(٤ — ١ — ﻫ) المتغيرات العشوائية المتقطة (المنفصلة)

المجموعة ﻫ تمارين أساسية

(١) (أ) سـ = {٠، ١، ٢، ٣}، متقطّع.

(ب) صـ = $\left\{٠، \frac{١}{٤}، \frac{١}{٢}، \frac{٣}{٤}\right\}$، متقطّع.

(جـ) ع = {١، ٢، ٣، ٤}، متقطّع.

(د) ك = {٠، ٢، ٤، ٦}، متقطّع.

(٢) (أ) فضاء العينة (ف) = {(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)}.

(ب) مدى المتغير العشوائي سـ = {٠، ١، ٢}

(جـ) د(٠) = ل(سـ = ٠) = $\frac{١}{٤}$

د(١) = ل(سـ = ١) = $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{١}{٤}$

(د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

(٣) ك = ١, ٠

(٤) د(٢) = ٠, ٣

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

س	١	٢	٣	٤
د(س)	٠, ١	٠, ٣	٠, ٤	٠, ٢

(٥) (أ) عدد عناصر فضاء العينة $\left(\text{ن (ف)}\right) = {}^{١٠}ب_{٥} = ٢٥٢$

(ب) مدى المتغير العشوائي سـ = {٠، ١، ٢، ٣، ٤}.

(جـ) ل(سـ = ٠) = $\frac{١}{٤٢}$ ل(سـ = ٢) = $\frac{١٠}{٢١}$ ل(سـ = ٤) = $\frac{١}{٤٢}$

ل(سـ = ١) = $\frac{٥}{٢١}$ ل(سـ = ٣) = $\frac{٥}{٢١}$

(د)

س	٠	١	٢	٣	٤
د(س)	$\frac{١}{٤٢}$	$\frac{٥}{٢١}$	$\frac{١٠}{٢١}$	$\frac{٥}{٢١}$	$\frac{١}{٤٢}$

(٦) $\mu = ١,٤$.

(٧) (أ) فضاء العيّنة (ف) = {١، ٢، ٣، ٤}.

(ب) مدى المتغيّر العشوائي سـ = {١، ٢، ٣، ٤}.

(جـ) د(١) = ل(سـ = ١) = $\frac{١}{٤}$

د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{١}{٤}$

د(٣) = ل(سـ = ٣) = $\frac{١}{٤}$

د(٤) = ل(سـ = ٤) = $\frac{١}{٤}$

(د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

س	١	٢	٣	٤
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

(هـ) $\mu = ٢,٥$

(٨) (أ) $\mu = ٨,٥$

(ب) $\sigma^{٢} = ٠,٧٥$

(جـ) $\sigma \approx ٠,٨٦٦$

(٩) ت(٠) = ل(سـ ≤ ٠) = ٠,٢

ت(١) = ل(سـ ≤ ١) = ٠,٣٥

ت(٢) = ل(سـ ≤ ٢) = ٠,٤٥

ت(٣) = ل(سـ ≤ ٣) = ٠,٧

ت(٣,٥) = ل(سـ ≤ ٣,٥) = ٠,٧

ت(٤) = ل(سـ ≤ ٤) = ١

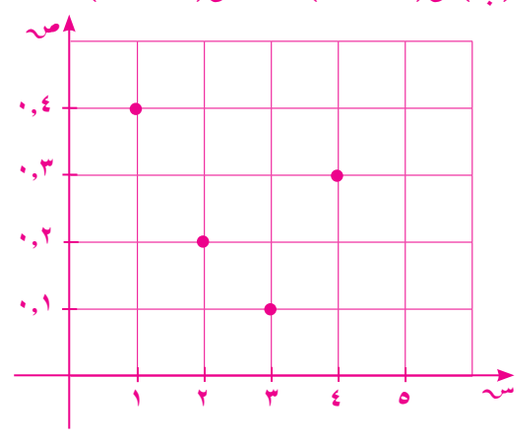
ت(٥) = ل(سـ ≤ ٥) = ١

(١٠) (أ) ل(-١ < سـ < ٥) = ت(٥) - ت(-١) = ٠,٦

(ب) ل(٣ ≤ سـ < ٧) = ت(٧) - ت(٣) = ٠,٥٥

(جـ) ل(سـ > ٣) = ١ - ل(سـ ≤ ٣) = ١ - ت(٣) = ٠,٥٥

(١١)



(١٢) (أ) فضاء العينة (ف) = {(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)}.

(ب) مدى المتغيّر العشوائي سـ = {٠، ١، ٢}.

(جـ) د(٠) = ل(سـ = ٠) = $\frac{١}{٤}$

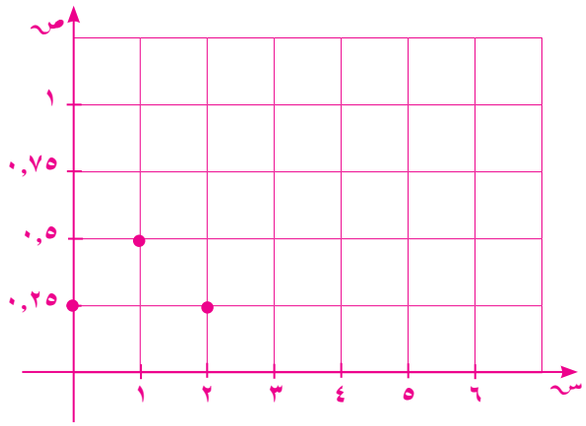
د(١) = ل(سـ = ١) = $\frac{١}{٢}$

د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{١}{٤}$

(د) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ:

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

(هـ)



(و) س < ٠ ⇐ ت(س) = صفر

٠ ≤ س < ١ ⇐ ت(س) = $\frac{١}{٤}$

١ ≤ س < ٢ ⇐ ت(س) = $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤}$

س ≤ ٢ ⇐ ت(س) = $\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} = ١$

(١٣) (أ) ل(سـ = صفر) ≈ ٩,٧٧ × ١٠$^{-٤}$ ≈ ٠,٠٠١

(ب) ل(٢ < سـ ≤ ٤) = د(٣) + د(٤) ≈ ٠,٣٢٢

(١٤) ل(سـ = ٤) = $ن_{٤}^{١٠}$ (٠,٥)^{٤} (٠,٥)^{٦} ≈ ٠,٢٠٥

(١٥) (أ) ل(سـ = ٥) = $ن_{٥}^{٧}$ $\left(\frac{١}{٦}\right)^{٥}$ $\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٢}$ ≈ ١,٨٨ × ١٠$^{-٣}$

(ب) ل(سـ ≤ ١) = ١ − ل(سـ = ٠) ≈ ٠,٧٢١

(جـ) ل(سـ ≥ ١) = ل(سـ = ٠) + ل(سـ = ١) ≈ ٠,٢٧٩ + ٠,٣٩١ ≈ ٠,٦٧

(١٦) ن = ١٠٠، س = عدد الوحدات المعيبة، ل = نسبة إنتاج الوحدات المعيبة = ٠,٠٣

١ – ل = ٠,٩٧

التوقع μ = ن ل = ١٠٠(٠,٠٣) = ٣

التباين σ^2 = ن ل(١ – ل) = ١٠٠(٠,٠٣)(٠,٩٧) = ٢,٩١

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{٢,٩١} \approx ١,٧١$

(١٧) (أ) ل(س = ٧) = $ب(٧؛ ١٢، ٠,٥) = {}_{١٢}ق_{٧} (٠,٥)^{٧} (٠,٥)^{١٢-٧} \approx ٠,١٩٣$

(ب) ن = ١٢، ل = $\frac{١}{٢}$، ١ – ل = $\frac{١}{٢}$

التوقع μ = ن ل = ١٢ × $\frac{١}{٢}$ = ٦

التباين σ^2 = ن ل(١ – ل) = ١٢ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ = ٣

(١٨) ن = ١٠، ل = نسبة الإطارات غير الصالحة = ٠,٠٥

التوقع μ = ن ل = ١٠ × ٠,٠٥ = ٠,٥

التباين σ^2 = ن ل(١ – ل) = ١٠ × ٠,٠٥ × ٠,٩٥ = ٠,٤٧٥

(١٩) ن = ٢ ٥٠٠، س = عدد العلب الفاسدة في أحد الأيام.

ل = نسبة إنتاج العلب الفاسدة في أحد الأيام = ٠,٠٥

١ – ل = ١ – ٠,٠٥ = ٠,٩٥

التوقع μ = ن ل = ٢ ٥٠٠(٠,٠٥) = ١٢٥

التباين σ^2 = ن ل(١ – ل) = ٢ ٥٠٠(٠,٠٥)(٠,٩٥) = ١١٨,٧٥

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{١١٨,٧٥} \approx ١٠,٨٩٧$

(٢٠) ل(س = ٥) = $ب(٥؛ ١٥، ٠,٢) = {}_{١٥}ق_{٥} \times ٠,٢^{٥} \times ٠,٨^{١٠} \approx ٠,١٠٣$

(٢١) ن = ١٦، س = عدد مرات ظهور الصورة، ل = نسبة ظهور الصورة = ٠,٥، ١ – ل = ٠,٥

التوقع μ = ن ل = ١٦(٠,٥) = ٨

التباين σ^2 = ن ل(١ – ل) = ١٦ × ٠,٥ × ٠,٥ = ٤

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{٤} = ٢$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) (أ) سـ = {٠، ١، ٢، ٣}، سـ متغيّر عشوائي متقطع.

(ب) صـ = {٠، ٣، ٦، ٩}، صـ متغيّر عشوائي متقطع.

(جـ) ع = {-١، ٠، ١، ٢}، ع متغيّر عشوائي متقطع.

(٢) (أ) فضاء العينة (ف) = {(١، ١)، (٢، ٢)، (٣، ٣)، (١، ٢)، (٢، ١)، (١، ٣)، (٣، ١)، (٢، ٣)، (٣، ٢)}.

(ب) مدى المتغير العشوائي سـ = {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

(جـ) د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{١}{٩}$

د(٣) = ل(سـ = ٣) = $\frac{٢}{٩}$

د(٤) = ل(سـ = ٤) = $\frac{١}{٣}$

د(٥) = ل(سـ = ٥) = $\frac{٢}{٩}$

د(٦) = ل(سـ = ٦) = $\frac{١}{٩}$

(د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

س	٢	٣	٤	٥	٦
د(س)	$\frac{١}{٩}$	$\frac{٢}{٩}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{٢}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

(٣) ك = ٠,٤

(٤) د(٤) = ٠,٣

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

س	-١	٢	٣	٤
د(س)	٠,١	٠,٢	٠,٤	٠,٣

(٥) μ = ٢,٥

(٦) (أ) عدد عناصر فضاء العينة (ن) = $ن_{٣}^{٨}$ = ٥٦

(ب) سـ = {١، ٢، ٣}.

(جـ) د(١) = ل(سـ = ١) = $\frac{ن_{١}^{٦} \times ن_{٢}^{٢}}{ن_{٣}^{٨}} = \frac{٣}{٢٨}$

د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{ن_{٢}^{٦} \times ن_{١}^{٢}}{ن_{٣}^{٨}} = \frac{١٥}{٢٨}$

د(٣) = ل(سـ = ٣) = $\frac{ن_{٣}^{٦}}{ن_{٣}^{٨}} = \frac{٥}{١٤}$

(د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

س	١	٢	٣
د(س)	$\frac{٣}{٢٨}$	$\frac{١٥}{٢٨}$	$\frac{٥}{١٤}$

(٧) $\mu = ١,٢$

(٨) سـ = {٠، ٢، ٤، ٦}

$د(٠) = د(٢) = د(٤) = د(٦) = \frac{١}{٤}$

التوقع $\mu = ٣$

التباين $\sigma^{٢} = ٥$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^{٢}} = \sqrt{٥} \approx ٢,٢٤$

(٩) (أ) $\mu = \frac{١٣}{٩}$

(ب) $\sigma^{٢} = \frac{٥٦}{٨١}$

(جـ) $\sigma = \frac{\sqrt{١٤٧٢}}{٩}$

(١٠) $ت(-١) = ل(سـ \geq -١) = ٠,١$

$ت(٠) = ل(سـ \geq ٠) = ٠,٣$

$ت(٠,٥) = ل(سـ \geq ٠,٥) = ٠,٣$

$ت(١) = ل(سـ \geq ١) = ٠,٧$

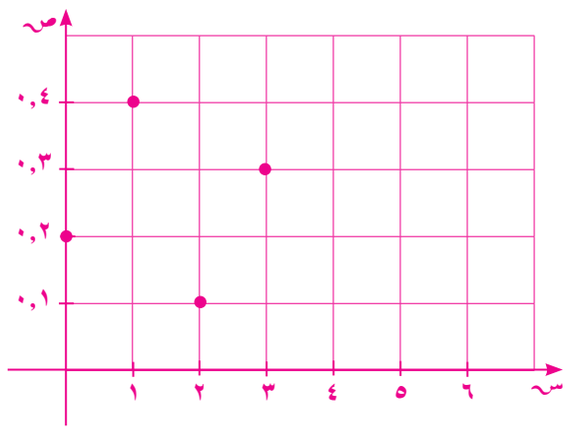
$ت(١,٥) = ل(سـ \geq ١,٥) = ٠,٧$

(١١) (أ) $ل(-٢ \leq سـ < ٢) = ت(٢) - ت(-٢) = ٠,٧٥ - ٠,١٥ = ٠,٦$

(ب) $ل(٠ < سـ < ٤) = ت(٤) - ت(٠) = ١ - ٠,٣ = ٠,٧$

(جـ) $ل(سـ < ٠) = ١ - ل(سـ \geq ٠) = ١ - ت(٠) = ١ - ٠,٣ = ٠,٧$

(١٢)



(١٣) (أ) ل(سـ = صفر) = (٠,٩)^{٨} ≈ ٠,٤٣

(ب) ل(١ ≤ سـ < ٤) = د(١) + د(٢) + د(٣) ≈ ٠,٥٦

(١٤) (أ) فضاء العينة (ف) = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ك،ص، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)}.

(ب) مدى المتغيّر العشوائي سـ = {٠، ١، ٢، ٣}.

(جـ) د(٠) = ل(سـ = ٠) = $\frac{١}{٨}$.

د(١) = ل(سـ = ١) = $\frac{٣}{٨}$

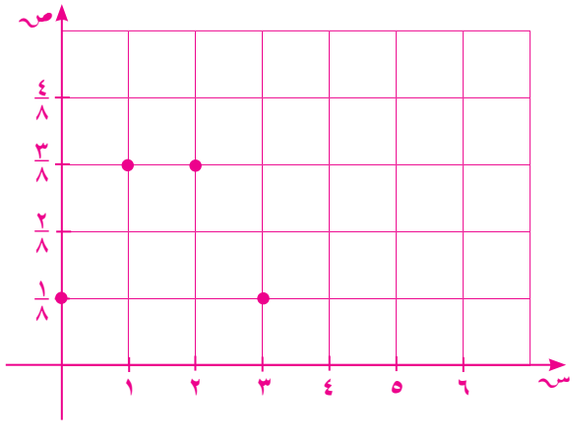
د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{٣}{٨}$

د(٣) = ل(سـ = ٣) = $\frac{١}{٨}$

(د) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ:

س	٠	١	٢	٣
د(س)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

(هـ)



(و) س < ٠ ⇐ ت(س) = صفر

٠ ≤ س < ١ ⇐ ت(س) = $\frac{١}{٨}$

١ ≤ س < ٢ ⇐ ت(س) = $\frac{١}{٢}$

٢ ≤ س < ٣ ⇐ ت(س) = $\frac{٧}{٨}$

س ≥ ٣ ⇐ ت(س) = ١

(١٥) (أ) د(ظهور العدد ٤ ثلاث مرات) = $ن_{٣}^{٥}\left(\frac{١}{٦}\right)^{٣}\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٢} \approx ٠,٠٣٢$

(ب) د(ظهور العدد ٤ مرّة واحدة على الأقل) = ١ − د(٠) = ١ − $ن_{٠}^{٥}\left(\frac{١}{٦}\right)^{٠}\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٥} \approx ٠,٥٩٨$

(جـ) د(ظهور العدد ٤ مرّة واحدة على الأكثر) = د(٠) + د(١) = $ن_{٠}^{٥}\left(\frac{١}{٦}\right)^{٠}\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٥} + ن_{١}^{٥}\left(\frac{١}{٦}\right)^{١}\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٤} \approx ٠,٨٠٤$

(١٦) د(ظهور صورتين فقط) = $\frac{٣}{٨}$ = ٠,٣٧٥

(١٧) (أ) د(ثلاثة ذكور فقط) = $ن_{٣}^{٦}(٠,٥)^{٣}(١ - ٠,٥)^{٣}$ = ٠,٣١٢٥

(ب) د(عدد الذكور أقل من عدد الإناث) = د(٠) + د(١) + د(٢) = ٠,٣٤٣٧٢٥

(١٨) ن = ٢٥٠، ل = نسبة إنتاج الأجهزة المعيبة = ٠,٠٢

التوقع μ = ن ل = ٢٥٠ × (٠,٠٢) = ٥

التباين $\sigma^{٢}$ = ن ل(١ − ل) = ٢٥٠(٠,٠٢)(٠,٩٨) = ٤,٩

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^{٢}} = \sqrt{٤,٩} \approx ٢,٢١$

(١٩) ن = ١٥، ل = نسبة الأجهزة المعيبة = ٠,٠١

التوقع μ = ن ل = ١٥ × (٠,٠١) = ٠,١٥

التباين $\sigma^{٢}$ = ن ل(١ − ل) = ١٥(٠,٠١)(٠,٩٩) = ٠,١٤٨٥

تمارين موضوعية

(١) (ب)	(٢) (ب)	(٣) (أ)	(٤) (ب)	(٥) (أ)
(٦) (أ)	(٧) (ب)	(٨) (أ)	(٩) (ب)	(١٠) (ب)
(١١) (ب)	(١٢) (د)	(١٣) (ب)	(١٤) (د)	(١٥) (د)
(١٦) (د)	(١٧) (أ)	(١٨) (ب)	(١٩) (ب)	(٢٠) (جـ)
(٢١) (د)	(٢٢) (جـ)	(٢٣) (جـ)	(٢٤) (ب)	(٢٥) (جـ)
(٢٦) (د)	(٢٧) (د)	(٢٨) (ب)	(٢٩) (ب)	(٣٠) (جـ)

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) متغيّرة عشوائيّة متّصلة.

(ب) متغيّرة عشوائيّة متّصلة.

(جـ) متغيّرة عشوائيّة متّصلة.

(د) متغيّرة عشوائيّة متّصلة.

(هـ) متغيّرة عشوائيّة متقطّعة.

(٢) (أ) $ل(٢ \geq س \geq ٤) = ٢ \times \frac{١}{٢} = ١$

(ب) $ل(س \leq ٥ , ٢) = \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤}$

(٣) (أ) $ل(٠ \geq س \geq ٥) = ٥ \times \frac{١}{٥} = ١$

(ب) $ل(س = ٣) =$ صفر

(جـ) $ل(س \geq ٢) = ٢ \times \frac{١}{٥} = \frac{٢}{٥}$

(د) $ل(س > ٢) = ٣ \times \frac{١}{٥} = \frac{٣}{٥}$

(٤) (أ) المساحة تحت منحنى الدالة $د = (٥ - (-١)) \times \frac{١}{٦} = \frac{٦}{٦} = ١$

إذًا الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) $-١ \geq س \geq ٥$، $أ = ٥$، $ب = -١ \Leftarrow ب - أ = ٥ - (-١) = ٦$ $\therefore$ $\frac{١}{ب - أ} = \frac{١}{٦}$

$\therefore$ الدالة $د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٦} & : -١ \geq س \geq ٥ \\ \text{صفر} & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

يمكن وضعها على الصورة: $د(س) = \begin{cases} \frac{١}{ب - أ} & : أ \geq س \geq ب \\ \text{صفر} & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

$\therefore$ الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

(جـ) $ل(٠ > س \geq ٣) = ٣ \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{٢}$

(د) التوقع $\mu = \frac{٥ + (-١)}{٢} = ٢$

التباين $\sigma^٢ = \frac{(٥ + ١)^٢}{١٢} = ٣$

(٥) (أ) المساحة تحت منحنى الدالة $د = (٥ - ٢) \times \frac{١}{٣} = \frac{٣}{٣} = ١$ $\therefore$ الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) $٢ \geq س \geq ٥$ $\therefore$ $ب = ٥$، $أ = ٢ \Leftarrow ب - أ = ٣$ $\therefore$ $\frac{١}{ب - أ} = \frac{١}{٣}$

$\therefore$ الدالة $د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٣} & : ٢ \geq س \geq ٥ \\ \text{صفر} & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

يمكن وضعها على الصورة: د(س) = $\begin{cases} \frac{١}{ب - ا} & : \quad ا \leq س \leq ب \\ \text{صفر} & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

∴ الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

(جـ) ل(س ≤ ٤) = $\frac{١}{٣} \times ٢ = \frac{٢}{٣}$

(د) ل(٣ ≤ س ≤ ٤) = $\frac{١}{٣} \times ١ = \frac{١}{٣}$

(هـ) التوقع $\mu = \frac{٥ + ٢}{٣} = \frac{٧}{٣}$

التباين $\sigma^٢ = \frac{(٥ - ٢)^٢}{١٢} = \frac{٣}{٤}$

(٦) (أ) المساحة تحت منحنى الدالة د = (٤ − (−٤)) × $\frac{١}{٨} = \frac{٨}{٨} = ١$ ∴ الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) ل(−٥, ٠ ≤ س ≤ ١, ٥) = (١, ٥ − (−٥, ٠)) × $\frac{١}{٨} = ٢ \times \frac{١}{٨} = \frac{١}{٤}$

(جـ) التوقع $\mu = \frac{٤ + (-٤)}{٢} =$ صفر

التباين $\sigma^٢ = \frac{(٤ - (-٤))^٢}{١٢} = \frac{١٦}{٣}$

(٧) (أ) المساحة تحت منحنى الدالة د = (٧ − ٠) × $\frac{١}{٧} = \frac{٧}{٧} = ١$ ∴ الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) ل$\left(٠ \leq س \leq \frac{٧}{٨}\right) = \left(\frac{٧}{٨} - ٠\right) \times \frac{١}{٨} = \frac{٧}{٦٤}$

(جـ) التوقع $\mu = \frac{٧ + ٠}{٢} = \frac{٧}{٢}$

التباين $\sigma^٢ = \frac{(٧ - ٠)^٢}{١٢} = \frac{٤٩}{١٢}$

(٨) (أ) ل(٠ ≤ س ≤ ٣) = مساحة المنطقة المثلثة.

$= \frac{١}{٢} \times ٣ \times \frac{٦}{٩} = ١$

(ب) ل(س < ١) = مساحة المنطقة المثلثة.

$= \frac{١}{٢} \times ١ \times \frac{٢}{٩} = \frac{١}{٩}$

(جـ) ل(س ≤ ١) = ١ − ل(س < ١) = ١ − $\frac{١}{٩} = \frac{٨}{٩}$

(٩) (أ) ل$\left(٠ \leq س < \frac{١}{٢}\right)$ = مساحة المنطقة المثلثة.

$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times ٤ = ١$

(ب) ل$\left(س < \frac{١}{٤}\right) = ١ -$ ل$\left(س \geq \frac{١}{٤}\right) = ١ - \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٤} \times ٢ = \frac{٣}{٤}$

(جـ) ل$\left(س \leq \frac{١}{٣}\right) = ١ -$ ل$\left(س < \frac{١}{٣}\right) = ١ - \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣} \times \frac{٨}{٣} = \frac{٥}{٩}$

(١٠) (أ) ل(ن ≥ ١٦, ٢) = ٠, ٩٨٤٦١

(ب) ل(ن ≤ ٥١, ٢) = ١ − ل (ن < ٥١, ٢) = ١ − ٠, ٩٩٣٩٦ = ٦, ٠٤ × ١٠$^{-٣}$

(جـ) ل(٥, ١ ≤ ن ≤ ٤, ٢) = ل(ن ≥ ٤, ٢) − ل(ن ≥ ٥, ١)

= ٠, ٩٩١٨٠ − ٠, ٩٣٣١٩ = ٠, ٠٥٨٦١

(١١) (أ) ل(ن ≥ −٠,٦٤) = ٠,٢٦١٠٩

(ب) ل(−١,٧ ≥ ن ≥ ٢,٥٨) = ل(ن ≥ ٢,٥٨) − ل(ن ≥ −١,٧)

= ٠,٠٤٤٥٧ − ٠,٩٩٥٠٦ = ٠,٩٥٠٤٩

(جـ) ل(−١,٢٣ ≥ ن ≥ ٠,٦٨) = ل(ن ≥ ٠,٦٨) − ل(ن ≥ −١,٢٣)

= ٠,١٠٩٣٥ − ٠,٧٥١٧٥ = ٠,٦٤٢٤

(١٢) (أ) س١ = ٤٠ ⇐ ن١ = $\frac{س_١ - \mu}{\sigma}$ = $\frac{٤٠ - ٥٠}{١٠}$ = −١

س٢ = ٧٦ ⇐ ن٢ = $\frac{س_٢ - \mu}{\sigma}$ = $\frac{٧٦ - ٥٠}{١٠}$ = ٢,٦

ل(٤٠ < س < ٧٦) = ل(−١ < ن < ٢,٦) = ل(ن < ٢,٦) − ل(ن < −١)

= ٠,٩٩٥٣٤ − ٠,١٥٨٦٦ = ٠,٨٣٦٦٨

(ب) س = ٥٥ ⇐ ن = $\frac{٥٥ - ٥٠}{١٠}$ = ٠,٥

ل(س ≥ ٥٥) = ل(ن ≥ ٠,٥) = ٠,٦٩١٤٦

(١٣) $\sigma^٢$ = ١٦ ⇐ σ = ٤

(أ) س١ = ٣٠ ⇐ ن١ = $\frac{٣٠ - ٣٧}{٤}$ = −١,٧٥

س٢ = ٣٥ ⇐ ن٢ = $\frac{٣٥ - ٣٧}{٤}$ = −٠,٥

ل(٣٠ < س < ٣٥) = ل(−١,٧٥ < ن < −٠,٥)

= ل(ن < −٠,٥) − ل(ن < −١,٧٥)

= ٠,٣٠٨٥٤ − ٠,٠٤٠٠٦ = ٠,٢٦٨٤٨

(ب) ل(٣٥ < س < ٤٠)

س١ = ٣٥ ⇐ ن١ = $\frac{٣٥ - ٣٧}{٤}$ = −٠,٥

س٢ = ٤٠ ⇐ ن٢ = $\frac{٤٠ - ٣٧}{٤}$ = ٠,٧٥

ل(٣٥ < س < ٤٠) = ل(−٠,٥ < ن < ٠,٧٥)

= ل(ن < ٠,٧٥) − ل(ن < −٠,٥)

= ٠,٧٧٣٣٧ − ٠,٣٠٨٥٤ = ٠,٤٦٤٨٣

(جـ) س = ٣٠ ⇐ ن = $\frac{٣٠ - ٣٧}{٤}$ = −١,٧٥

ل(س < ٣٠) = ل(ن < −١,٧٥) = ١ − ل(ن ≥ −١,٧٥)

= ١ − ٠,٤٠٠٦ = ٠,٩٥٩٩٤

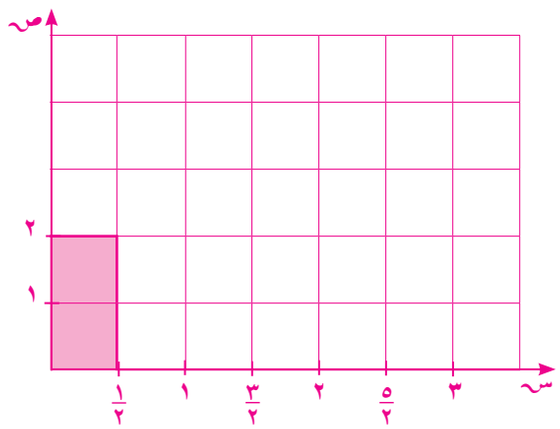
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) (أ) $ل(٠ \leq س \leq \frac{١}{٣}) = \frac{١}{٣} \times ٣ = ١$

(ب) $ل(س \geq \frac{١}{٤}) = \frac{١}{٤} \times ٣ = \frac{٣}{٤}$

(جـ) $ل(س < \frac{١}{٤}) = (\frac{١}{٤} - \frac{١}{٣}) \times ٣ = \frac{١}{٤}$

(٢) (أ)



(ب) المساحة تحت منحنى الدالة د $= \frac{١}{٢} \times ٢ = ١$ ∴ الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(جـ) $٠ \leq س \leq \frac{١}{٢}$ ∴ $ب = \frac{١}{٢}$ ، $أ = ٠ \Leftarrow ب - أ = \frac{١}{٢} \Leftarrow \frac{١}{ب - أ} = \frac{١}{\frac{١}{٢}} = ٢$

∴ الدالة د(س) $= \begin{cases} ٢ & : \ أ \leq س \leq ب \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

يمكن وضعها على الصورة: د(س) $= \begin{cases} \frac{١}{ب - أ} & : \ أ \leq س \leq ب \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

∴ الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

(د) $ل(س \geq \frac{١}{٨}) = \frac{١}{٨} \times ٢ = \frac{١}{٤}$

$ل(س \leq \frac{١}{٢}) = ١ - ل(س > \frac{١}{٢}) = ١ - (\frac{١}{٢} \times ٢) = ١ - ١ = ٠$

(هـ) التوقع $\mu = \frac{٠ + \frac{١}{٢}}{٢} = \frac{١}{٤}$

التباين $\sigma^٢ = \frac{(٠ - \frac{١}{٢})^٢}{١٢} = \frac{١}{٤٨}$

(٣) $\sigma^{٢} = ٢٥ \Leftarrow \sigma = ٥$

(أ) $س = ٨٣ \Leftarrow ن = \frac{٨٣ - ٨٨}{٥} = -١$

$ل(س \geq ٨٣) = ل(ن \geq -١) = ٠,١٥٨٦٦$

(ب) $س = ٧٠ \Leftarrow ن = \frac{٧٠ - ٨٨}{٥} = -٣,٦$

$ل(س \leq ٧٠) = ل(ن \leq -٣,٦) = ١ - ل(ن > -٣,٦)$

$= ١ - ٠,٠٠٠١٦ = ٠,٩٩٩٨٤$

(جـ) $ل(٨٧ \leq س \leq ٩٠)$

$س_{١} = ٨٧ \Leftarrow ن_{١} = \frac{٨٧ - ٨٨}{٥} = -٠,٢$

$س_{٢} = ٩٠ \Leftarrow ن_{٢} = \frac{٩٠ - ٨٨}{٥} = ٠,٤$

$ل(٨٧ \leq س \leq ٩٠) = ل(-٠,٢ \leq ن \leq ٠,٤)$

$= ل(ن \leq ٠,٤) - ل(ن \leq -٠,٢)$

$= ٠,٦٥٥٤٢ - ٠,٤٢٠٧٤ = ٠,٢٣٤٦٨$

(٤) $\sigma^{٢} = ٩ \Leftarrow \sigma = ٣$

(أ) $س = ١٨ \Leftarrow ن = \frac{١٨ - ١٥}{٣} = ١$

$ل(س < ١٨) = ل(ن < ١) = ٠,٨٤١٣٤$

(ب) $ل(س > ١٨) = ١ - ل(س \leq ١٨) = ١ - ل(ن < ١) = ٠,١٥٨٦٦$

(جـ) $س_{١} = ١٢ \Leftarrow ن_{١} = \frac{١٢ - ١٥}{٣} = -١$

$س_{٢} = ١٥ \Leftarrow ن_{٢} = \frac{١٥ - ١٥}{٣} = صفر$

$ل(١٢ < س < ١٥) = ل(-١ < ن < ٠) = ل(ن < ٠) - ل(ن < -١)$

$= ٠,٥ - ٠,١٥٨٦٦ = ٠,٣٤١٣٤$

تمارين موضوعية

(١) (أ)	(٢) (ب)	(٣) (ب)	(٤) (أ)	(٥) (أ)
(٦) (أ)	(٧) (ب)	(٨) (أ)	(٩) (ب)	(١٠) (ب)
(١١) (د)	(١٢) (ب)	(١٣) (أ)	(١٤) (د)	(١٥) (جـ)
(١٦) (د)	(١٧) (أ)	(١٨) (جـ)	(١٩) (جـ)	

تمارين إثرائية

(١) $\sigma^{٢} = ٢٥ \Leftarrow \sigma = ٥$

(أ) $س = ٥٥ \Leftarrow ن = \frac{٥٥ - ٥٥}{٥} =$ صفر

$ل(س < ٥٥) = ل(ن < ٠) = ١ - ل(ن \geq ٠) = ١ - ٠,٥ = ٠,٥$

(ب) $س = ٥٠ \Leftarrow ن = \frac{٥٠ - ٥٥}{٥} = -١$

$ل(س < ٥٠) = ل(ن < -١) = ٠,١٥٨٦٦$

(جـ) $س_{٢} = ٣٠ \Leftarrow ن_{٢} = \frac{٣٠ - ٥٥}{٥} = -٥$

$س_{١} = ٤٠ \Leftarrow ن_{١} = \frac{٤٠ - ٥٥}{٥} = -٣$

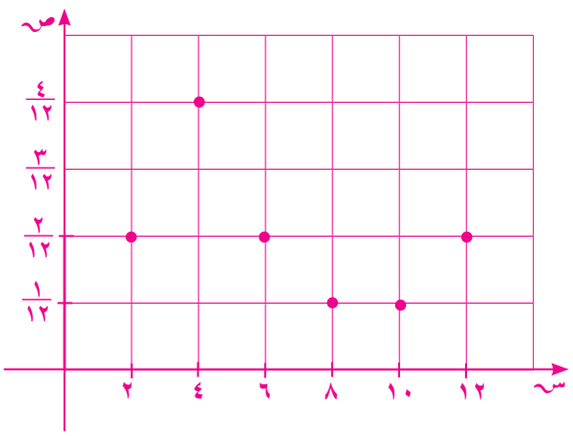
$ل(٣٠ < س < ٤٠) = ل(-٥ < ن < -٣)$

$= ل(ن < -٣) - ل(ن < -٥) = ٠,٠٠١٣٥ - ٠,٠٠٠٠٥$

$= ٠,٠٠١٣٠$

(٢) (أ) $ك = \frac{١}{٦}$

(ب)



(جـ) $س < ٢ \Leftarrow ت(س) = ٠$

$٢ \geq س < ٤ \Leftarrow ت(س) = \frac{١}{٦}$

$٤ \geq س < ٦ \Leftarrow ت(س) = \frac{١}{٢}$

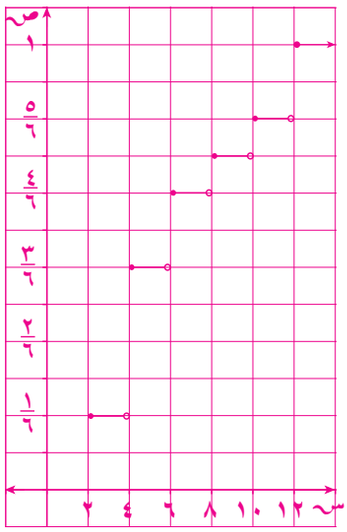
$٦ \geq س < ٨ \Leftarrow ت(س) = \frac{٢}{٣}$

$٨ \geq س < ١٠ \Leftarrow ت(س) = \frac{٣}{٤}$

$١٠ \geq س < ١٢ \Leftarrow ت(س) = \frac{٥}{٦}$

$س \geq ١٢ \Leftarrow ت(س) = ١$

(د)



(٣) (أ) س = ١٥ ⇐ ن = $\frac{١٥ - ١٤}{١}$ = ١

ل(س > ١٥) = ل(ن > ١) = ١ − ل (ن ≤ ١)

= ١ − ٠,٨٤١٣٤ = ٠,١٥٨٦٦

(ب) س = ١١ ⇐ ن = $\frac{١١ - ١٤}{١}$ = −٣

ل(س < ١١) = ل(ن < −٣) = ٠,٠٠١٣٥

(جـ) س$_{١}$ = ١٣ ⇐ ن$_{١}$ = $\frac{١٣ - ١٤}{١}$ = −١

س$_{٢}$ = ١٥ ⇐ ن = ١

ل(١٣ < س < ١٥) = ل(−١ < ن < ١) = ل(ن < ١) − ل(ن < −١)

= ٠,٨٤١٣٤ − ٠,١٥٨٦٦ = ٠,٦٨٢٦٨

اختبار الوحدة الرابعة

أسئلة المقال

(١) د(٥) = ٠,٤

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

س	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,٣	٠,٢	٠,١	٠,٤

(٢) (أ) ن(ف) = ^{٨}ق$_{٤}$ = ٧٠

(ب) سـ = {٠، ١، ٢، ٣}

(جـ) د(٠) = ل(سـ = ٠) = $\frac{^{٥}ق_{٤}}{٧٠} = \frac{١}{١٤}$

د(١) = ل(سـ = ١) = $\frac{^{٥}ق_{٣} \times ^{٣}ق_{١}}{٧٠} = \frac{٣}{٧}$

د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{^{٥}ق_{٢} \times ^{٣}ق_{٢}}{٧٠} = \frac{٣}{٧}$

د(٣) = ل(سـ = ٣) = $\frac{^{٥}ق_{١} \times ^{٣}ق_{٣}}{٧٠} = \frac{١}{١٤}$

(د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

س	٠	١	٢	٣
د(س)	$\frac{١}{١٤}$	$\frac{٣}{٧}$	$\frac{٣}{٧}$	$\frac{١}{١٤}$

(٣) (أ) التوقع $\mu = \frac{٤٧}{١١}$

(ب) التباين $\sigma^{٢} = \frac{٩٠}{١٢١}$

(جـ) الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^{٢}} = \frac{١٠\sqrt{٧٣}}{١١}$

(٤) ت(١) = ل(سـ ≥ ١) = صفر

ت(٢) = ل(سـ ≥ ٢) = ٠,١٤

ت(٣) = ل(سـ ≥ ٣) = ٠,٣

ت(٣,٥) = ل(سـ ≥ ٣,٥) = ٠,٣

ت(٤) = ل(سـ ≥ ٤) = ٠,٦٥

ت(٥) = ل(سـ ≥ ٥) = ٠,٨

ت(٦) = ل(سـ ≥ ٦) = ١

ت(٧) = ل(سـ ≥ ٧) = ١

(٥) (أ) التوقع μ = ن ل = ١٢٥٠ × ٠,٠٤ = ٥٠

(ب) التباين $\sigma^{٢}$ = ن ل(١ − ل) = ١٢٥٠ × ٠,٠٤ × ٠,٩٦ = ٤٨

(جـ) الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{٤٨}$

(٦) (أ) ل(٠ ≤ س ≤ ٣) = $\frac{١}{٥} \times ٣ = \frac{٣}{٥}$

(ب) ل(−٢ ≤ س ≤ ٠) = $\frac{١}{٥} \times ((-٢) - ٠) = \frac{٢}{٥}$

(جـ) ل(س = ٢) = صفر

(د) ل(−١ ≤ س ≤ ٢) = $\frac{١}{٥} \times ((-١) - ٢) = \frac{٣}{٥}$

(٧) (أ) ل$\left(٠ \leq س \leq \frac{١}{٣}\right) = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{٢} = \frac{١}{٤}$

(ب) ل$\left(س \leq \frac{١}{٣}\right)$ = ١ − ل$\left(س > \frac{١}{٣}\right) = ١ - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$

(٨) (أ) المساحة تحت منحنى الدالة د = $\frac{١}{٨} \times (٥ - (-٣)) = \frac{٨}{٨} = ١$

∴ الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) ل(−١ ≤ س ≤ ٣) = $\frac{١}{٨} \times ((-١) - ٣) = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

(جـ) التوقع $\mu = \frac{-٣ + ٥}{٢} = ١$

التباين $\sigma^{٢} = \frac{(٥ - (-٣))^{٢}}{١٢} = \frac{٨^{٢}}{١٢} = \frac{١٦}{٣}$

(٩) (أ) ل(ن ≥ ٣,٢٤) = ٠,٩٩٩٤٠

(ب) ل(ن ≤ ١,٥٢) = ١ − ل(ن > ١,٥٢) = ١ − ٠,٩٣٥٧٤ = ٠,٠٦٤٢٦

(جـ) ل(١,٤ ≤ ن ≤ ٢,٦) = ل(ن ≥ ٢,٦) − ل(ن ≥ ١,٤)

= ٠,٩٩٥٣٤ − ٠,٩١٩٢٤ = ٠,٠٧٦١

(١٠) (أ) س$_{١}$ = ٣٠ ⇐ ن$_{١}$ = $\frac{٣٠ - ٤٠}{٨}$ = −١,٢٥

س$_{٢}$ = ٦٥ ⇐ ن$_{٢}$ = $\frac{٦٥ - ٤٠}{٨} = ٣,١٢٥ \approx ٣,١٣$

ل(٣٠ < س < ٦٥) = ل(−١,٢٥ < ن < ٣,١٢٥)

= ل(ن < ٣,١٣) − ل(ن < −١,٢٥)

= ٠,٩٩٩١٣ − ٠,١٠٥٦٥ = ٠,٨٩٣٤٨

(ب) س = ٤٥ ⇐ ن = $\frac{٤٥ - ٤٠}{٨} = ٠,٦٢٥ \approx ٠,٦٣$

ل(س ≥ ٤٥) = ل(ن < ٠,٦٣) = ٠,٧٣٥٦٥

تمارين موضوعية

(١) (جـ) (٢) (ب) (٣) (د) (٤) (أ)

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) ٣ + س ≤ ٧

س ≤ ٤

∴ م.ح = [٤، ∞)

(٢) −١١ < ٣ س − ٢ ≤ ٤

٣س − ٢ > −١١ ∴ ٣ س > −٩

∴ س > −٣

٣س − ٢ ≤ ٤ ∴ ٣س ≤ ٦

∴ س ≤ ٢

∴ م.ح = (−٣، ٢]

(٣) ١٣ − ٥س < ٨

−٥س < −٥

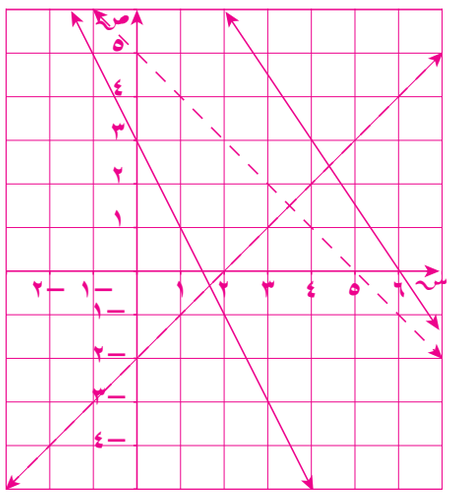
٥س > ٥

س > ١

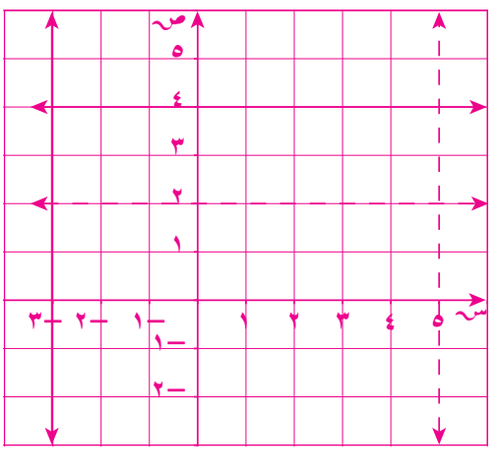
∴ م.ح = (١، ∞)

(٤) أ(٢، ١) ، جـ(−١، ٢)

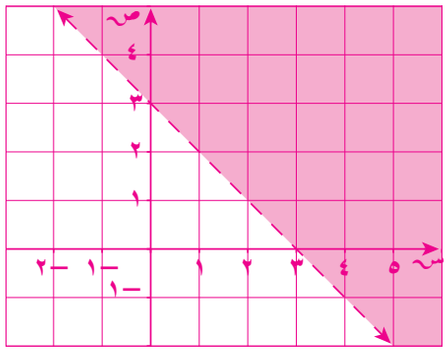
(٥)



(٦)

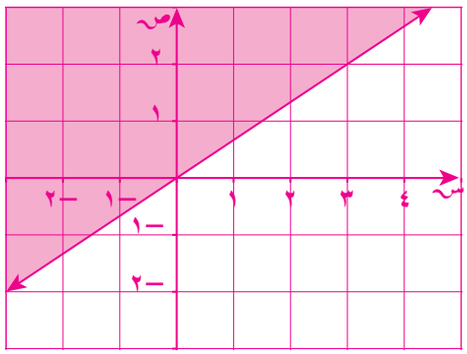


(٧)

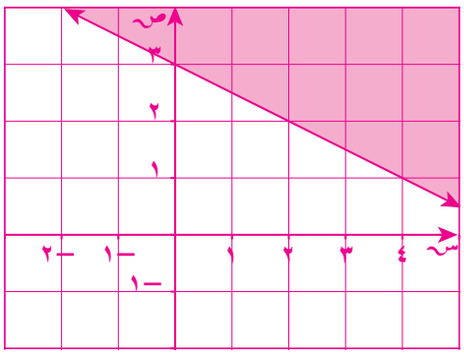


(٨)

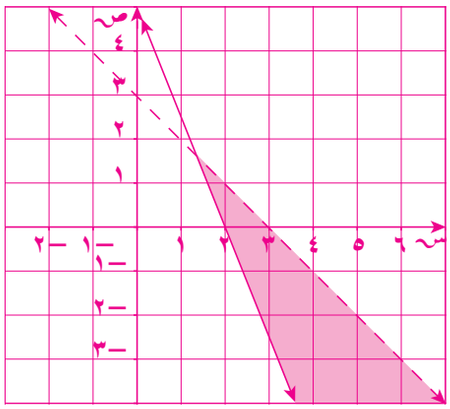
(٩)



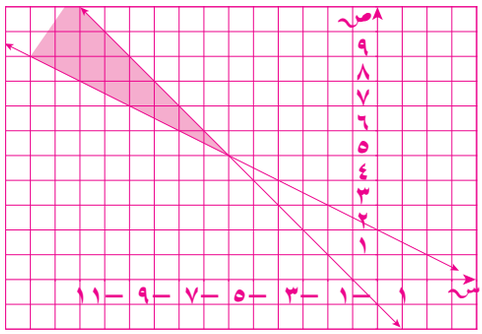
(١٠)



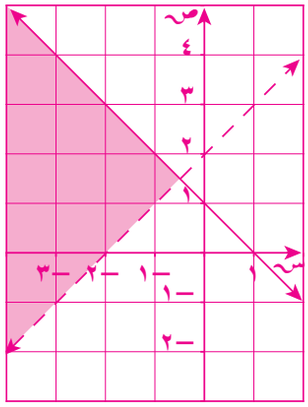
(١١)



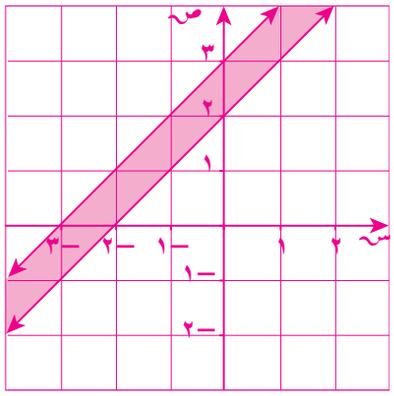
(١٢)



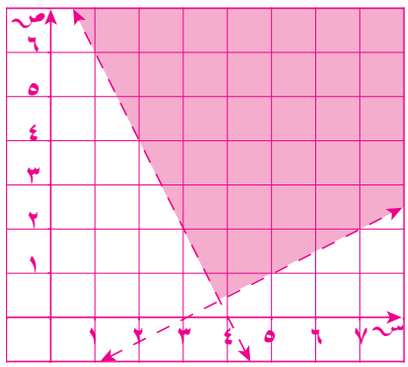
(١٣)



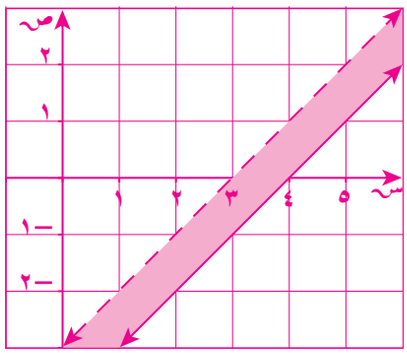
(١٤)



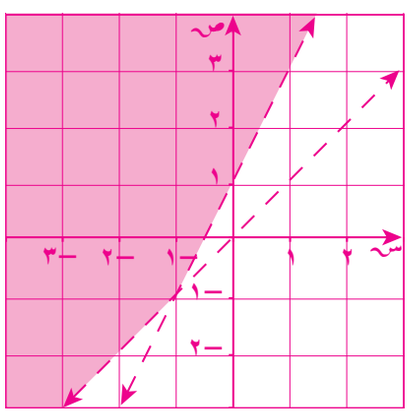
(١٥)



(١٦)



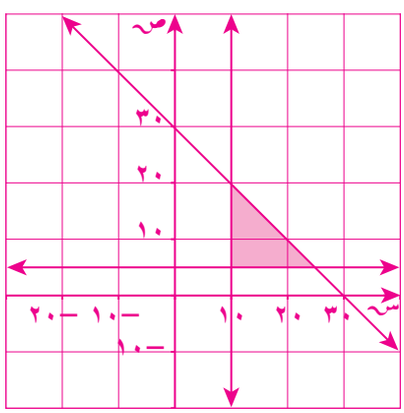
(١٧)



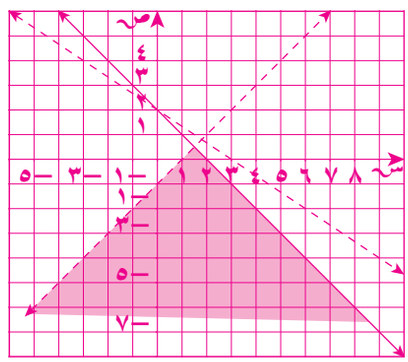
(١٨) (أ)

$$\left.\begin{array}{r} س + ص \geq ٣٠ \\ س \leq ١٠ \\ ص \leq ٥ \end{array}\right\}$$

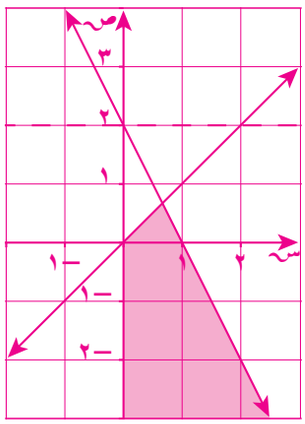
(ب)



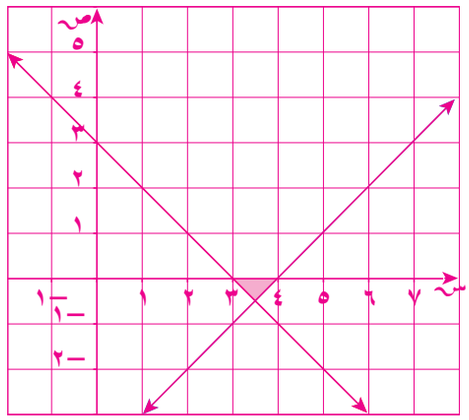
(١٩)



(٢٠)



(٢١)



المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) $٣س - ٤ < ٥$

$\therefore \quad ٣س < ٩ \quad \therefore \quad س < ٣$

$\therefore$ م.ح $= (\infty ، ٣)$

(٢) $٤ \geq ٢س + ٣ > ١٣$

$س \leq \frac{١}{٢}$

$س > ٥$

$\therefore$ م.ح $= \left[\frac{١}{٢} ، ٥\right)$

(٣) $٧ - ٢س \leq ٧$

$-٢ س \leq ٠$

$س \geq ٠$

$\therefore$ م.ح $= (-\infty ، ٠]$

(٤) $-١ > ٤ - ٣س \geq ٥$

$\therefore \quad س < \frac{٥}{٣}$

$\therefore \quad س \leq -\frac{١}{٣}$

$\therefore$ م.ح $= \left[-\frac{١}{٣} ، \frac{٥}{٣}\right)$

(٥) $٥س - ٢ < ٨$

$\therefore \quad س < ٢$

$\therefore$ م.ح $= (-\infty ، ٢)$

(٦) $\frac{١}{٢}س + ١ \geq ٣$

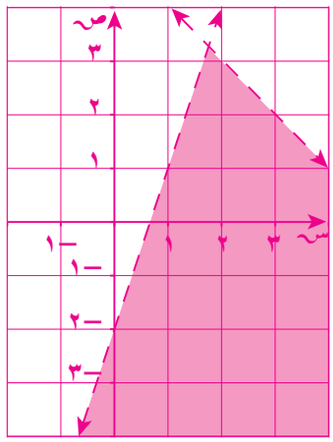
$\therefore \quad \frac{١}{٢}س \geq ٢$

$\therefore \quad س \geq ٤$

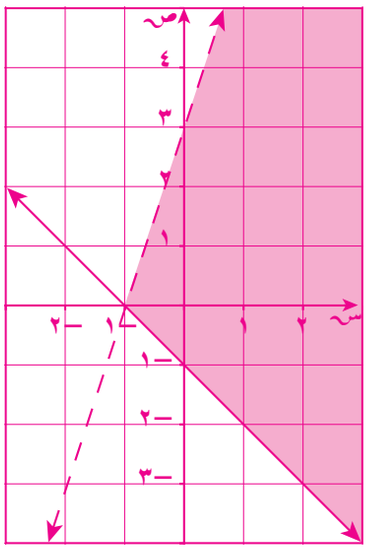
$\therefore$ م.ح $= (-\infty ، ٤]$

(٧) ب$(٨ ، -٢)$ ، جـ$(٢ ، ٣)$ ، د$(-١ ، ٥)$

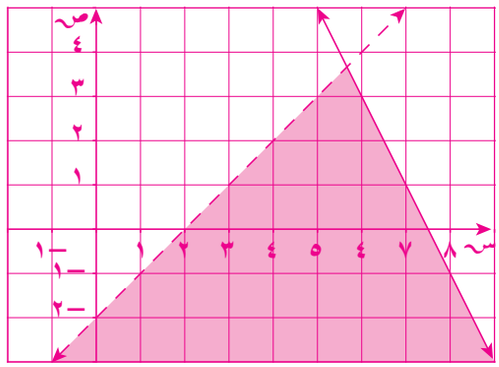
(٨)



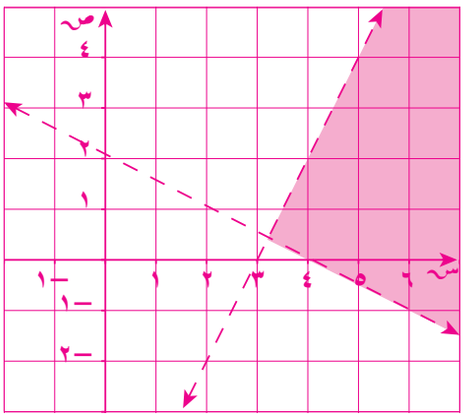
(٩)



(١٠)



(١١)



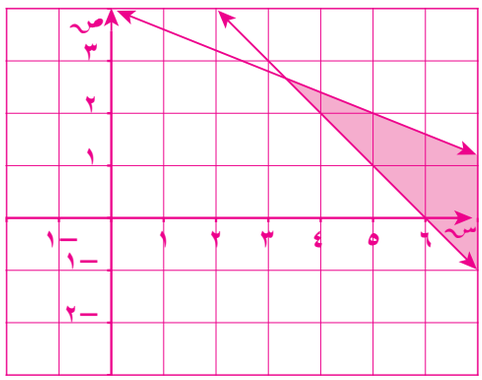
(١٢) (أ) ٢ × عدد الكتب باللغة العربية + ٥ × عدد الكتب باللغة الأجنبية ≥ ٢٠

افترض أنّ س = عدد الكتب باللّغة العربية.

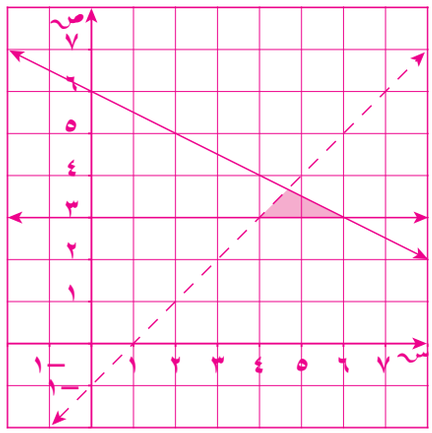
وأنّ ص = عدد الكتب باللّغة الأجنبية.

$$\therefore \begin{cases} ٢س + ٥ص \geq ٢٠ \\ س + ص \leq ٦ \\ س \geq ٠، ص \geq ٠ \end{cases}$$

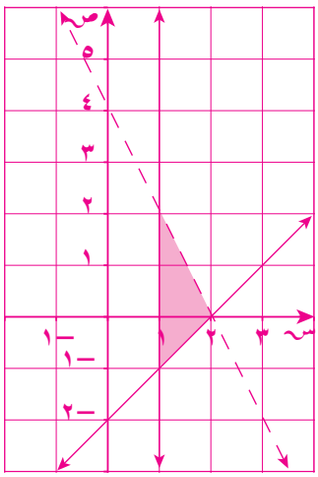
(ب)



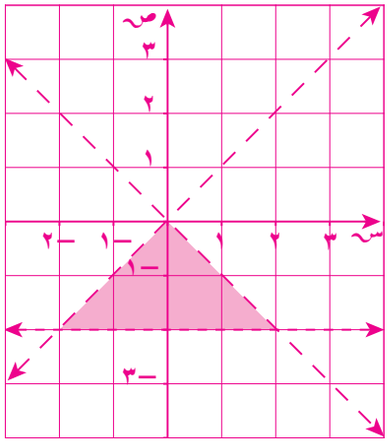
(١٣)



(١٤)

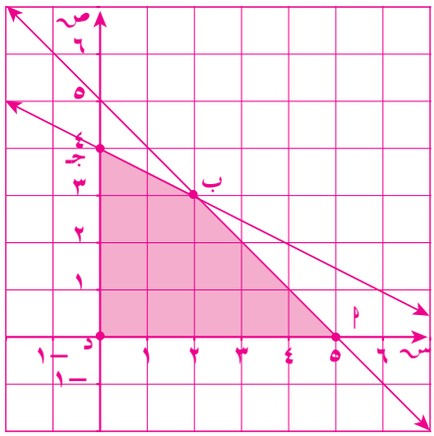


(١٥)



المجموعة أ تمارين أساسية

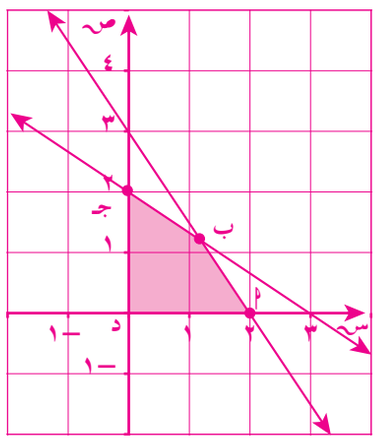
(١)



مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أب جـ د، حيث أ(٥، ٠)، ب(٢، ٣)، جـ(٠، ٤)، د(٠، ٠).

دالة الهدف هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة جـ(٠، ٤) وقيمتها هـ = ١٢ .

(٢)



مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أب جـ د، حيث أ(٢، ٠)، ب$\left(\frac{٦}{٥}، \frac{٦}{٥}\right)$، جـ(٠، ٢)، د(٠، ٠).

دالة الهدف هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة ب$\left(\frac{٦}{٥}، \frac{٦}{٥}\right)$ وقيمتها هـ = $\frac{٤٢}{٥}$.

(٣) هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة ب(٦، ٠) وقيمتها هـ = ٣٦

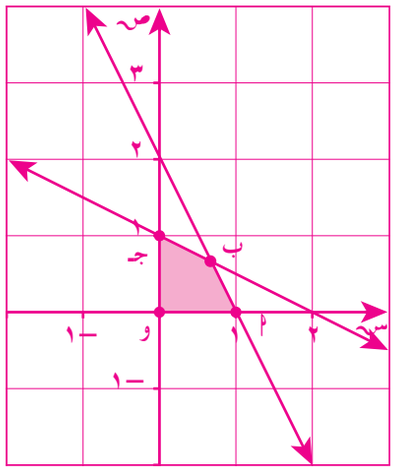
هـ تكون أصغر ما يمكن عند النقطة أ(٠، ٠) وقيمتها هـ = ٠

(٤) هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة ب(٤، ٠) وقيمتها هـ = ١٦

هـ تكون أصغر ما يمكن عند النقطة د(٠، ٠) وقيمتها هـ = ٠

المجموعة ب تمارين تعزيزية

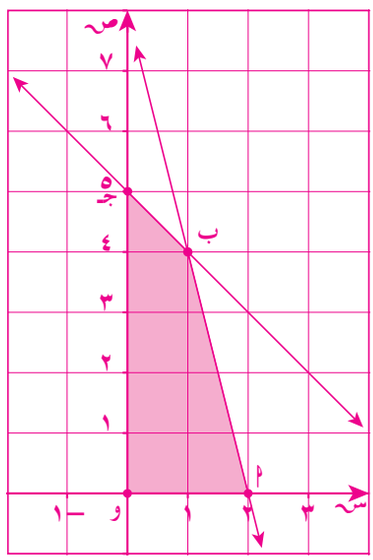
(١)



مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أ ب جـ و، حيث أ(١، ٠)، ب$\left(\frac{٢}{٣}، \frac{٢}{٣}\right)$، جـ(٠، ١) و(٠، ٠).

دالة الهدف هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة أ(١، ٠) وقيمتها هـ = ٣.

(٢)



مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أ ب جـ و، حيث أ(٢، ٠)، ب(١، ٤)، جـ(٠، ٥) و(٠، ٠).

دالة الهدف هـ تكون أصغر ما يمكن عند النقطة و(٠، ٠) وقيمتها هـ = ٠

(٣) هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة د(٠، ١٠) وقيمتها هـ = ١٠

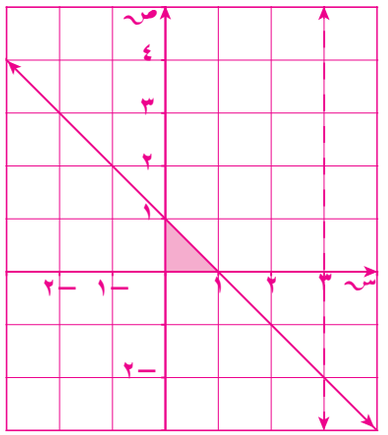
هـ تكون أصغر ما يمكن عند النقطة أ(٠، ٠) وقيمتها هـ = ٠

(٤) هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة جـ(٠، ٦) وقيمتها هـ = ٥٤

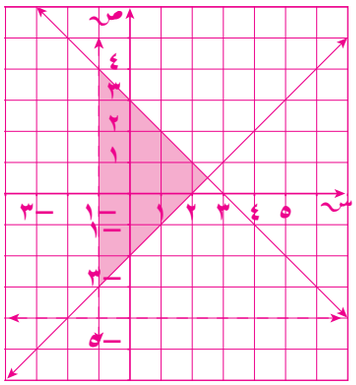
هـ تكون أصغر ما يمكن عند النقطة د(٠، ٠) وقيمتها هـ = ٠

تمارين إثرائية

(١)



(٢)

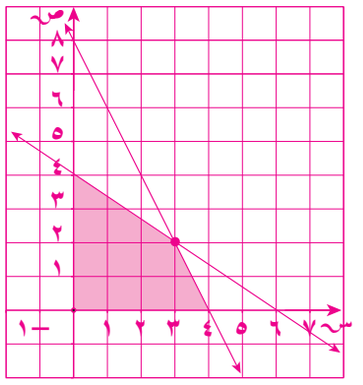


(٣)

$$\left.\begin{array}{l} \text{ص} \geq ٠ \\ \text{س} \geq ٠ \\ ٤\text{س} + ٢\text{ص} \geq ١٦ \\ ٢\text{س} + ٣\text{ص} \geq ١٢ \end{array}\right\}$$

هـ = ٣س + ٢ص

(٣، ٢)، ١٣ دينارًا.



اختبار الوحدة الخامسة

أسئلة مقالية

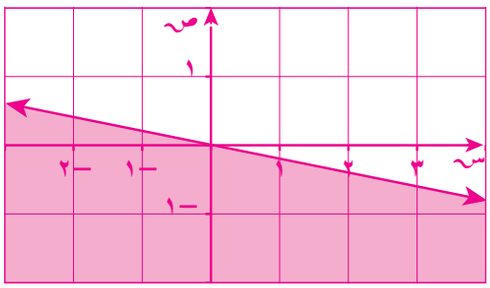
(١) (أ) س ≤ ٤

∴ م.ح = (-ص، ٤]

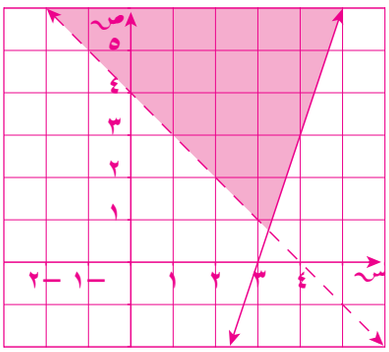
(ب) س > -٤ ، س ≤ ١

(٢) ب(١٣، ٠)

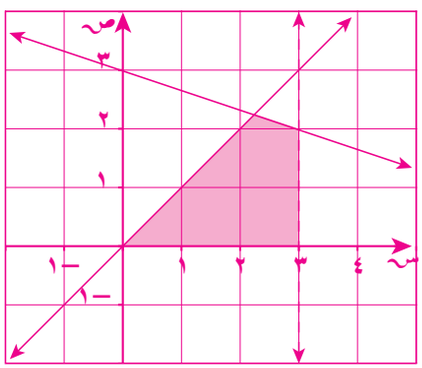
(٣)



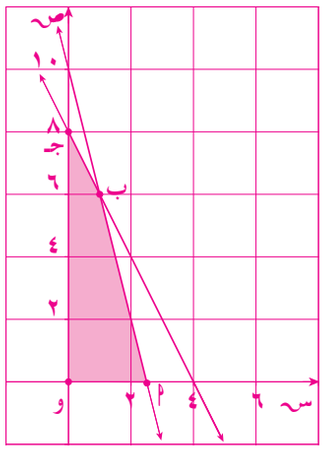
(٤)



(٥)



(٦)

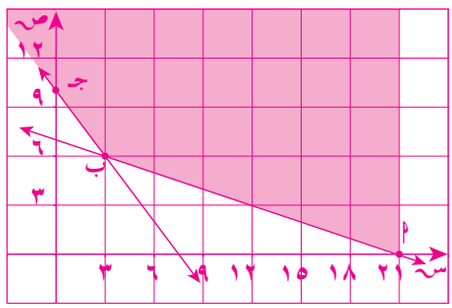


مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أ ب جـ و حيث أ$\left(\frac{٥}{٢}\right.$ ، ٠$\left.\right)$ ، ب(١، ٦) ، جـ(٠، ٨) ، و(٠، ٠).

هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة جـ(٠، ٨) وقيمتها هـ = ٢٤

هـ تكون أصغر ما يمكن عند النقطة و(٠، ٠) وقيمتها هـ = ٠

(٧)



مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أ ب جـ حيث أ(٢١، ٠)، ب(٣، ٦)، جـ(٠، ١٠)

هـ تكون أصغر ما يمكن عند النقطة ب(٣، ٦) وقيمتها هـ = ٦٣

تمارين موضوعية

(١) (أ) (٢) (ب) (٣) (أ) (٤) (أ)

(٥) (أ) (٦) (د) (٧) (جـ) (٨) (جـ)

(٩) (أ) (١٠) (أ) (١١) (جـ)

شركة مطابع الرسالة - الكويت
أودع في مكتبة الوزارة تحت رقم (١٨) بتاريخ ١٣ / ٤ / ٢٠١٦