول أن تحل

٤ ماذا تفعل إذا أردت معرفة أطوال قامات طلاب المرحلة الثانوية في جميع مدارس دولة الكويت؟

مثال (٥)

تريد دراسة نسبة الأميّين في العالم إلى عدد السكان في إحدى السنوات. ماذا تفعل؟

الحل:

المجتمع الإحصائي هنا كبير جدًّا، لذا يجب أن نختار عينة تمثل جزءًا مهمًا منه، ثم نتوقع النسبة المطلوبة.

حاول أن تحل

٥ ماذا تفعل لتعرف من هو الممثل الأكثر شعبية في دولة الكويت هذا العام؟

(٢-١-ب) أنواع البيانات وطرائق جمعها Types and methodes of Data Collection

تتنوع البيانات بحسب الهدف الذي تتوجه إليه دراسة المفردات في المجتمعات الإحصائية وتنقسم إلى نوعين.

أولًا: البيانات الكيفية Qualitative Data

البيانات الكيفية هي بيانات نعبر عنها من خلال أسماء أو صفات لتحديد حالة ما للمتغير ويوجد نوعان من البيانات الكيفية:

أ البيانات الكيفية الاسمية: التي تعطي صفة أو عنوانًا للمتغير مثل لون الشعر - لون العيون - الجنسية - نوع الجوال - الاسم ...

ب البيانات الكيفية المرتبة: تحدد بمواصفات تراعي ترتيبًا معينًا مثل تقديرات الطلاب في مادة ما (ممتاز - جيدجدًّا - جيد - مقبول - ضعيف).

ثانيًا: البيانات الكمية Quantitative Data

البيانات الكمية هي بيانات نعبر عن مفرداتها بقيم عددية وهي نوعان:

أ البيانات الكمية المستمرة (متصلة) : وهي بيانات تكون فيها قيمة المتغير عددًا حقيقيًّا مثل: الأطوال - الأوزان - الحجوم - المساحات ...

ب البيانات الكمية المتقطعة (منفصلة): وهي بيانات تكون فيها قيمة المتغير عددًا صحيحًا مثل عدد طوابق الأبنية- عدد درجات السلم- عدد الأشقاء...

مثال (٦)

تم تسجيل ألوان الشعر لعشرة طلاب في الصف الحادي عشر فجاءت كما يلي:
بني، أسود، بني، أشقر، أسود، أسود، بني، كستنائي، أسود، بني.
ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كيفية إسمية.

حاول أن تحل

٦ عند طرح سؤال على خمسة عشرة طالبًا من الصف الحادي عشر أدبي عن توقعاتهم لمستقبلهم في مجالات العمل أتت إجاباتهم على الشكل التالي: ضابط، محاسب، محام، معلم، ضابط، معلم، محاسب، محام، تاجر، محاسب، محاسب، معلم، لاعب كرة، محاسب، ضابط. ما نوع هذه البيانات؟

مثال (٧)

أقيمت دورة للألعاب الأولمبية في بكين عاصمة الصين سنة ٢٠٠٨م، وكان ترتيب الدول بحسب العدد الإجمالي للميداليات كما يلي: الصين، الولايات المتحدة الأميركية، روسيا، بريطانيا، ألمانيا، أستراليا. ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كيفية مرتبة.

حاول أن تحل

٧ تريد إجراء استطلاع حول رحلة إلى المدينة الترفيهية فقمت بتوزيع استمارة على الطلاب كتب عليها:

(موافق - غير موافق- سأجيب لاحقًا - لا إجابة)

ما نوع هذه البيانات؟ اشرح.

مثال (٨)

كانت درجات الطلاب في الصف الحادي عشر في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي:
١٢، ١٣,٥، ١٧، ١٦,٥، ٨,٥، ٩، ١٠، ١٠، ١٠,٥، ١٢، ١٤,٥، ٧، ٩,٥، ١٥، ١٥,٥، ١١، ١١,٥، ١٣، ١٥,٥، ١٣,٥. ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كمية مستمرة.

حاول أن تحل

٨ تم تسجيل درجات حرارة خمسة أطفال في إحدى المستشفيات فكانت كالتالي:
٣٦,٥°، ٣٨°، ٣٧,٨°، ٣٩°، ٣٧,٥°.
ما نوع هذه البيانات؟

مثال (٩)

في نهائيات كأس العالم لكرة القدم ٢٠١٠م، حققت بعض الدول الأهداف التالية: ألمانيا (٥)، هولندا (٥)، اليابان (٤)، الكاميرون (٢)، إيطاليا (٤)، البرازيل (٥)، إسبانيا (٤).
ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كمية متقطعة.

حاول أن تحل

٩ في نهائيات كأس العالم لكرة القدم ٢٠١٠م، كانت نقاط بعض الدول كما يلي: فرنسا (١)، الأرجنتين (٩)، الجزائر (١)، غانا (٤)، البرتغال (٥).
ما نوع هذه البيانات؟

طرائق جمع البيانات
Methods of Data Collecting

عند جمع البيانات يستخدم الإحصائيون طرائق متعددة وذلك بحسب ما هو متوفر لديهم وما هو أسهل. من هذه الطرائق:

- الملاحظة أو المشاهدة.
- الاستبانة.
- البريد العادي أو البريد الإلكتروني.
- الهاتف المنزلي أو الهاتف الخلوي.
- المقابلة الشخصية.
- الوثائق والسجلات.
- الأبحاث التاريخية والأرشيف.
- قواعد البيانات.

مثال (١٠)

أ أرادت إحدى شركات بيع السيارات التعرف إلى آراء الزبائن في خدمات الشركة بعد المبيع. كيف سيتم ذلك؟

ب أراد المدير المالي في إحدى المؤسسات الوقوف على آراء الموظفين بعد نسبة الزيادة التي أعطاها لهم. كيف سيتم ذلك؟

الحل:

أ الاتصال بالزبائن بواسطة الهاتف المنزلي أو بواسطة الهاتف الخلوي أو البريد الإلكتروني.

ب بواسطة استبانة تكتب عليها بعض الأسئلة ذات الصلة أو بالمقابلة المباشرة مع كل موظف.

حاول أن تحل

١٠ يريد أحد الفنادق معرفة آراء النزلاء من مختلف أنحاء العالم بالخدمة التي يوفرها لهم أثناء إقامتهم. فما هي أفضل طريقة تراها في هذا الاستطلاع؟

أنواع العينات

Samples Types

سوف تتعلم

- العينة العشوائية البسيطة.
- العينة العشوائية الطبقية.
- العينة العشوائية المنتظمة.

دعنا نفكر ونناقش

تتكون أسرة إحدى المستشفيات من ١٠٠ إداريًا، ١٥٠ طبيبًا، ٢٥٠ ممرضًا.

١ أراد مدير المستشفى اختيار ٢٥ ممرضًا للالتحاق ببرنامج تدريبي، وضّح كيفية اختيار الممرضين دون تحيز.

٢ يساعد مدير المستشفى فريق عمل مكون من ١٠ أعضاء من مختلف فئات العاملين. وضّح كيفية اختيارهم بشكل عادل يتناسب مع أعداد كل فئة من العاملين.

العينة العشوائية Random Sample

هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم اختيارها عشوائيًا بطريقة علمية دون تحيز كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيل بأقل تكلفة ممكنة. تختلف العينة بحسب طبيعة المجتمع الإحصائي محل الدراسة. في ما يلي بعض من العينات العشوائية:

(٢-٢-م) العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

إذا كان المجتمع الإحصائي يتضمن عدد ن من المفردات المتجانسة وأردنا دراستها باتجاه معين اعتمادًا على عينة عشوائية عدد مفرداتها م، وإذا كانت كل عينة عشوائية من هذا المجتمع الإحصائي لها الفرصة نفسها في أن نختارها فيكون لدينا عينة عشوائية بسيطة. في مثل هذه العينة يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي الفرصة نفسها في الظهور.

يوجد طرائق عدة لاختيار العينة العشوائية البسيطة، إما باستخدام جدول الأعداد العشوائية أو آلات حاسبة متخصصة أو برامج إحصائية، على سبيل المثال برنامج Microsoft Excel.

مثال (١)

في إحدى المؤسسات التعليمية يوجد ٨٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٨٠.
المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٧ طلاب لدراسة بعض الأمور في المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الأول والعمود الثاني.

الحل:

بما أن حجم المجتمع ٨٠ فإننا نأخذ أول رقمين لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الثاني ثم نتحرك رأسيًّا إلى الأسفل نجد الأعداد التالية: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٩٦، ٣٧، ٨٦، ٤١.

ولكن يوجد عددان ٩٦، ٨٦ لا يوجد مقابل لهما في ترقيم الطلاب لذا يبقى لدينا: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٣٧، ٤١.

فنكمل لنجد العددين الآخرين على ألا يكون تكرارًا لما سبق فنجد: ٢، ٣٥.

وبذلك يصبح لدينا الطلاب بحسب الترقيم التالي: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٣٧، ٤١، ٢، ٣٥.

ملاحظة

يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول من جدول الأعداد العشوائية إذا لم يتم التحديد.

حاول أن تحل

١ في مثال (١) إذا كان المطلوب سحب العينة من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس. فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها؟

مثال (٢)

في أحد الأندية الكبيرة في دولة الكويت كان عدد العمال ٢٠٠ عامل مرقمين من ٢٠١ إلى ٤٠٠، المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٠ عمال لدراسة المستوى الفني للعمال باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف الخامس والعمود الرابع.

الحل:

٢٤٦، ٣٨٣، ٣٤٩، ٣٤١، ٢١٥، ٢٦٧، ٣١٨، ٢٧١، ٣٦٨، ٢٨٨

فيكون العمال حاملي الأعداد السابقة يشكلون عينة عشوائية بسيطة.

حاول أن تحل

٢ في أحد المصانع في دولة الكويت كان عدد الموظفين ٣٠٠ موظف مرقمين من ٦٠١ إلى ٩٠٠، المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ٦ موظفين باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف العاشر والعمود الرابع عشر.

(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

يمكن تقسيم المجتمع الإحصائي إلى مجموعات لا تتقاطع مع بعضها البعض، ثم نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة فنحصل على عينة عشوائية طبقية.

تستخدم العينة العشوائية الطبقية عادة في حالة إمكان تقسيم المجتمع الإحصائي إلى طبقات مختلفة غير متقاطعة مع بعضها البعض وكل طبقة متجانسة من حيث المفردات التي تؤلفها.

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$$

حجم العينة من أي طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

مثال (٣)

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة عند الموظفين في إحدى المؤسسات، تم سحب عينة طبقية مكونة من ٨٠ فردًا من أصل ١٦٠٠ موظف موزعين كما يبين الجدول التالي:

إداريون	تقنيون وفنيون	عمال ومستخدمون	المجموع
١٠٠	٣٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

الحل:

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{٨٠}{١٦٠٠} = ٠,٠٥$$

لإيجاد حجم العينة الطبقية نأخذ القاعدة:

حجم العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة.

نوجد إذًا حجم العينة لكل طبقة في المؤسسة:

حجم عينة الإداريين = ٠,٠٥ × ١٠٠ = ٥

حجم عينة التقنيين والفنيين = ٠,٠٥ × ٣٠٠ = ١٥

حجم عينة العمال والمستخدمين = ٠,٠٥ × ١٢٠٠ = ٦٠

وبالتالي تكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من: ٥ (إداريين)، ١٥ (تقنيًّا وفنيًّا)، ٦٠ (عاملًا ومستخدمًا).

حاول أن تحل

٣ لدراسة الآداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من ٧ أفراد من ٣٥ موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

مدراء أقسام	محاسبون ومدققون	عمال ومستخدمون	المجموع
١٠	٢٠	٥	٣٥

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

مثال (٤)

في إحدى المؤسسات يوجد ١٠٠ إداري مرقمين من ١٠٠ إلى ١٩٩، ٢٠٠ مهندس وتقني مرقمين من ٢٠٠ إلى ٣٩٩، ٦٠٠ عامل ومستخدم مرقمين من ٤٠٠ إلى ٩٩٩. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ١٨ فردًا لدراسة كفاءة العاملين في هذه المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعمود العاشر.

الحل:

أولًا: نوجد كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$

$= \frac{١٨}{٩٠٠} = ٠,٠٢$

ثانيًا: نوجد حجم كل عينة بسيطة.

حجم عينة الإداريين = $٠,٠٢ \times ١٠٠ = ٢$

حجم عينة المهندسين والتقنيين = $٠,٠٢ \times ٢٠٠ = ٤$

حجم عينة العمال والمستخدمين = $٠,٠٢ \times ٦٠٠ = ١٢$

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة كما يلي:

٢ (إداريين)، ٤ (مهندسين وتقنيين)، ١٢ (عاملًا ومستخدمًا).

ثالثًا: نستخدم جدول الأعداد العشوائية لإيجاد أرقام:

٢ إداريين من بين الأعداد ١٠٠ إلى ١٩٩.

٤ مهندسين وتقنيين من بين الأعداد ٢٠٠ إلى ٣٩٩.

١٢ عاملًا ومستخدمًا من بين الأعداد ٤٠٠ إلى ٩٩٩.

ملاحظة

يمكن استخدام جداول الأعداد العشوائية لسحب عينة عشوائية طبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة.

- الإداريين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثاني، والعمود العاشر ثم نتحرك نزولًا.
فنجد الأعداد ١١٩، ١٠٤.
- المهندسين والتقنيين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثاني والعمود العاشر ثم نتحرك نزولًا.
فنجد الأعداد: ٣١٧، ٢٤٤، ٣١٣، ٣٤٦.
- العمال والمستخدمين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثاني والعمود العاشر، ثم نتحرك نزولًا.
فنجد الأعداد: ٩٠٩، ٦٧٢، ٧١٥، ٤٢٥، ٧٦٣، ٥٣٥، ٥٨٩، ٧٠١، ٨٤٩، ٧٤٧، ٨٥٠، ٧٦٨.

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة بحسب الترقيم التالي:
- للإداريين: ١١٩، ١٠٤.
- للمهندسين والتقنيين: ٣١٧، ٢٤٤، ٣١٣، ٣٤٦.
- للعمال والمستخدمين: ٩٠٩، ٦٧٢، ٧١٥، ٤٢٥، ٧٦٣، ٥٣٥، ٥٨٩، ٧٠١، ٨٤٩، ٧٤٧، ٨٥٠، ٧٦٨.

حاول أن تحل

٤ في مثال (٤) إذا أراد صاحب المؤسسة سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٩ أفراد:

أ أوجد كسر المعاينة.

ب أوجد حجم العينات العشوائية البسيطة المكونة لهذه العينة العشوائية الطبقية.

جـ استخدم الصف الثالث والعمود السابع، لتجد الترقيم المناسب في كل عينة بسيطة.

(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

من أكثر العينات العشوائية استخدامًا العينة العشوائية المنتظمة، حيث يتم تقسيم المجتمع إلى فترات متساوية الطول وعددها يساوي حجم العينة.

تستخدم العينة العشوائية المنتظمة في المجتمعات الإحصائية المتجانسة حيث:

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

يمكن سحب المفردة الأولى في العينة باستخدام جدول الأعداد العشوائية أو عن طريق المختبر الإحصائي.

مثال (٥)

في أحد المصانع حيث عدد العمال ٩٠٠ مرقمين من ١ إلى ٩٠٠، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٥، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.

الحل:

نوجد: طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٩٠٠}{١٥} = ٦٠$

نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية على ألا يزيد عن العدد ٦٠.

نجد العدد ٣١ على التقاطع بين الصف الثامن والعمود العاشر.

فتكون الأعداد كما يلي:

٣١

٣١ + ٦٠ = ٩١

٩١ + ٦٠ = ١٥١

١٥١ + ٦٠ = ٢١١

٢١١ + ٦٠ = ٢٧١

٢٧١ + ٦٠ = ٣٣١

٣٣١ + ٦٠ = ٣٩١

٣٩١ + ٦٠ = ٤٥١

٤٥١ + ٦٠ = ٥١١

٥١١ + ٦٠ = ٥٧١

٥٧١ + ٦٠ = ٦٣١

٦٣١ + ٦٠ = ٦٩١

٦٩١ + ٦٠ = ٧٥١

٧٥١ + ٦٠ = ٨١١

٨١١ + ٦٠ = ٨٧١

والعينة العشوائية المنتظمة تتكون من العمال حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

٣١، ٩١، ١٥١، ٢١١، ٢٧١، ٣٣١، ٣٩١، ٤٥١، ٥١١، ٥٧١، ٦٣١، ٦٩١، ٧٥١، ٨١١، ٨٧١.

حاول أن تحل

٥ في مثال (٥) ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها ١٠، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الخامس عشر والعمود السابع؟

مثال (٦)

يبلغ عدد طلاب إحدى مدارس الكويت ٧٠٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٧٠٠، أراد مدير المدرسة إرسال ١٠ طلاب لحضور ندوة حول «حماية الحيوانات المهددة بالانقراض». المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠ باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءًا من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث.

الحل:

نوجد: طول الفترة $= \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٧٠٠}{١٠} = ٧٠$

نختار أول عدد عشوائي مؤلّف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية بحيث لا يزيد عن طول الفترة (٧٠) ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث فنجد العدد ٣٨.

٣٨
٣٨ + ٧٠ = ١٠٨
١٠٨ + ٧٠ = ١٧٨
١٧٨ + ٧٠ = ٢٤٨
٢٤٨ + ٧٠ = ٣١٨
٣١٨ + ٧٠ = ٣٨٨
٣٨٨ + ٧٠ = ٤٥٨
٤٥٨ + ٧٠ = ٥٢٨
٥٢٨ + ٧٠ = ٥٩٨
٥٩٨ + ٧٠ = ٦٦٨

تتكون العينة العشوائية من الطلاب حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

٣٨، ١٠٨، ١٧٨، ٢٤٨، ٣١٨، ٣٨٨، ٤٥٨، ٥٢٨، ٥٩٨، ٦٦٨.

حاول أن تحل

٦ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس يبلغ ١٤٠ طالبًا مرقيمن من ١ إلى ١٤٠ . المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها ٧ لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم هدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد، باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف السادس والعمود التاسع.

سوف تتعلم

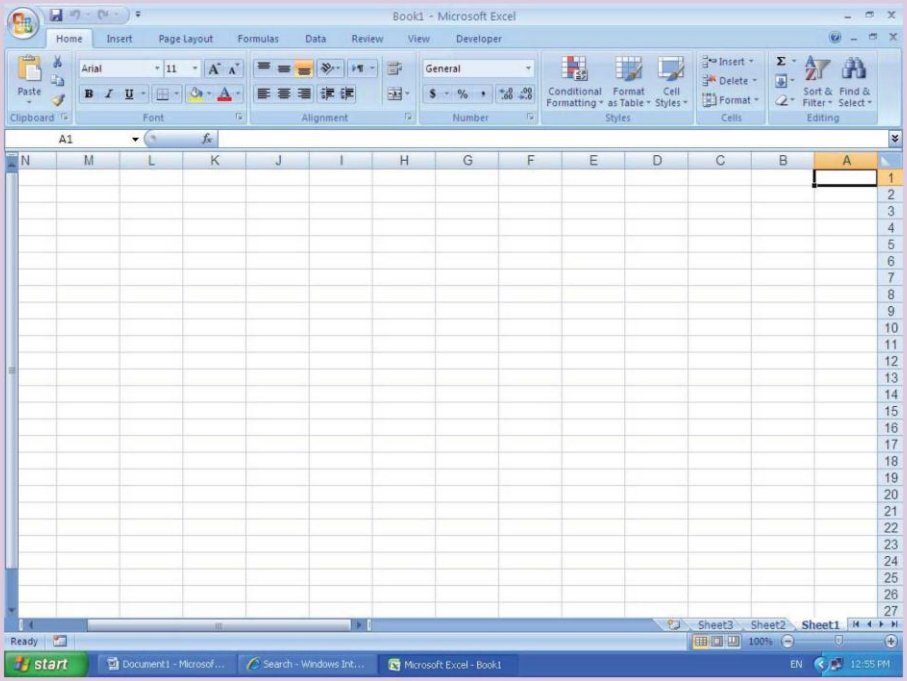
استخدام الحاسوب لتكوين:

- عينة عشوائية بسيطة.
- عينة عشوائية طبقية.
- عينة عشوائية منتظمة.

عمل تعاوني

اتبع الخطوات التالية لتتمكن من تشغيل برنامج Excel:

اضغط الزر الأيسر للفأرة تباعًا على «**Start**». ومن ثم «**All Programs**» وبعدها نختار من القائمة «**Microsoft Office**» فتظهر قائمة نختار منها «**Microsoft Office Excel**» اضغط عليها فيتم فتح صفحة جديدة لبرنامج **Excel**، كما في الشكل أدناه.



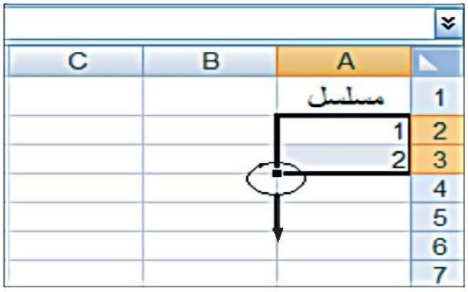
١- العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

مثال (١)

للاشتراك في مسابقة الـ Timss العالمية في الرياضيّات ، قررت إحدى الدول اختيار عشرة طلاب عشوائيًّا من أصل ٢٠٠ طالب من طلاب مدارسها المتفوقين في الرياضيات في الصف الحادي عشر علمي.
المطلوب سحب عينة عشوائية حجمها ١٠ طلاب باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «مسلسل» في الخلية A1 ورتب الطلاب من ١ : ٢٠٠ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A201 وذلك بكتابة الرقم ١ في الخلية A2 وكتابة الرقم ٢ في الخلية A3 ومن ثم تحديد الخليتين A2 و A3 كما في الشكل (١).



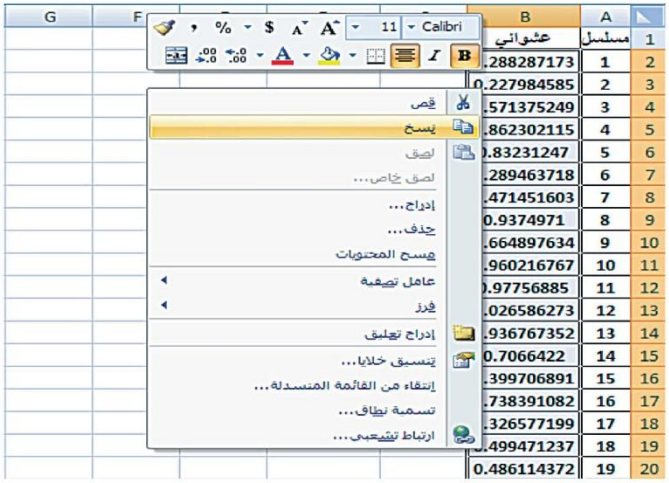
شكل (١)

- اضغط بالفأرة على مقبض الخلية (Handle Cell) سوف يتغير مقبض التعبئة (مربع أسود صغير: ■) إلى مؤشر مقبض التعبئة (علامة جمع سوداء: +) اسحب مؤشر مقبض التعبئة (+) في اتجاه السهم إلى الأسفل حتى الخلية A201 فيتم ترقيم الخلايا بالترتيب من ١ إلى ٢٠٠.
- عنون العمود B «عشوائي» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية في العمود الثاني.
- اكتب () RAND = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (↵).

ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي للحصول على نتائج عشوائية أيضًا في كل خلايا العمود B حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B201.

حدد الخلايا من الخلية B2 حتى الخلية B201.

عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة RAND () = في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (٢).



	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	1	.288287173
3	2	0.227984585
4	3	.571375249
5	4	.862302115
6	5	.83231247
7	6	.289463718
8	7	.471451603
9	8	0.9374971
10	9	.664897634
11	10	.960216767
12	11	.97756885
13	12	.026586273
14	13	.936767352
15	14	0.7066422
16	15	.399706891
17	16	.738391082
18	17	.326577199
19	18	.499471237
20	19	0.486114372

شكل (٢)

- بعد الانتهاء من عملية النسخ اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة وأنت على أي من الخلايا المحددة تظهر مرة أخرى لائحة أمامك، اختر من القائمة لصق خاص، فتظهر نافذة معنونة: لصق خاص. اضغط على القيم وذلك ليتم لصق قيم الخلايا كما في الشكل (٣).

	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	1	0.288287173
3	2	0.227984585
4	3	0.571375249
5	4	0.862302115
6	5	0.83231247
7	6	0.289463718
8	7	0.471451603
9	8	0.9374971
10	9	0.664897634
11	10	0.960216767
12	11	0.97756885
13	12	0.026586273
14	13	0.936767352
15	14	0.7066422
16	15	0.399706891
17	16	0.738391082
18	17	0.326577199

شكل (٣)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على عمود كامل من الأرقام العشوائية غير المرتبة من الخلية B2 حتى الخلية B201.
- حدد خلايا الأرقام المتسلسلة للمجتمع (الطلاب) وخلايا الأرقام العشوائية غير المرتبة بما فيها الخليتان A1 و B1. بواسطة الفأرة حدد الخلايا من الخلية A1 حتى الخلية B201.
- قم بترتيب محتوى العمودين تصاعديًّا بناء على قيم الأرقام العشوائية وذلك من القائمة المنسدلة على الشكل التالي:
- اضغط على بيانات ثم فرز بحيث يكون الصف الأول يحتوي على أسماء المتغيرات من خلال «اختيار تحتوي البيانات على رؤوس» ومن ثم عشوائي في خانة «فرز حسب» وتحديد طريقة الترتيب تصاعديًّا من خلال اختيار من الأصغر إلى الأكبر في خانة ترتيب كما في الشكل (٤).

	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	1	0.288287173
3	2	0.227984585
4	3	0.571375249
5	4	0.862302115
6	5	0.83231247
7	6	0.289463718
8	7	0.471451603
9	8	0.9374971
10	9	0.664897634
11	10	0.960216767
12	11	0.97756885
13	12	0.026586273
14	13	0.936767352
15	14	0.7066422
16	15	0.399706891
17	16	0.738391082
18	17	0.326577199
19	18	0.499471237

شكل (٤)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على العمودين بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًّا كما في الشكل (٥). تمثل الأعداد العشرة الأولى في العمود A1 (مسلسل) العينة المختارة. أي أن العينة تقابل الأرقام :٧٣، ٧٦، ١٢، ٢٥، ٦٩، ٢٩، ٧٠، ٩٠، ٣٥، ١٠٠.

	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	73	0.015422845
3	76	0.02080723
4	12	0.026586273
5	25	0.027678263
6	69	0.065611546
7	29	0.080251585
8	70	0.083330071
9	90	0.105089482
10	35	0.119454441
11	100	0.12184622

شكل (٥)

ملاحظة

كل النتائج المعتمدة على الوظيفة RAND () = سوف تتغير في كل مرة نقوم بها بتكوين العمود المعنون عشوائي، وبالتالي فإن البيانات في العمود المعنون مسلسل سوف تتغير أيضًا.

حاول أن تحل

١ اعتمد الأسلوب نفسه لاختيار عينة من ٢٠ طالبًا متفوقًا من أصل ٤٥٠ طالبًا في مواد العلوم.

٢ـ العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

مثال (٢)

إن عدد اللاعبين المحترفين في أندية الدرجة الأولى في إحدى دورات كرة القدم العالمية هو ٤٦٠ لاعب كرة قدم مقسمين على الشكل التالي:
٦٠ حارس مرمى مرقمين من ١ إلى ٦٠، ٨٠ مهاجمًا مرقمين من ٦١ إلى ١٤٠، ١٨٠ خط وسط مرقمين من ١٤١ إلى ٣٢٠، ١٤٠ مدافعًا مرقمين من ٣٢١ إلى ٤٦٠.
المطلوب سحب عينة طبقية حجمها ٢٣ لاعبًا من الفئات المختلفة لتكوين منتخب الدوري وذلك باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

الحل:

الفريق الكامل ٢٣ لاعبًا

كسر المعاينة = $\frac{٢٣}{٤٦٠}$ = ٠,٠٥

حارس مرمى	هجوم	وسط	دفاع
٦٠ × ٠,٠٥ = ٣	٨٠ × ٠,٠٥ = ٤	١٨٠ × ٠,٠٥ = ٩	١٤٠ × ٠,٠٥ = ٧

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- اسحب عينة عشوائية بسيطة من كل فئة من اللاعبين (حارس مرمى، هجوم، وسط، دفاع). السحب يجب أن يكون لمرة واحدة كي لا يكون هناك فرصة لاختيار أي فرد أكثر من مرة.

أولًا: تجهيز البيانات الخاصة بأرقام المجتمع

- عنون العمود A في الخلية A1 «حارس مرمى» ورتبهم من ١:٦٠ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A61 وذلك بكتابة الرقم ١ في الخلية A2 وكتابة الرقم ٢ في الخلية A3 ومن ثم تحديد الخليتين A2 وA3. اضغط بالفأرة على مقبض الخلية واسحب مؤشر مقبض التعبئة إلى الأسفل حتى الخلية A61 لترقيم الخلايا عشوائيًا.
- عنون العمود B «عشوائي حارس مرمى» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة لحراس المرمى في العمود الثاني.
- عنون العمود C «هجوم» في الخلية C1 ورتبهم من ٦١:١٤٠ في الخلايا ابتداء من الخلية C2 إلى الخلية C81.
- عنون العمود D «عشوائي هجوم» في الخلية D1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الهجوم في العمود الرابع.
- عنون العمود E «وسط» في الخلية E1 ورتبهم من ١٤١:٣٢٠ في الخلايا ابتداء من الخلية E2 إلى الخلية E181.

- عنون العمود F «عشوائي وسط» في الخلية F1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الوسط في العمود السادس.
- عنون العمود G «دفاع» في الخلية G1 ورتبهم من ٣٢١ إلى ٤٦٠ في الخلايا ابتداء من الخلية G2 إلى الخلية G141.
- عنون العمود H «عشوائي دفاع» في الخلية H1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الدفاع في العمود الثامن.
- انظر الشكل (٦).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى	هجوم	عشوائي هجوم	وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	1		61		141		321	
3	2		62		142		322	
4	3		63		143		323	
5	4		64		144		324	
6	5		65		145		325	
7	6		66		146		326	
8	7		67		147		327	
9	8		68		148		328	
10	9		69		149		329	
11	10		70		150		330	
12	11		71		151		331	

شكل (٦)

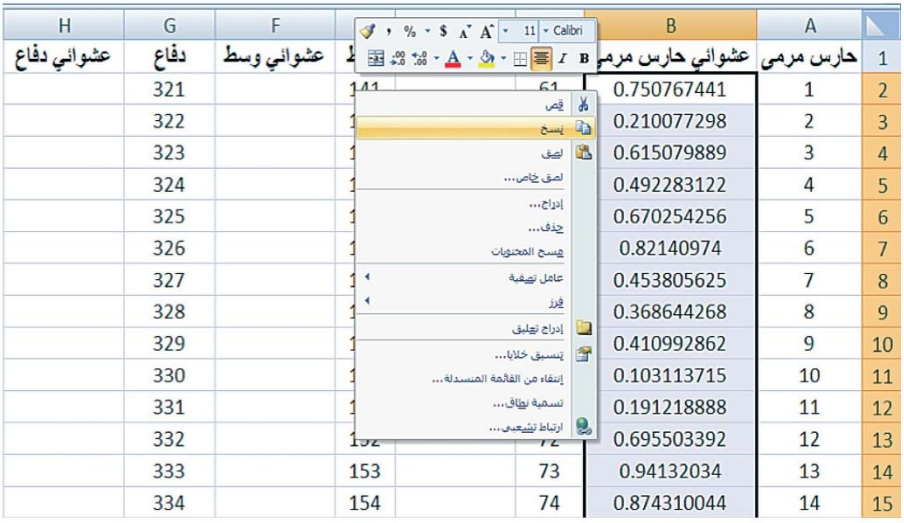
ثانيًا : سحب العينات

أ سحب عينة حراس المرمى

- اكتب RAND () = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (إلى).

ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي الحصول على نتائج عشوائية أيضًا حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B61.

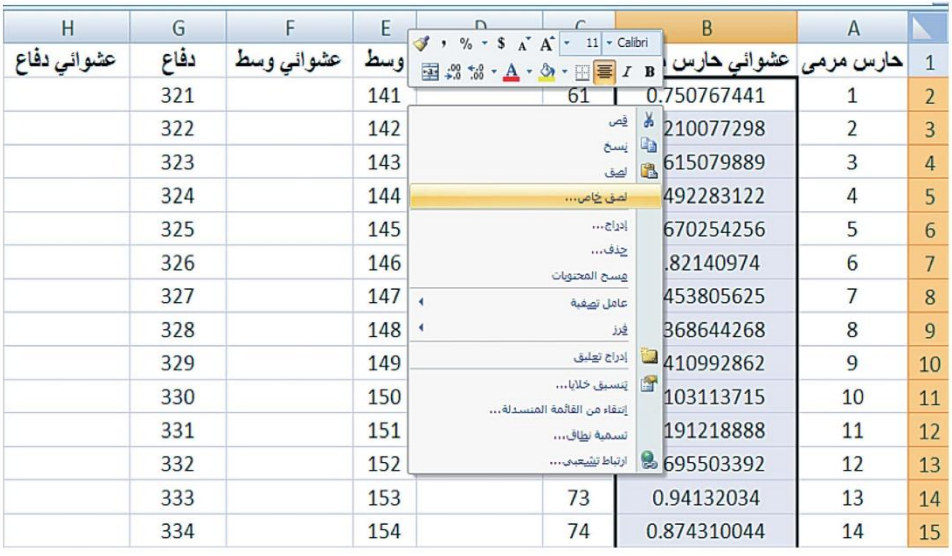
- حدد الخلايا من الخلية B2 حتى الخلية B61.
- عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة RAND () = في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (٧).



1	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى			ط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	1	0.750767441	61		141		321	
3	2	0.210077298			1		322	
4	3	0.615079889			1		323	
5	4	0.492283122			1		324	
6	5	0.670254256			1		325	
7	6	0.82140974			1		326	
8	7	0.453805625			1		327	
9	8	0.368644268			1		328	
10	9	0.410992862			1		329	
11	10	0.103113715			1		330	
12	11	0.191218888			1		331	
13	12	0.695503392	72		152		332	
14	13	0.94132034	73		153		333	
15	14	0.874310044	74		154		334	

شكل (٧)

- بعد الانتهاء من عملية النسخ اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة وأنت على أي من الخلايا المحددة مرة أخرى، فتظهر نافذة اختر لصق خاص كما في الشكل (٨).



1	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس			وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	1	0.750767441	61		141		321	
3	2	210077298			142		322	
4	3	615079889			143		323	
5	4	492283122			144		324	
6	5	670254256			145		325	
7	6	.82140974			146		326	
8	7	453805625			147		327	
9	8	368644268			148		328	
10	9	410992862			149		329	
11	10	103113715			150		330	
12	11	191218888			151		331	
13	12	695503392			152		332	
14	13	0.94132034	73		153		333	
15	14	0.874310044	74		154		334	

شكل (٨)

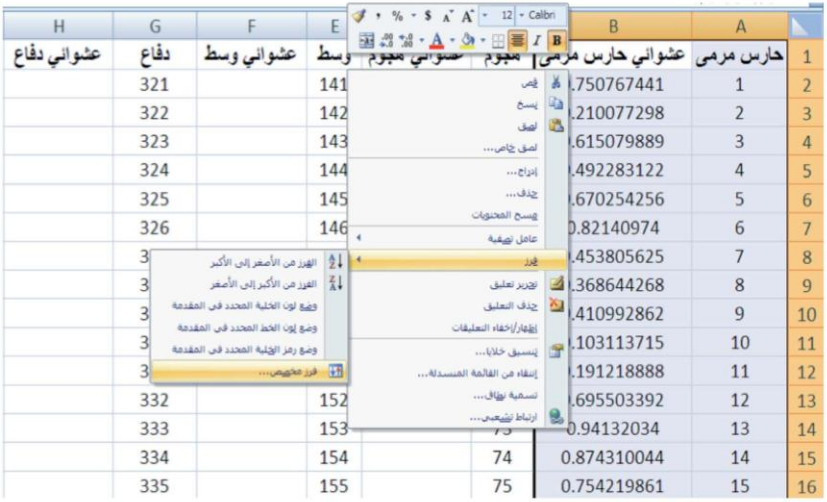
- اضغط على القيم وذلك ليتم لصق قيم الخلايا كما في الشكل (٩).

شكل (٩)

اضغط فوق زر موافق لتحصل على عمود كامل من الأرقام العشوائية غير المرتبة من الخلية B2 حتى الخلية B61.

حدد خلايا أرقام حراس المرمى وخلايا الأرقام العشوائية لحرّاس المرمى غير المرتبة بما فيها الخليتان A1 و B1. بواسطة الفأرة حدد الخلايا من الخلية A1 حتى الخلية B61.

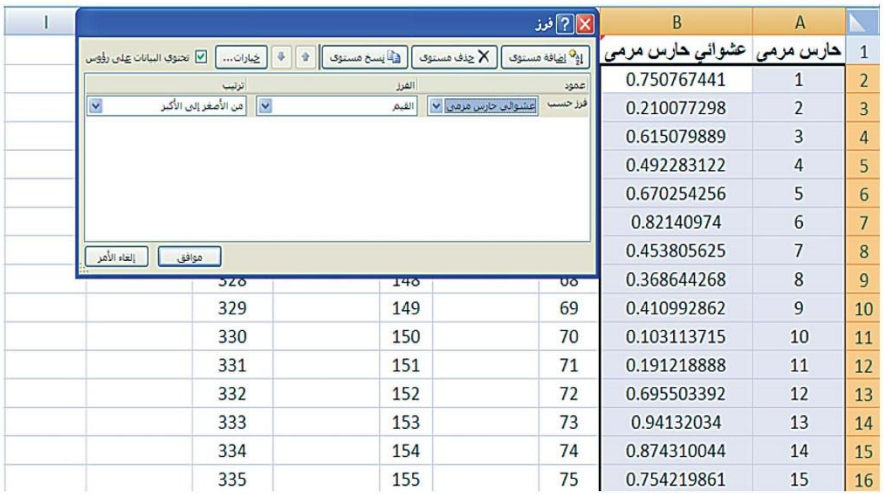
قم بترتيب محتوى العمودين تصاعديًّا بناء على قيم الأرقام العشوائية لحراس المرمى وذلك من القائمة المنسدلة على الشكل التالي: اضغط على بيانات ثم فرز ثم فرز مخصص كما في الشكل (١٠).



شكل (١٠)

- بعد اختيار **فرز مخصص** تظهر نافذة **فرز** كما في الشكل (١٠) بحيث يكون الصف الأوّل يحتوي على أسماء المتغيرات من خلال اختيار تحتوي **البيانات على رؤوس**.

اختر عشوائيًّا حارس مرمى في خانة **فرز حسب** وحدد طريقة الترتيب تصاعديًّا من خلال اختيار **من الأصغر إلى الأكبر** في خانة **ترتيب** كما في الشكل (١١).



	A	B
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى
2	1	0.750767441
3	2	0.210077298
4	3	0.615079889
5	4	0.492283122
6	5	0.670254256
7	6	0.82140974
8	7	0.453805625
9	8	0.368644268
10	9	0.410992862
11	10	0.103113715
12	11	0.191218888
13	12	0.695503392
14	13	0.94132034
15	14	0.874310044
16	15	0.754219861

328		148		68		
329		149		69		
330		150		70		
331		151		71		
332		152		72		
333		153		73		
334		154		74		
335		155		75		

شكل (١١)

- اضغط فوق زر **موافق** لتحصل على العمودين **A** و**B** بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًّا كما في الشكل (١٢).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى	هجوم	عشوائي هجوم	وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	54	0.062830237	61		141		321	
3	35	0.071676176	62		142		322	
4	44	0.07319488	63		143		323	
5	45	0.074222949	64		144		324	
6	10	0.103113715	65		145		325	
7	27	0.139356217	66		146		326	
8	57	0.159307393	67		147		327	
9	50	0.160429819	68		148		328	
10	49	0.179604265	69		149		329	

د سحب عينة لاعبي الدفاع

كرر الخطوات السابقة ولكن باستخدام العمودين السابع والثامن من الخلية G1 إلى الخلية H141 حتى تحصل على الشكل (١٥)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى	هجوم	عشوائي هجوم	وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	54	0.062830237	132	0.00629979	306	0.00337348	338	0.00049197
3	35	0.071676176	107	0.01741584	183	0.00384715	389	0.000642
4	44	0.07319488	65	0.02899354	151	0.01292622	337	0.00407365
5	45	0.074222949	115	0.02966173	169	0.01388522	370	0.00983666
6	10	0.103113715	122	0.04358554	202	0.01562814	386	0.01816931
7	27	0.139356217	96	0.07284653	159	0.02401306	321	0.02056558
8	57	0.159307393	77	0.07365917	297	0.02415747	422	0.03360053

٨	٢٠٢			٣٨٩
٩	١٠٩			٣٣١
١٠	٣٩٧			٤٢٢
١١	٣٧٨			
١٢	٢٤٥			

١٣ ـ ـ ـ

ن عبد اللاعبين المصريين في كأس آسيا في إحدى الدول هو ٣٠٠ لاعب نفسهم على الشكل التالي:

٥٠ مبلغ ألعاب مرقمين من ١ إلى ٥٠، ١٩٤ بمبلغ مختلف مرقمين من ٥١ إلى ١٧٥، ٧٥ بمبلغ الأكثار مرقمين من ١٧٦ إلى ٢٥٠، ٥٠ لرقم مرقمين من ٢٥١ إلى ٣٠٠.

المطلوب سحب عينة طبقية حجمها ١٢ لاعبًا من الفئات المختلفة المكونين منتخب الدوري وذلك باستخدام برنامج إحصائي.

٣ـ العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

مثال (٣) الرياضة

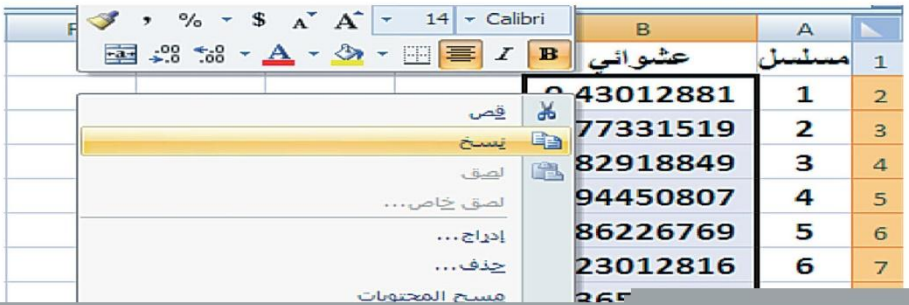
إذا كان عدد السيارات في إحدى الشركات ٢٤٠ سيارة. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٢٠ سيارة. لإجراء سباق في ما بينها وذلك باستخدام برنامج إحصائي.

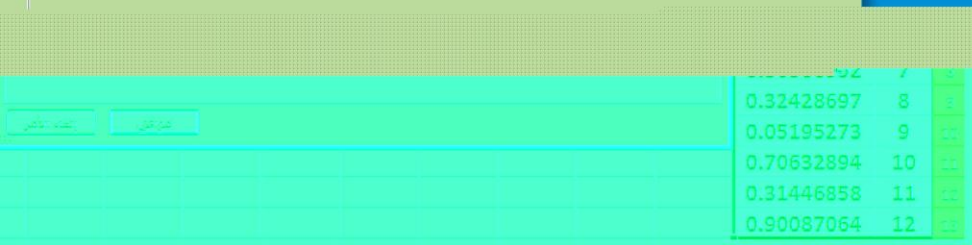
الحل:

طول الفترة = $\frac{٢٤٠}{٢٠}$ = ١٢.

أي نريد اختيار رقم واحد عشوائيٍّ من بين الأرقام من ١ إلى ١٢ لاستخدامه في بناء العينة العشوائية المنتظمة.

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «مسلسل» في الخلية A1 ورتب الأعداد من ١ : ١٢ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A13.
- عنون العمود B «عشوائي» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية في العمود الثاني.
- اكتب RAND () = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (إلى).
- ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي الحصول على نتائج عشوائية أيضًا حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B13.
- عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة RAND () = في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (١٦).





0.32428697	8
0.05195273	9
0.70632894	10
0.31446858	11
0.90087064	12

شكل (١٨)

اضغط فوق زر موافق لتحصل على العمودين بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًا كما في الشكل (٩
الرقم الأول في العمود مسلسل يمثل نقطة البداية. أكمل العينة بانتظام وذلك بتكرار إضافة العدد ١٢ لتحصل على ال
المكونة من السيارات ذات الأرقام التالية: ٩، ٢١، ٣٣، ٤٥، ٥٧، ٦٩، ٨١، ٩٣، ١٠٥، ١١٧، ١٢٩، ١٤١، ١٥٣، ١٦٥،
١٧٧، ١٨٩، ٢٠١، ٢١٣، ٢٢٥، ٢٣٧.

مسلسل	عشوائي
9	0.2890476
6	0.53715961
11	0.12867364
8	0.80582927
7	0.38523359
1	0.41342449
10	0.17238792
2	0.46660159
3	0.88795747
5	0.10768034
12	0.74620083
4	0.11498304

شكل (١٩)

حاول أن تحل

٣ عندما تتخطى سرعة إدخال النص عبر الحاسوب الـ ١٠٠ كلمة بالدقيقة يعتبر المعدل جيدًا. بهدف طباعة ك
مؤلف من حوالى مليون كلمة بأسرع وقت ممكن، المطلوب اختيار من أصل ٤٠٠ مدخل نصوص عبر الحاسو
عينة عشوائيّة حجمها ٢٥ شخصًا لإيجاد الأسرع في ما بينهم وذلك باستخدام برنامج إحصائي.

جد كسر المعاينة: $\frac{٢٠}{٥٠٠} = ٠,٠٤$ ومنه نحصل على:

عدد الإداريين = $٢٥ \times ٠,٠٤ = ١$

عدد الفنيين والتقنيين = $٧٥ \times ٠,٠٤ = ٣$

عدد العمال = $٤٠٠ \times ٠,٠٤ = ١٦$

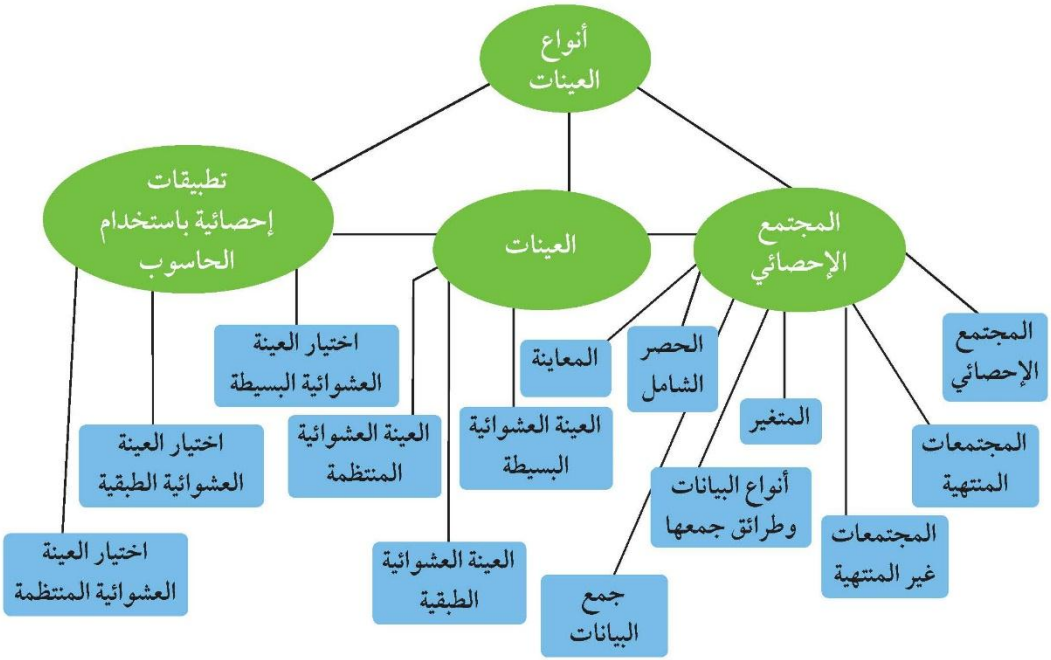
ي أن العينة العشوائية الطبقية ستكون مكونة من ١(إداري)، ٣(فني وتقني) ومن ١٦(عاملًا).

- يمكن اختيار الإداري باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول والتحرك نزولًا فنحصل على العدد ١٢١.
- يمكن اختيار الفنيين والتقنيين باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول ثم نتحرك نزولًا فنحصل على الأعداد: ٢٠١، ٢٠٩، ٢٢٧.
- يمكن اختيار العمال باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول ونتحرك نزولًا فنحصل على الأعداد: ٥٩٢، ٦٧٢، ٤٦٢، ٦٦٠، ٤٦٨، ٥٩٠، ٦٣٠، ٥٤٣، ٤١٢، ٦٦٥، ٣١٥، ٣٦٠، ٣٥٩، ٤١٤، ٦٥٧، ٦٢٠.

سألة إضافية

ي أحد المصارف الكبرى يوجد ٢٠٠ موظف مرقمين من ١ إلى ٢٠٠ موزعين في كل الفروع العاملة في الدولة. أرادت الإدارة لعامة في المصرف تشكيل عينة عشوائية منتظمة من ٢٠ موظفًا لدراسة أساليب العمل الفضلى المتعلقة بكيفية التعامل مع لزبائن. ساعد الإدارة على تشكيل هذه العينة العشوائية المنتظمة.

مخطط تنظيمي للوحدة الثانية



ملخص

- المجتمع الإحصائي هو مجموعة كل العناصر قيد الدراسة ويكون لها خصائص مشتركة.
- المتغير هو الصفة التي تكون محور الدراسة في المجتمع الإحصائي.

حجم المجتمع الإحصائي

- حجم العينة البسيطة في العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة.
- طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$.

الوحدة الثالثة

أساليب عرض البيانات

Ways to Display Data

مشروع الوحدة: دراسة جودة التعبئة

١ مقدمة المشروع: تحتاج شركات تعبئة المياه الصالحة للشرب، أو شركات تعبئة عبوات العصير المعدة سلفًا... إلى أجهزة وآلات لتقوم بهذه المهمات. ولكن المستهلك يلاحظ دائمًا أن عبوات المياه الموجودة في الأسواق تختلف من حيث الكمية التي تحويها.

٢ الهدف: في هذا المشروع، سوف تختار عينة عشوائية من عبوات المياه فئة ٥٠ مليلترًا الموجودة في الأسواق لتقيس كمية المياه الموجودة في كل عبوة بعد أن تحدد سلفًا شروط الجودة للجهاز الذي قام بتعبئة هذه العبوات.

٣ اللوازم: آلة حاسبة - ورق رسم بياني.

٤ أسئلة حول التطبيق:

أ ما هو المجمّع التجاري الذي سوف تقوم بزيارته؟

ب ما اسم شركة المياه التي قامت بتعبئة هذه العبوات؟

جـ كم عبوة من فئة ٥٠ مليلترًا سوف تختار لدراسة كمية المياه الموجودة فيها؟

د ما هي الشروط التي وضعتها للتحقق من جودة التعبئة؟

هـ نظم بياناتك في قائمة.

و هل ستستخدم المتوسط الحسابي، أم الوسيط لاتخاذ القرار المناسب؟

٥ التقرير: اكتب تقريرًا مفصلًا عن النتائج التي توصلت إليها. اعرض اقتراحاتك على زملائك، ناقش معهم النتائج التي توصلوا إليها. أعد النظر بأي نقطة غير واضحة. قدم اقتراحات مشتركة مع زملائك إلى شركات التعبئة إذا قررتم ذلك.

دروس الوحدة

٣-١ عرض وتمثيل البيانات	٣-٢ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب
(٣-١-أ) الجدول التكراري النسبي والمئوي	
(٣-١-ب) التمثيل البياني للبيانات	
(٣-١-ب-١) تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية	

(٣-١-أ) الجدول التكراري النسبي والمئوي

Frequency Table

يمكن عرض البيانات باستخدام جدول التكرار النسبي والمئوي.

٤	٦	١١	٥	٣	١	١	١	٣٥
$\frac{٤}{٣٥}$	$\frac{٦}{٣٥}$	$\frac{١١}{٣٥}$	$\frac{٥}{٣٥}$	$\frac{٣}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	$\frac{٣٥}{٣٥} = ١$
٪١١,٤٣	٪١٧,١٤	٪٣١,٤٣	٪١٤,٢٨	٪٨,٥٧	٪٢,٨٦	٪٢,٨٦	٪٢,٨٦	٪١٠٠

مجموعة من القيم يساوي ١

يساوي ١٠٠٪

) يمثل ٢٥ دينارًا، فما هو عدد الفئات؟

لجديدة - علامات التكرار - التكرار - التكرار النسبي - النسبة المئوية للتكرار.

التكرار	٢	١	
التكرار النسبي	$\frac{٢}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	
النسبة المئوية للتكرار	٪٥,٧١	٪٢,٨٦	

ملاحظة: مجموع التكرارات النسبية لمج

مجموع النسب المئوية للتكرار

حاول أن تحل

١ أ إذا كان طول الفئة في المثال (١

ب كون جدولًا تبين عليه: الفئات ا

(٣–١–ب) التمثيل البياني للبيانات

Graph of Data

Graph of Data Using Pie Chart

في أحد الاختبارات قيّم المعلم طلابه باستخدام مفردات تقديرية على الشكل التالي
مقبول، مقبول، جيد جدًّا، ممتاز، ممتاز، جيد، جيد، جيد جدًّا، متوسط، ممتاز، جيد،
مقبول، متوسط، مقبول، غير مقبول، جيد، جيد جدًّا، غير مقبول، متوسط، ممتاز.

أ كون جدولًا تكراريًّا نسبيًّا ومئويًّا لهذه البيانات.

ب مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الحل:

أ

التقدير	ممتاز	جيد جدًّا	جيد	متوسط
				////

مقبول، متوسط، جيد، جيد، جيد جدًّا،

مقبول	غير مقبول	المجموع
////	//	

بني، عسلي، أسود، بني.

ب مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

أسود، زيتي، أزرق، بني، عسلي، أسود، بني، أسود،

أ كوّن جدولًا تكراريًّا نسبيًّا ومئويًّا لهذه البيانات.

(٣-١-ب-٢) تمثيل البيانات باستخدام المدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري

Representing Data Using Histogram, Frequency

٣٠	٤٠	٣٥	١٦	٢٥	٤٦	
٢٤	٢٣	١٦	٢١	٣٣	٥٥	
٣٩	٢٩	٣١	١٧	١٩	٤٤	
٤٣	٤٨	٣٢	٢٩	٢٧	٣٤	

اوية، طول كل فئة ٥ ملجم، فما هو عدد الفئات؟

مات التكرار – التكرار – مركز الفئة.

المنحنى التكراري – المضلع التكراري لهذه الفئات.

٤٧	٥١	٥١	١٩
١٩	٢٨	٣٨	٤١
٢٤	٣٠	٤٩	٢٢
٤٠	٥٠	٣٦	٣٢

أ أوجد المدى لهذه البيانات

ب إذا أردنا استخدام فئات متس

جـ كون جدولًا تبين عليه: علا

د ارسم المدرج التكراري –