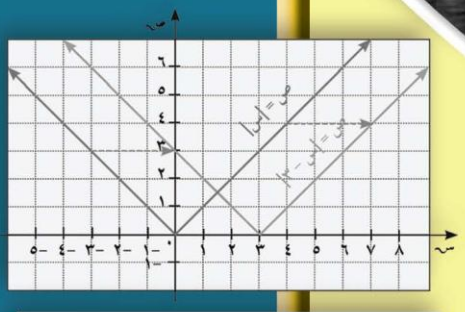
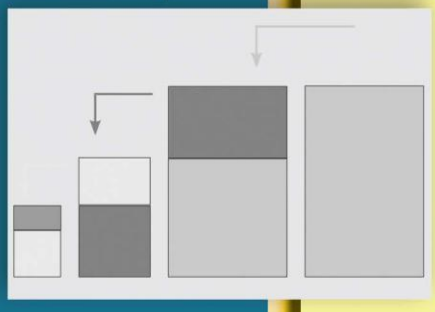
وزارة التربية

كويت جديدة
NEWKUWAIT

الرياضيات

كرّاسة التمارين





الصفّ العاشر ١٠
الفصل الدراسي الأوّل

الطبعة الثانية

الرياضيات

الصفّ العاشر
الفصل الدراسي الأوّل

كرّاسة التمارين

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ. حصة يونس محمد علي **أ. فتحية محمود أبو زور**

الطبعة الثانية

١٤٤١ - ١٤٤٢ هـ
٢٠٢٠ - ٢٠٢١ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية ـ قطاع البحوث التربوية والمناهج
إدارة تطوير المناهج

الطبعة الأولى ٢٠١٢م
الطبعة الثانية ٢٠١٤م
٢٠١٦م
٢٠١٧م
٢٠١٨م
٢٠١٩م
٢٠٢٠م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف العاشر
أ. رضيّة ناصر القطان (رئيسًا)

أ. السعيد فوزي إبراهيم
أ. نجوى محمد وسيم
أ. مجدي محمد الكواوي
أ. منيرة علي العدواني

دار التَّربَويّون House of Education ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٢م

الكتاب كاملًا

شاركنا بتقييم مناهجنا

ذات السلاسل - الكويت
أودع بمكتبة الوزارة تحت رقم (٧٠) بتاريخ ٢٠١٤/٥/١٣م

حضرة صاحب السمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح
أمير دولة الكويت
H.H. Sheikh Nawaf AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah
The Amir Of The State Of Kuwait

سمو الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح

ولي عهد دولة الكويت

H.H. Sheikh Meshal AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah

The Crown Prince Of The State Of Kuwait

المحتويات

الوحدة الأولى: الجبر - الأعداد والعمليات عليها

تَمَرَّنْ ١-١ ..... ٩
تَمَرَّنْ ١-٢ ..... ١٢
تَمَرَّنْ ١-٣ ..... ١٥
تَمَرَّنْ ١-٤ ..... ١٨
تَمَرَّنْ ١-٥ ..... ٢١
تَمَرَّنْ ١-٦ ..... ٢٧
تَمَرَّنْ ١-٧ ..... ٣٣
مراجعة الوحدة الأولى ٣٨
تمارين إثرائيّة ٤١

الوحدة الثانية: وحدة حساب المثلثات

تَمَرَّنْ ٢-١ ..... ٤٢
تَمَرَّنْ ٢-٢ ..... ٤٥
تَمَرَّنْ ٢-٣ ..... ٤٩
تَمَرَّنْ ٢-٤ ..... ٥٢
تَمَرَّنْ ٢-٥ ..... ٥٧
تَمَرَّنْ ٢-٦ ..... ٦١
تَمَرَّنْ ٢-٧ ..... ٦٣
مراجعة الوحدة الثانية ٦٥
تمارين إثرائيّة ٦٨

الوحدة الثالثة: الجبر - التغير

تَمَرَّنْ ٣-١ ..... ٦٩
تَمَرَّنْ ٣-٢ ..... ٧٢
تَمَرَّنْ ٣-٣ ..... ٧٦
مراجعة الوحدة الثالثة ٧٩
تمارين إثرائيّة ٨٢

الوحدة الرابعة : الهندسة المستوية

تَمَرَّنْ ٤-١ ..... ٨٣
تَمَرَّنْ ٤-٢ ..... ٨٦
تَمَرَّنْ ٤-٣ ..... ٩٣
تَمَرَّنْ ٤-٤ ..... ٩٧
مراجعة الوحدة الرابعة ٩٩
تمارين إثرائيّة ١٠٢

الوحدةالخامسة: المتتاليات (المتتابعات)

تَمَرَّنْ ٥-١ ..... ١٠٤
تَمَرَّنْ ٥-٢ ..... ١٠٧
تَمَرَّنْ ٥-٣ ..... ١١١
مراجعة الوحدة الخامسة ١١٤
تمارين إثرائيّة ١١٥

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

خواص نظام الأعداد الحقيقية
Real Numbers System Properties

المجموعة ١ تمارين أساسية

حدد أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأي منها عدد غير نسبي.

(١) ٤ _____ (٢) π _____ (٣) $-\overline{٠,٤٧}$ _____

استخدم رمز علاقة > أو < أو = لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.

(٤) ٣,١٤ ☐ π (٥) ٠,١٤ ☐ $\overline{١٠٧}$ (٦) $٠,\overline{٣}$ ☐ ٠,٣

(٧) اكتب أربعة أعداد بين العددين ١٣ ,٥ ، ١٤ ,٥.

_____

(٨) عبّر عن كلٍّ مما يلي باستخدام رموز المتباينة :

(أ) س عدد حقيقي غير سالب. _____

(ب) ص عدد حقيقي أصغر من الصفر. _____

(جـ) س عدد حقيقي أكبر من أو يساوي -٢ وأصغر من ٤. _____

(د) س عدد حقيقي أكبر من ٣ أو أصغر من -١. _____

(هـ) ص عدد حقيقي أكبر من أو يساوي ٥ أو أصغر من ٣. _____

(٩) **سؤال مفتوح**: اكتب متباينة يتوافق حلها مع الرسم البياني.

(أ)

_____

(ب)

_____

سمِّ الخاصية المستخدمة في كل معادلة.

(١٠) π (أ + ب) = π × أ + π × ب _____

(١١) $(٢\overline{١٠٧}) \times ٣ = ٢ (\overline{١٠٧} \times ٣)$ _____

(١٢) $-\overline{٥٧} + ٠ = -\overline{٥٧}$ _____

(١٣) ٤(س - ص) = ٤س - ٤ص _____

(١٤) **التحدّي**: هل يمكن إيجاد عددين صحيحين ناتج ضربهما -١٢ ومجموعهما -٣؟ فسّر.

_____

_____

(١٥) إذا كان ب من مضاعفات العدد ٣، ك من مضاعفات العدد ٥ فإن العبارة الصحيحة مما يلي هي: _____

(أ) ب + ك هو عدد زوجي. (ب) ب × ك هو عدد فردي.

(جـ) ٥ب + ٣ك هو من مضاعفات العدد ١٥. (د) ٣ب + ٥ك هو من مضاعفات العدد ١٥.

(١٦) أكمل الجدول التالي:

التعبير	رمز المتباينة	رمز الفترة	التمثيل البياني
ص أصغر من ٥	ص		٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥
ت أصغر من أو تساوي ٦	ت ٦		٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧
ز	ز > -٤		٠ -١ -٢ -٣ -٤ -٥
س			٢ ٠ -٢

(١٧) في كل مما يلي اكتب: رمز الفترة، نوع الفترة، رمز المتباينة، التمثيل البياني للمتباينة.

(أ) ن عدد حقيقي أكبر من -٣ وأصغر من ٥. _____ ٦ ٤ ٢ ٠ -٢ -٤

(ب) س > ٤ و س ≥ ١١. _____ ١٢ ١٠ ٨ ٦ ٤

(جـ) م عدد حقيقي موجب أصغر من ٨. _____ ٨ ٦ ٤ ٢ ٠

(د) ص ≤ -١٢ وص ≥ ٦. _____ ٦ ٣ ٠ -٣ -٦ -٩ -١٢

(١٨)* عبر عن التعبير: «س عدد حقيقي سالب يقع مربعه بين ٤ ، ٢٥» باستخدام رمز المتباينة.

_____

(١٩) اكتب رمز الفترة التي ينتمي إليها العدد س ومثّل الفترة بيانيًّا لكلٍّ مما يلي:

(أ) س ∈ [-٣، ٥] ∪ [١، ٧] ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ -١ -٢ -٣

(ب) س ∈ [٢، ٧) ∩ [-١، ٣) ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ -١

في التمارين (٢٠-٢٢) أجب بصح أو خطأ.

(٢٠) العدد $٠,\overline{٤}$ هو عدد غير نسبي. _____

(٢١) إذا كانت أ ≥ ب فإن العدد أ - ب ≥ ٠. _____

(٢٢) العدد الحقيقي ١٦٣ , ٥ يقع بين العددين الحقيقين ١٦ , ٥، ١٧ , ٥. _____

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣) حدد أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأي منها عدد غير نسبي.

(١) $\sqrt{٦}$ (٢) ٠ (٣) $٠,\overline{٦}$

(٤) مثّل الأعداد التالية على خط أعداد.

٠ ، $-٤,٢$ ، -٢ ، $٢\frac{١}{٢}$ ، $-٤\frac{٢}{٣}$.

في التمارين (٥-٨) استخدم رمز علاقة > أو < أو = لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.

(٥) $٠,٨ \square \frac{٤}{٥}$ (٦) $٠,٧٢٧٣٧٤ \square ٠,٧٣٧٣٧٣$

(٧) $\sqrt{٣} \square -\sqrt{٥}$ (٨) $٠,\overline{٦} \square \frac{٢}{٣}$

(٩) **التفكير الناقد:** بيّن أن كل تعبير مما يلي خطأ بإيجاد مثال مضاد.

(أ) المعكوس الضربي لكل عدد كلّيّ هو عدد كلّيّ.

(ب) لا يوجد عدد صحيح معكوسه الضربي هو عدد صحيح.

(١٠) صل كلّ متباينة بتمثيلها البياني.

١. $س > ٣$

٢. $س > -٣$

٣. $س \geq -٣$

٤. $س \leq ٣$

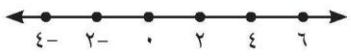
(أ)

(ب)

(جـ)

(د)

(١١) أكمل الجدول التالي:

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني
$[-٣، ٥]$			
		$٤ > س \geq ٨$	
$(-\infty، -١]$			
$(٤، \infty)$			

تمرَّنْ
١-٢

تقدير الجذر التربيعي
Estimating Square Root

المجموعة أ: تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) بسِّط كل تعبير.

(١) $\sqrt{١٢١}$ _____

(٢) $\sqrt{\frac{٠,٠١}{١,٢١}}$ _____

في التمارين (٣-٥) حدد بين أي عددين صحيحين متتاليين يقع كل جذر تربيعي، ثمّ قدر قيمته.

(٣) $\sqrt{٢٤}$ _____

_____

(٤) $\sqrt{\pi ٣}$ _____

_____

(٥) $-\sqrt{١٦,٤٢}$ _____

_____

في التمرينين (٦، ٧) أوجد الجذر التربيعي لكل عدد.

(٦) ٤٠٠ _____

(٧) ٧٢٩ _____

(٨) **التفكير الناقد**: أي عدد غير الصفر يساوي جذره التربيعي الأساسي (الموجب)؟

_____

(٩) **السؤال المفتوح**: أوجد عددين أ، ب بين ١، ٢٠ بحيث يكون $أ^{٢} + ب^{٢}$ مربعًا كاملًا.

_____

(١٠) **الفيزياء**: عند سقوط جسم من مكان مرتفع، فإن الزمن ن بالثواني اللازم ليقطع مسافة ف بالأمتار يعطى بالصيغة: ن = $\sqrt{\frac{ف}{٥}}$.

(أ) أوجد الزمن اللازم ليسقط جسم من ارتفاع ١٢٠ مترًا.

(ب) **التفكير المنطقي**: إذا سقط جسم من ارتفاع يساوي ٤ أمثال الارتفاع في السؤال (أ)، فهل الزمن اللازم للسقوط هو ٤ أمثال الزمن المستغرق في (أ)؟ فسِّر.

في التمارين (١١-١٦) أجب بصح أو خطأ. في حالة الخطأ أعط مثالًا مضادًا.

(١١) لكل عدد غير سالب جذران تربيعيان. _____

(١٢) الجذر التربيعي لكل عدد موجب هو دائمًا أصغر من هذا العدد. _____

(١٣) الجذر التربيعي لكل مربع كامل زوجي هو أيضًا عدد زوجي. _____

(١٤) $\sqrt{أ + ب} = \sqrt{أ} + \sqrt{ب}$. _____

(١٥) $\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}} = أ + ب$. _____

(١٦) $\sqrt{أ \times ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$ حيث أ، ب $\in$ ح. _____

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) بسِّط كل تعبير.

(١) $\sqrt{\frac{٤٩}{٦٤}}$

(٢) $\sqrt{١٨ \times ٩٨}$

في التمارين (٣-٥) حدد بين أي عددين صحيحين متتاليين يقع كل جذر تربيعي، ثمّ قدر قيمته.

(٣) $\sqrt{١٠١}$

(٤) $-\sqrt{١٣٠}$

(٥) $\sqrt{١٧٥}$

في التمارين (٧-٨) أوجد الجذر التربيعي لكل عدد.

(٦) ٥٧٦

(٧) $\frac{٦٤}{٨١}$

(٨) ١,٦٩

*(٩) ثلاث قطع أرض مربعة الشكل أطوال أضلاعها س - ١ ، س ، س + ١ بالأمتار. مجموع مساحات القطع الثلاث يساوي ١٢٠ ١٥ مترًا مربعًا.

(أ) اكتب معادلة وحلها لمعرفة قيمة س^{٢}.

(ب) قدّر طول ضلع كل قطعة أرض.

حل المتباينات
Solving Inequalities

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣) حل كلًّا من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط الأعداد.

(١) ٢٤ س ≤ -٨

(٢) ٨ك - ١٥ > ٧٣

(٣) ٦س - ١٣ < ٦ (س - ٢)

في التمرين (٤) اكتب متباينة وأوجد مجموعة حلها.

(٤) تبلغ كلفة التحضيرات لرحلة مدرسية ٢٢٠ دينارًا ويضاف إليها ٧ دنانير ثمن وجبتي طعام لكل طالب. رصدت إدارة المدرسة مبلغًا لا يزيد عن ٥٥٠ دينارًا لهذه الرحلة. ما اكبر عدد الطلاب الذين يمكنهم الذهاب في الرحلة؟

(٥) أوجد مجموعة حلّ كل زوج من المتباينات. مثّل الحل على خط الأعداد.

(أ) ٧س > - ٣٥ و ٥س ≥ ٣٠

(ب) ٩س ≥ -٢٧ أو ٤س ≤ ٣٦

في التمرينين (٦، ٧) أوجد مجموعة حل كلّ من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط الأعداد.

(٦) ١٧ - ١٢ص ≥ ٥(٧ - ٣ص) - ١٥

(٧) ٦(٢ص - ١) ≤ ١٢ص +٣

(٨) **الكتابة في الرياضيات**: اكتب مسألة حياتية يمكن حلّها باستخدام المتباينة س + ٥ , ٠س ≥ ٦٠.

(٩) **تحليل الخطأ**:

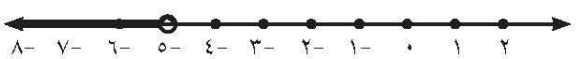
(أ) كتب أحد الطلاب ص ≥ ٢٠ على أنه حل المتباينة $\frac{١}{٢}$ (ص - ١٦) ≤ ص + ٢. أثبت أن إجابة الطالب خطأ، وذلك بالتحقق باستخدام عدد أصغر من ٢٠. (اختر عددًا مناسبًا).

(ب) حلّ المتباينة $\frac{١}{٢}$ (ص - ١٦) ≤ ص + ٢

(١٠) يريد متعهد تعبئة ما بين ١٥٠٠ متر مكعب و١٦٠٠ متر مكعب من التراب من قطعة أرض. تستطيع شاحنات المتعهد تعبئة ١٠٠ متر مكعب في اليوم و١٠٥٠ مترًا مكعبًا قد تم نقلها.

ما عدد الأيام اللازمة لإنهاء عملية تعبئة التراب ونقلها؟

(١١) أكمل المتباينة ٤ + ٣(١ - ٢س) > ... بحيث يكون حلّها كما هو بيانيًّا.



المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ – ٣) أوجد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط الأعداد.

(١) $-٥م > ٧$

(٢) $٢(م - ٣) + ٧ > ٢١$

(٣) $-٦(٢ل - ١٠) + ١٢ل \geq ١٨٠$

(٤) ما أصغر عددين طبيعيين متتاليين مجموعهما أكبر من ١٦؟ (استخدم المتباينات عند الحل)

(٥) أوجد مجموعة حلّ كل زوج من المتباينات ثمّ مثّل الحل على خط الأعداد.

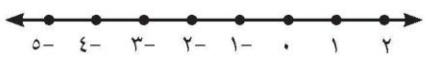
(أ) $٢س > -١٠$ و $٩س < ١٨$

(ب) $٤س < ١٦$ أو $١٢س > ١٤٤$

في التمارين (٦–٨) أوجد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات التالية، ثمّ مثّل الحل على خط الأعداد.

(٦) $٢ - ٣ت \leq ٧(٨ - ٢ت) + ١٢$

(٧) $-٥ < ٢س + ٥ > ٣$



(٨) $-٢٧ \geq ٣(١ - ٢س) \geq ٣$

(٩) أوجد قيم س الصحيحة التي تحقق $-٤ \geq ٣ - ٢س \geq ٤$.

*(١٠) يريد أحمد زيارة صديقه في منزله مستخدمًا سيارة أجرة ومن ثم العودة إلى منزله. تعرفة السيارة ١٥٠ فلسًا ثم ٥٠ فلسًا لكل كيلومتر. مع أحمد دينارين (تكفيه للذهاب والعودة). اكتب متباينة وحلها لمعرفة المسافة الممكنة بين منزل أحمد ومنزل صديقه.

(١١) في بداية الصيف كان لدى هشام ٥٠٠ دينار في حساب التوفير. يجب أن يبقى في حسابه ما لا يقل عن ٢٠٠ دينار في آخر الصيف. يسحب هشام أسبوعيًّا ٤٥ دينارًا.

(أ) اكتب متباينة تمثل المسألة.

(ب) بعد كم أسبوع يجب على هشام أن يتوقف عن السحب؟

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

القيمة المطلقة

Absolute Value

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٦) أوجد مجموعة حلّ كل معادلة.

(١) $٢|٣ - ٢س| = ١٤$

(٢) $|س + ٤| + ٢٣ = ١٧$

(٣) $|س - ١| = ٥س + ١٠$

(٤) $|٢س + ٥| = ٢س + ٥$

(٥) $|٢س - ٣| = |س + ١|$

(٦) $|٤ - ٥س| + |٣س + ١| = ٠$

(٧) أعد تعريف كلًّا مما يلي دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

(أ) $|س + ٢|$

(ب) $|١ - س| + ٣$

(٨) **السؤال المفتوح:**

(أ) اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة يكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

(ب) اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة يكون حلها المجموعة الخالية ∅.

في التمارين (٩-١٢) أوجد مجموعة حلّ كل متباينة، ثمّ مثّل الحل على خط الأعداد.

٩ |م + ٣| > ٧ _____

١٠ |ص - ٤| ≤ ١٢ _____

١١ |٣ع - ٦| + ٣ > ١٥ _____

١٢ ٤|٢هـ + ٣| ≥ ٩ _____

١٣ **التفكير المنطقي:** دون حل المتباينة |س - ٣| ≥ ٥، أوجد الأعداد الصحيحة س التي تحقق المتباينة.

_____

_____

١٤ **الاختيار من متعدد:** أحد حلول المعادلة |س - ٣| = س - ٣ هو: _____

(أ) -٣ (ب) ٠

(جـ) ١ (د) ٣

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٤) أوجد مجموعة حلّ كل معادلة، ثمّ تحقق من إجابتك.

(١) $|٢م - ٥| + ٤ = ٤$

(٢) $|٤م + ٣| = -٣$

(٣) $|٢ز - ٣| = ٤ز - ١$

(٤) $|٣ل + ٥| = ٥ل + ٢$

في التمارين (٥-٨) أوجد مجموعة حلّ كل متباينة، ثمّ مثّل الحل على خط الأعداد.

(٥) $|٢ب + ١| \leq -٤$

(٦) $٣|٢ص - ١| \leq ٢١$

(٧) $\left|\frac{س - ٤}{٢}\right| + ٢ < ٦$

(٨) $\frac{١}{١١}|٢م - ٤| + ١٠ \geq ١١$

(٩) أوجد مجموعة حل كل معادلة.

(أ) $|٢س - ٣| = |س + ١|$

(ب) $|٤ - ٥س| + |٣س + ١| = ٠$

(جـ) $|٣ص - ٧| = ٢ص - ٥$

(د) $|٤م + ١| = ٤م + ١$

(١٠) مجموعة حل المعادلة $|٣س - ٢| = ٣س - ٢$ هي:

(أ) $[\frac{٢}{٣}، +\infty)$

(ب) $(\frac{٢}{٣}، +\infty)$

(جـ) $(-\infty، \frac{٢}{٣})$

(د) $(-\infty، \frac{٢}{٣}]$

(١١) حل المتباينة $\left|\frac{٣ - س}{٢}\right| < ٤$ هو:

(أ) $-٥ < س < ١١$

(ب) $-١١ < س < -٥$

(جـ) $٥ < س < ١١$

(د) $-١ < س < ١١$

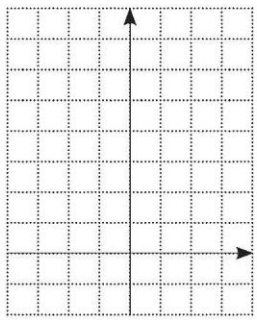
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

دالة القيمة المطلقة
Absolute Value Function

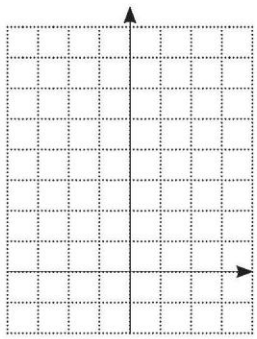
المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣) ضع جدول قيم لكل دالة، ثم ارسمها بيانيًّا.

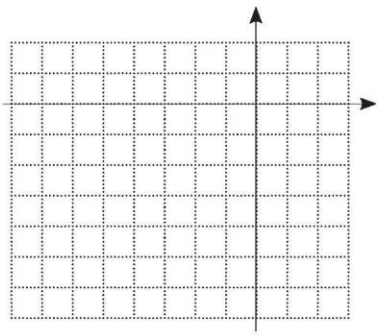
(١) ص = |س - ١|



(٢) ص = |٢س| - ١



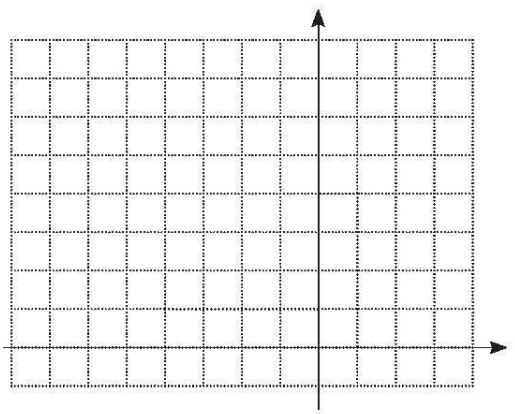
(٣) ص = -|٢س + ٥|



في التمرينين (٤، ٥) اكتب كل دالة دون استخدام رمز القيمة المطلقة، ثم ارسمها بيانيًّا.

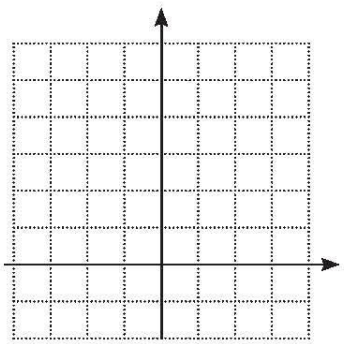
٤ ص = |س + ٣|

س					
ص					



٥ ص = |٢س + ١|

س					
ص					



في التمارين (٦ – ٩) اختر الحرف الدال على بيان كل دالة مما يلي:

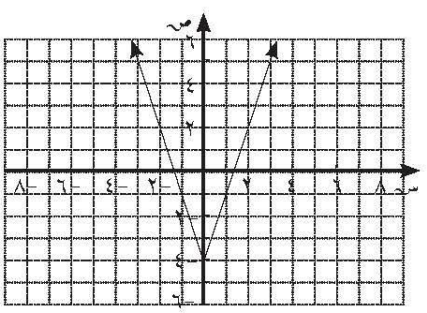
٦ ص = |٣س| – ٤ _____

٧ ص = |٣س – ٤| _____

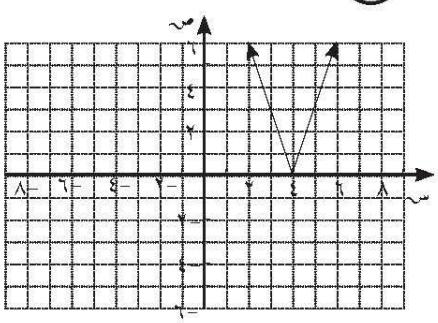
٨ ص = ٣|س – ٤| _____

٩ ص = |٣س + ١٢| _____

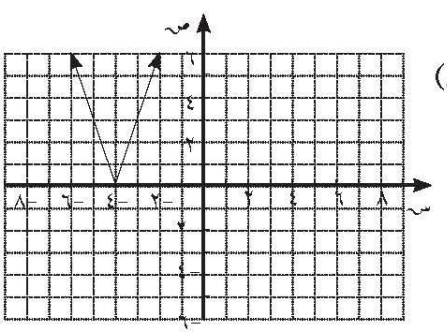
(أ)



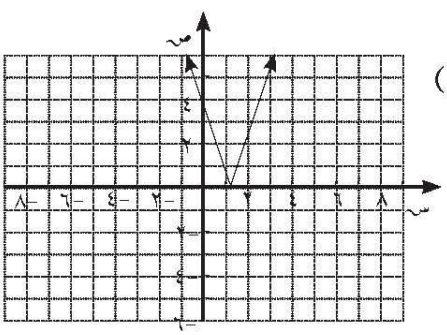
(ب)



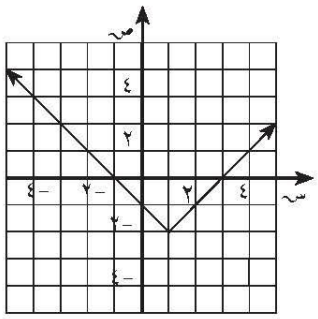
(جـ)



(د)



(١٠) **الاختيار من متعدد:** الدالة التي يمثلها الرسم أدناه هي: _____



(أ) ص = |٣س - ١| + ٢

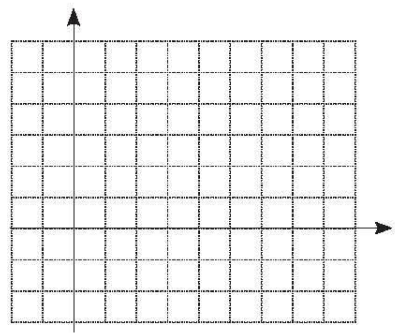
(ب) ص = |س - ١| - ٢

(جـ) ص = |س - ١| + ٢

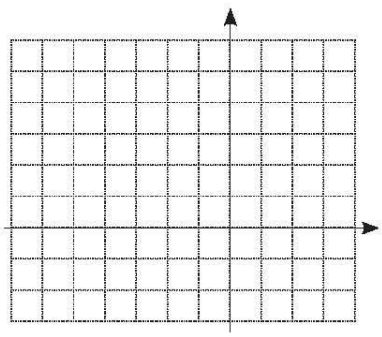
(د) ص = |٣س - ٣| - ٢

في التمارين (١١ - ١٦) استخدم دالة المرجع وارسم كل دالة.

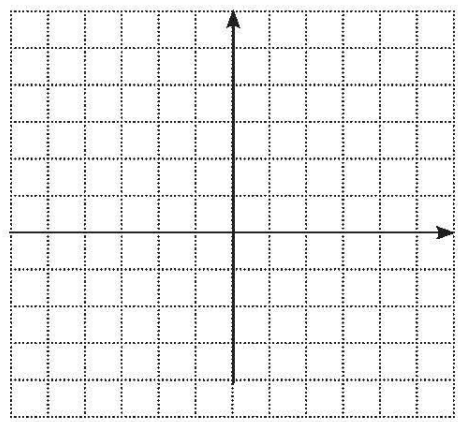
(١١) ص = |س - ٤|



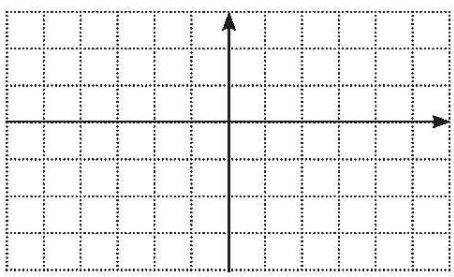
(١٢) ص = |س + ٢|



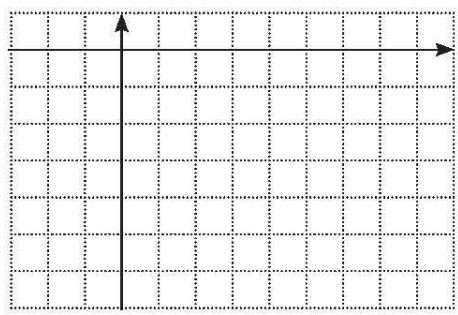
(١٣) ص = |س| - ٤



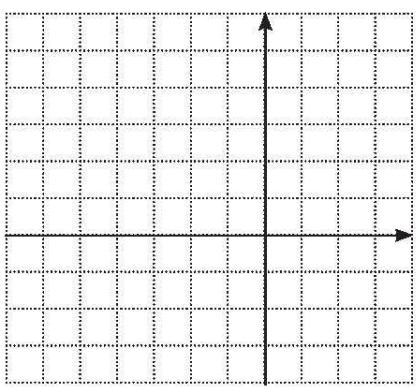
(١٤) ص = ٢ - |س|



(١٥) ص = - |س - ٤|



(١٦) ص = |س + ٢| - ٣



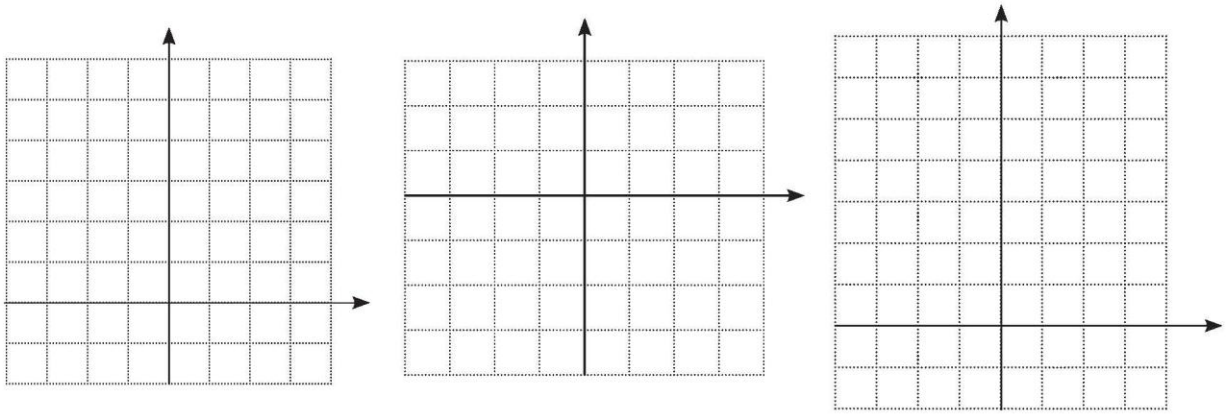
المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ - ٣) ضع جدول قيم لكل دالة، ثم ارسمها بيانيًّا.

(١) ص = |٤س - ١|

(٢) ص = -|٢س| + ١

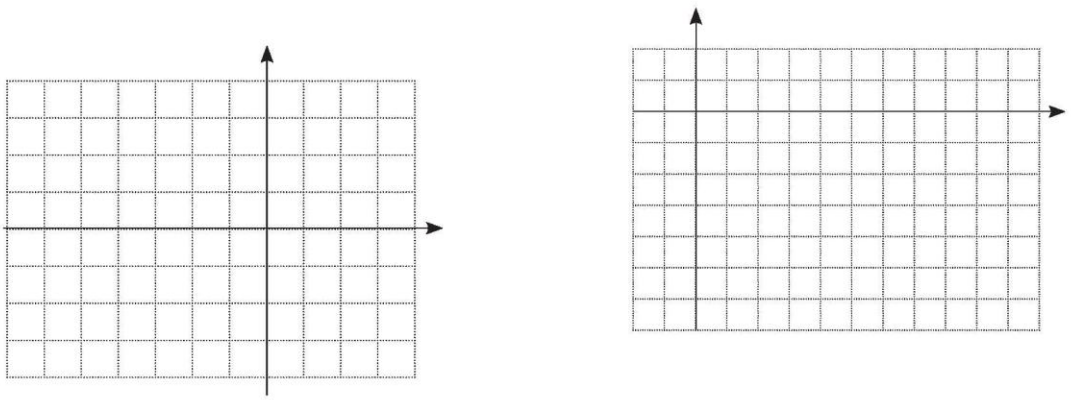
(٣) ص = |٢س| + $\frac{١}{٢}$ |س|



في التمرينين (٤، ٥) اكتب كل دالة دون استخدام رمز القيمة المطلقة، ثم ارسمها بيانيًّا.

(٤) ص = -|س - ٥|

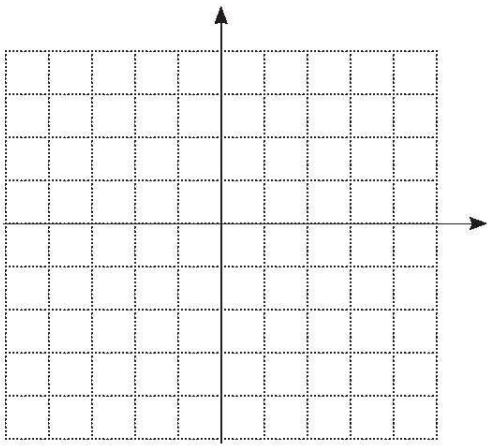
(٥) ص = |٢س + ١| - ٢



(٦) اشرح كيف تجد تقاطع ص = |٣س - ٦| مع المحور السيني.

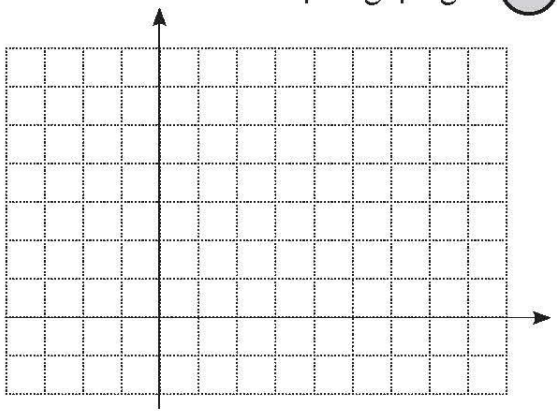
(٧) استخدم دالة المرجع والانسحاب، وارسم بيان الدالة:

ص = |س| - ٣.

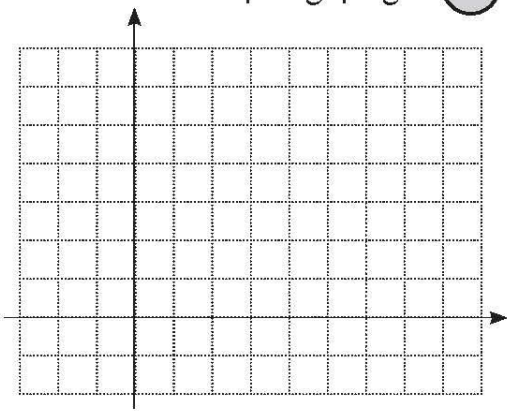


في التمرينين (٨، ٩) صف كل انسحاب للدالة ص = |س| على أنه أفقي أو رأسي أو الاثنين معًا، ثم ارسم بيانيًّا الدالة.

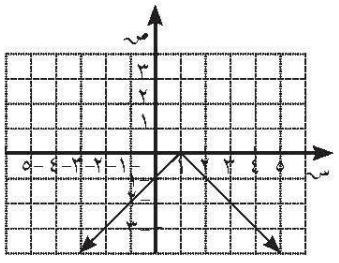
(٨) ص = |س - ٣|



(٩) ص = |س - ٥| + ٣

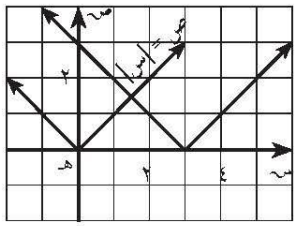


(١٠) اكتب دالة يمثلها الرسم البياني.

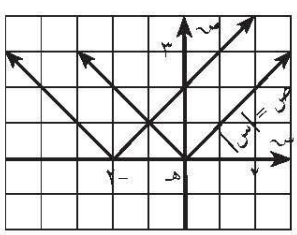


في التمرينين (١١، ١٢) لكل رسم بياني اكتب دالة تكون انسحابًا للدالة ص = |س|.

(١١)



(١٢)

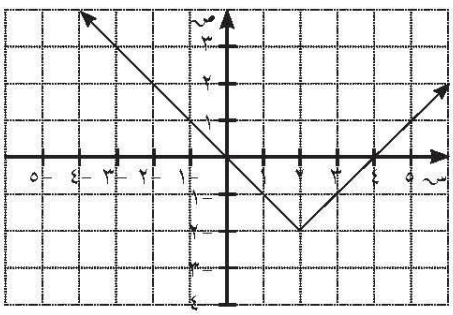


في التمرينين (١٣، ١٤) صف كل انسحاب للدالة ص = |س| على أنه أفقي أو رأسي أو الاثنين معًا.

(١٣) ص = |س| - ٢

(١٤) ص = |س + ١|

(١٥) اكتب الدالة التي يمثلها بيانيًّا الشكل المقابل:



(١٦) في ما يلي أي دالة لا يمر بيانها بالنقطة (٠، ٥).

(أ) ص = |س| + ٥

(ب) ص = |س - ٥|

(جـ) ص = |س - ٥| + ٥

(د) ص = |س + ٥|

*(١٧) **الاختيار من متعدد:** الانسحاب الذي يحوّل ص = |س + ٢| - ١ إلى ص = |س| + ٢ هو:

(أ) وحدتين إلى اليمين، ٣ وحدات إلى الأعلى. (ب) وحدتين إلى اليمين، ٣ وحدات إلى الأسفل.

(جـ) وحدتين إلى اليسار، ٣ وحدات إلى الأعلى. (د) وحدتين إلى اليسار، ٣ وحدات إلى الأسفل.

*(١٨) الرسم البياني للدالة ص = |س - ١| تم انسحابه ٣ وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأسفل فإن الدالة الناتجة هي:

(أ) ص = |س + ٢| - ٢ (ب) ص = |س - ٤| - ٢

(جـ) ص = |س + ٤| + ٢ (د) ص = |س - ٤| + ٢

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

حل نظام معادلتين خطيتين
Solving a System of Two Linear Equations

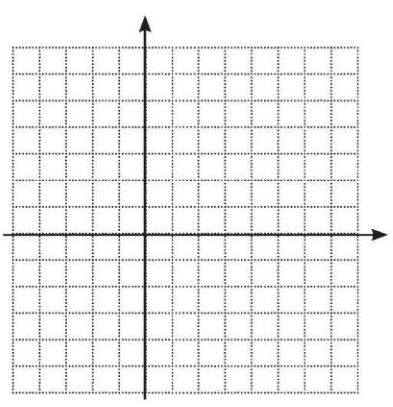
المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١ - ٣) أوجد مجموعة حل كل نظام بيانيًّا. تحقق من إجابتك.

١ $\begin{cases} س = ٣ \\ ص = س - ١ \end{cases}$

ص = س - ١

س				
ص				



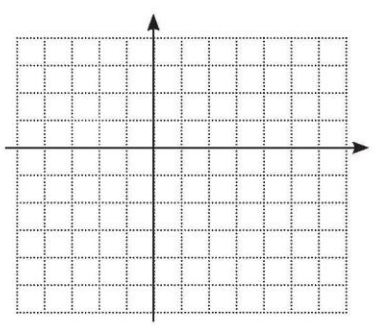
٢ $\begin{cases} ص = س - ٢ \\ ص = -٢س + ١ \end{cases}$

ص = س - ٢

س				
ص				

ص = -٢س + ١

س				
ص				



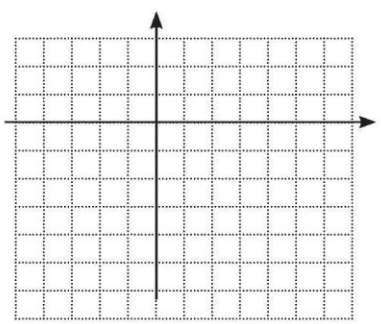
٣ $\begin{cases} ٣س + ص = ٥ \\ س - ص = ٧ \end{cases}$

٣س + ص = ٥

س				
ص				

س - ص = ٧

س				
ص				

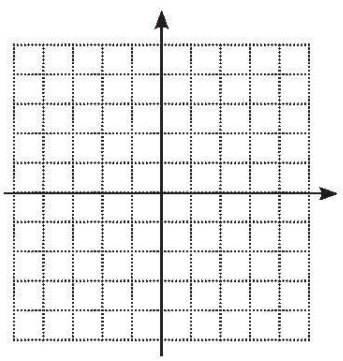


في التمرينين (٤، ٥) ارسم بيان كل نظام ثمّ حدّد إن كان للنظام عدد لانهائي من الحلول أم لا.

٤ $\begin{cases} ص = ٣س - ١ \\ ص = ٣س + ١ \end{cases}$

ص = ٣س − ١			
س			
ص			

ص = ٣س + ١			
س			
ص			



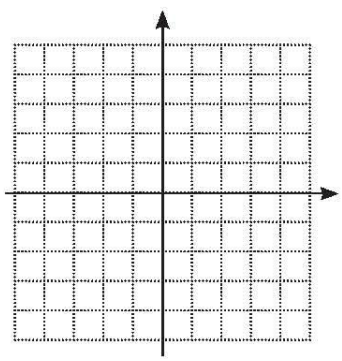
_____

_____

٥ $\begin{cases} ص = -٣س + ٤ \\ ١٢س + ٤ص = ١٦ \end{cases}$

ص = −٣س + ٤			
س			
ص			

١٢س + ٤ص = ١٦			
س			
ص			

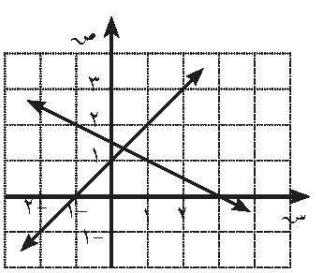


_____

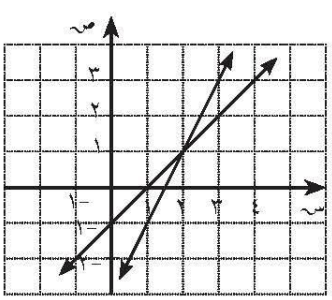
_____

٦ الرسم البياني الذي يمثّل حل النظام $\begin{cases} ص = ٢س - ٣ \\ ص = س - ١ \end{cases}$ هو: _____

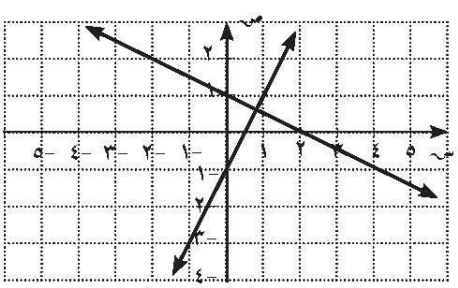
(أ)



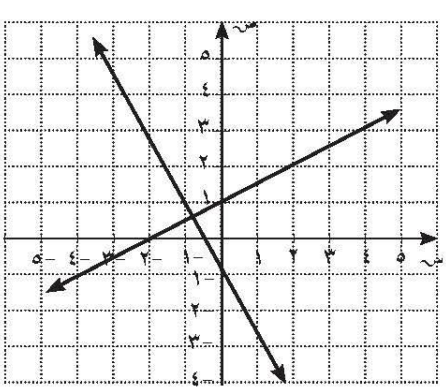
(ب)



(جـ)



(د)



في التمرينين (٧، ٨) أوجد حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة الحذف.

(٧) $\begin{cases} ٥ك - ٢ت = -١٩ \\ ٢ك + ٣ت = ٠ \end{cases}$

(٨) $\begin{cases} ٢ر + ب = ٣ \\ ٤ر - ب = ٩ \end{cases}$

في التمرينين (٩، ١٠) أوجد مجموعة حل كل نظام مستخدمًا طريقة التعويض.

(٩) $\begin{cases} جـ + ب = ١٢ \\ ٣جـ - ب = ٨ \end{cases}$

(١٠) $\begin{cases} س = ٣ص - ٤ \\ ٢ص = ٣س - ٩ \end{cases}$

في التمارين (١١ – ١٣) لكل نظام مما يلي، اختر طريقة الحل التي تراها الأفضل لإيجاد مجموعة الحل.

(١١) $\begin{cases} ٣س - ص = ٥ \\ ص = ٤س + ٢ \end{cases}$

(١٢) $\begin{cases} ٢س - ٣ص = ٤ \\ ٢س - ٥ص = -٦ \end{cases}$

(١٣) $\begin{cases} ص = ٣س + ١ \\ ص = س - ٥ \end{cases}$

*(١٤) **التحديّ:** إذا كان ميل المستقيم الذي يصل النقطة ب بنقطة الأصل هو $\frac{٢}{٩}$. ميل المستقيم الذي يصل النقطة ب بالنقطة جـ (-٤، ٣) هو ١. أوجد إحداثيات النقطة ب.

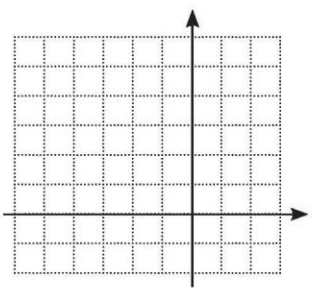
(١٥) **مواصلات:** يخطط ٢٦ طالبًا للقيام برحلة تزلج مع خمسة إداريين. يقود كل إداري سيارة. هناك نوعان من السيارات: سيارات بخمسة مقاعد وسيارات بسبعة مقاعد. ما عدد السيارات من كل نوع لنقل الطلاب والإداريين؟

*(١٦) **التحديّ:** تربط المعادلة ف = $\frac{٩}{٥}$ س + ٣٢ بين درجات الحرارة بالقياس السيليزي (س) وقياس فهرنهايت (ف). هل هناك درجة حرارة هي نفسها بالقياسين؟ في حالة الإيجاب، ما هي؟

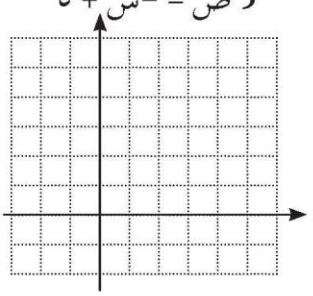
المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ - ٣) أوجد مجموعة حل كل نظام بيانيًّا.

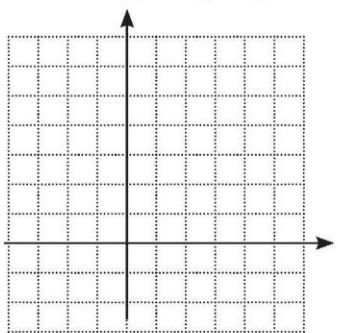
١) $\begin{cases} س + ص = ٢ \\ ص - س = ٦ \end{cases}$



٢) $\begin{cases} ص = \frac{١}{٢} س + ٢ \\ ص = -س + ٥ \end{cases}$

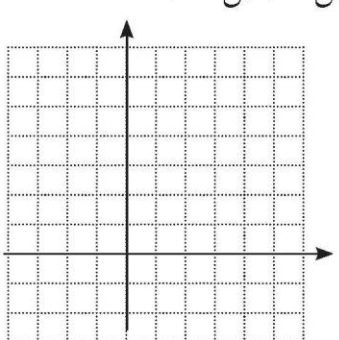


٣) $\begin{cases} س + ٢ص - ٤ = ٠ \\ ٣س - ص = ٥ \end{cases}$

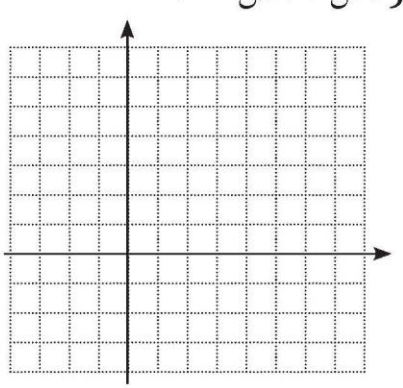


في التمرينين (٤، ٥) ارسم بيان كل نظام. ثم حدّد إن كان للنظام عدد لانهائي من الحلول أم لا.

٤) $\begin{cases} ص = ٢س + ٦ \\ ٤س - ٢ص = ٨ \end{cases}$



٥) $\begin{cases} ٢س + ص = ٥ \\ ٤س + ٢ص = ١٠ \end{cases}$



في التمرينين (٦، ٧) أوجد مجموعة حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة الحذف.

٦) $\begin{cases} ٤س + ٢ص = ٤ \\ ٦س + ٢ص = ٨ \end{cases}$

٧) $\begin{cases} س - ١٤ = -ص \\ س - ص = ٢ \end{cases}$

في التمرينين (٨، ٩) أوجد مجموعة حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة التعويض.

(٨) $\begin{cases} أ + ١٢ب = ٦٨ \\ أ = ٨ب - ١٢ \end{cases}$

(٩) $\begin{cases} ر + س = -١٢ \\ ٢ر - ٣س = ٦ \end{cases}$

في التمرينين (١٠، ١١) أوجد مجموعة حل كل نظام مما يلي.

(١٠) $\begin{cases} ٢ص = ٢س \\ ٢س + ص = \frac{ص}{٢} + ١ \end{cases}$

(١١) $\begin{cases} \frac{١}{٢}س + ص = ٧ \\ ٢س - ٣ص = ٧ \end{cases}$

(١٢) **الهندسة:** في مثلث قائم الزاوية يزيد قياس إحدى الزوايا الحادة ٣٠° عن مثلي قياس الزاوية الحادة الأخرى. أوجد قياسي هاتين الزاويتين.

*(١٣) يتسع مسرح لِـ ٤٠٠ مقعد. تبلغ أسعار البطاقات ١٥ دينارًا للمقاعد الأمامية و١٢ دينارًا للمقاعد الباقية. إذا كان المسرح مليئًا فقيمة المبلغ لقاء التذاكر المباعة ٥٣٤٠ دينارًا. ما عدد المقاعد الأمامية وما عدد المقاعد الباقية؟

(١٤) لدى رجل عمره الآن ٤٦ عامًا ابنًا عمره ٢٦ عامًا، وابنة صغيرة. بعد عدة سنوات، يصبح عمر الأب مساويًا لمجموع عمريهما، كذلك يصبح مساويًا لثلاثة أمثال عمر الابنة. ما العمر الحالي للابنة؟

*(١٥) توجه أحمد وفهد إلى مركز تجاري لشراء هدية لصديقهما سلطان. إذا دفع أحمد $\frac{٢}{٥}$ مما يملكه من مال ودفع فهد $\frac{٣}{٤}$ مما يملكه يستطيعان شراء هدية جميلة بقيمة ٢١ دينارًا. عرض عليهم البائع تخفيض السعر ٤ دنانير، فدفع أحمد $\frac{٣}{٥}$ مما يملكه ودفع فهد $\frac{٢}{٥}$ مما يملكه. أوجد المبلغ الذي كان مع كل من أحمد وفهد.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد
Solving Quadratic Equations in One Variable

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) أي تعبير مما يلي ليس مربعًا كاملًا؟

(أ) $ت^{٢} - ١٤ت + ٤٩$ (ب) $٩ب^{٢} + ٦٦ب + ١٢١$

(جـ) $٤م^{٢} - ٢٤م + ٣٦$ (د) $٨١م^{٢} - ١٢٠م + ١٠٠$

في التمارين (٢ - ٥)، أوجد مجموعة حل كل معادلة مستخدمًا طريقة إكمال المربع. عند الضرورة قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من المئة.

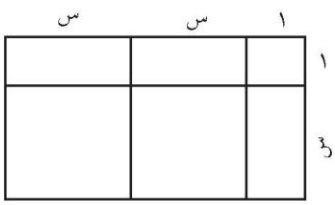
(٢) $ب^{٢} + ٨ب = ٤٨$

(٣) $س^{٢} - ١٠س = ٤٠$

(٤) $ك^{٢} + ٢٢ك + ٨٥ = ٠$

(٥) $و^{٢} + ٣و = ٥$

(٦) (أ) اكتب تعبيرًا جبريًّا يبيّن مساحة النموذج المرسوم.



(ب) إذا كانت مساحة النموذج المرسوم تساوي ٢٨ وحدة مربعة.

فاكتب معادلة تربيعية لإيجاد س بإكمال المربع.

(٧) **الكتابة في الرياضيّات:** اشرح لأحد زملائك كيف تحل $س^{٢} + ٣٠س - ١ = ٠$ بإكمال المربع.

في التمارين (٨- ١١) لكل معادلة مما يلي:

(أ) أوجد قيمة المميز Δ.

(ب) حدّد إن كانت الجذور حقيقية أم غير حقيقية.

(٨) $م^{٢} + ٤م + ٥ = ٠$

(٩) $س^{٢} - ٤س - ٥ = ٠$

(١٠) $٢ص^{٢} + ٧ص = -٦$

(١١) $س^{٢} = ٨س - ١٦$

في التمارين (١٢-١٩) أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

(١٢) $س^{٢} - ٤س + ٤ = ٠$

(١٣) $٢س^{٢} + ٥س - ٧ = ٠$

(١٤) $م^{٢} = ٣م$

(١٥) $م(٣م - ٤) = ٢$

(١٦) $م^{٢} = ٢م - ٦$

(١٧) $-ب^{٢} + ٥ب - ٧ = ٠$

(١٨) $٢س^{٢} + س = \frac{١}{٢}$

(١٩) $\frac{س - ٣}{٢} = \frac{٦}{س - ٢}$

(٢٠) أوجد قيمة ك بحيث يكون كل جذر من جذري المعادلة س^{٢} + ك س − $\frac{١}{٥}$ ك = ٠ المعكوس الضربي للآخر.

(٢١) أوجد عددين مجموعهما ٤ وناتج ضربهما ٢.

(٢٢) بدون حل المعادلة أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: س^{٢} + ٨س + ١٢ = ٠

(٢٣) اكتب معادلة تربيعية يكون جذراها:

(أ) ٣، −٢

(ب) ٠، $\frac{١}{٤}$

(جـ) $\frac{-٢}{٣}$ (جذر مكرر).

(٢٤) أوجد مجموعة قيم ب التي تجعل المعادلة: ٨س^{٢} + ب س + ٢ = ٠، ليست لها جذور حقيقية.

(٢٥) لتكن المعادلة −٣س^{٢} + ٦س + ٥ = ٠، جذراها ل، م

اكتب معادلة تربيعية يكون جذراها:

(أ) ٢ل، ٢م

(ب) ل + ١، م + ١

*(٢٦) لتكن المعادلة: −٤س^{٢} + ٥س + ٧ = ٠ جذراها ل ، م ، أوجد قيمة:

(أ) ل^{٢} + م^{٢} .

(ب) (٢ل − ٣) (٢م − ٣) .

المجموعة ب تمارين تعزيزية

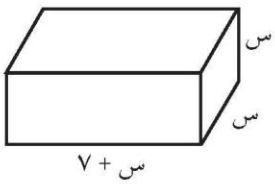
في التمارين (١ – ٣) أحلّ كل معادلة مستخدمًا طريقة إكمال المربع. عند الضرورة، قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

(١) $م^{٢} + ٨م = ٩$

(٢) $ر^{٢} + ٢٠ر = ٢٦١$

(٣) $جـ^{٢} - ١٢جـ + ١١ = ٠$

*(٤) **الهندسة:** افرض أن المساحة السطحية لشبه المكعب أدناه تساوي المساحة السطحية لمكعب طول ضلعه ٨ وحدات.



(أ) اكتب تعبيرًا يبيّن المساحة السطحية لشبه المكعب.

_____

(ب) اكتب معادلة تربط بين المساحة السطحية لكل من شبه المكعب والمكعب.

_____

(جـ) حل المعادلة في (ب) لإيجاد أبعاد شبه المكعب.

_____

(٥) ما عدد الجذور المختلفة في كل معادلة مما يلي؟

(أ) $س^{٢} - ٢س - ٣ = ٠$

(ب) $(٥س - ١)^{٢} = ٠$

(جـ) $ك^{٢} + ٤ك = - ٤٥$

في التمارين (٦ – ٨) لكل معادلة مما يلي:

(أ) أوجد قيمة المميز Δ.

(ب) حدّد ما إذا كانت الجذور حقيقة أم غير حقيقية.

(٦) $٢س^{٢} + س + ٢٨ = ٠$

(٧) $٢م^{٢} + ٧م - ١٥ = ٠$

(٨) $٤س^{٢} + ٢٠س + ٢٥ = ٠$

في التمارين (٩-١٤) حل كل معادلة مما يلي:

(٩) $٣س^{٢} + ٢س - ١ = ٠$

(١٠) $س^{٢} + ١٠س = -٢٥$

(١١) $٢س^{٢} + ٣س - ٥ = ٠$

(١٢) $٨ك^{٢} - ٢ك - ٣ = ٠$

(١٣) $ك(ك - ٥) = -٤$

(١٤) $٩ك^{٢} + ١٢ك - ٥ = ٠$

*(١٥) **التفكير المنطقي:** معادلة تربيعية مميزها مربع كامل، فهل جذور المعادلة هي أعداد نسبية أو غير نسبية ؟ فسِّر.

(١٦) **التفكير الناقد:** $س^{٢} + ك س + ٩ = ٠$، أعط قيمة لِـ ك بحيث يكون للمعادلة:

(أ) جذران غير حقيقيين.

(ب) جذران حقيقيان مختلفان.

(جـ) جذران حقيقيان متساويان.

مراجعة الوحدة الأولى

(١) أي تعبير لا يصف $\sqrt{٦٢٥}$ فيما يلي: _____

(أ) عدد كلّيّ (ب) عدد غير نسبي

(جـ) عدد صحيح (د) عدد نسبي

(٢) حل المتباينة $٨ - ٣س < -٣(١ + س) + ١$ هو: _____

(أ) كل الأعداد الحقيقية (ب) $س < -\frac{١١}{٦}$

(جـ) $س > \frac{٢}{٣}$ (د) ليس أيًّا مما سبق

(٣) تم انسحاب بيان الدالة ص = |س|، ثلاث وحدات إلى الأسفل ووحدتين إلى اليمين.

معادلة الدالة الجديدة هي: _____

(أ) ص = |س + ٢| + ٣ (ب) ص = |س + ٢| − ٣

(جـ) ص = |س − ٢| + ٣ (د) ص = |س − ٢| − ٣

(٤) القيمة التي تنتمي لمجموعة حل: $-٤ < -٤س - ٢ < ٨$ و $٣ > ٤س > -١٠$ هي: _____

(أ) −٢ (ب) ١

(جـ) ٢ (د) ٤

(٥) قطعة أرض مستطيلة الشكل أبعادها ٢٢م، ٥٨م. يراد إقامة منشأة عليها، يتوجب على المالك التراجع س مترًا من كل جهة. الصيغة التي تمثل المساحة القصوى الممكن استخدامها هي: _____

(أ) $ص = ٤س^{٢} - ١٦٠س + ١٢٧٦$ (ب) $ص = ١٢٧٦ - ١٦٠س - ٤س^{٢}$

(جـ) ص = (٥٨ − س)(٢٢ − س) (د) $ص = ١٢٧٦ - س^{٢}$

(٦) حلّ المتباينة: $-٥(٤ص + ١) < ٢٣$ ومثل الحل على خط أعداد.

_____

(٧) حلّ: ٢ < ١٠ - ٤ س < ٦.

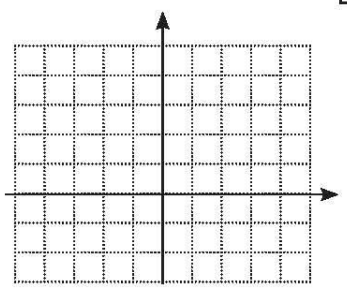
(٨) حلّ المعادلة: ٧|٣ - ٢م| = ٥٦.

(٩) حلّ المعادلة: $\frac{١}{٤}$|٤س + ٢| = ١ - ٢س.

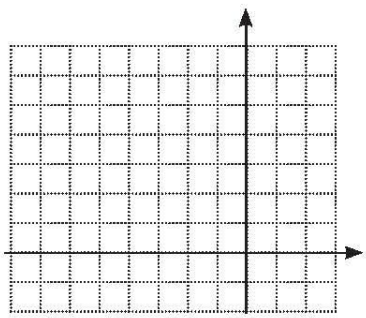
(١٠) حلّ المتباينة: ٢|ك + ٣| ≤ ١٠.

(١١) ضع جدول قيم، ثم ارسم بيانيًّا الدالة ص = |٢س| - $\frac{١}{٢}$ |س|.

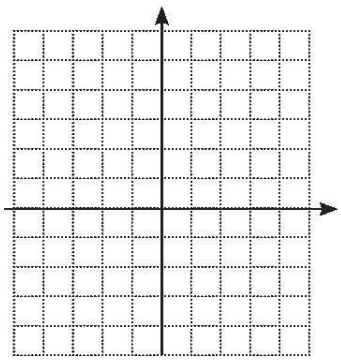
س					
ص					



(١٢) استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم بيان الدالة ص = |س + ٤| + ٢.



(١٣) أوجد مجموعة حلّ النظام $\begin{cases} ص = ٢س + ١ \\ ص = ٤س + ٥ \end{cases}$ بيانيًّا.



(١٤) حلّ النظام $\begin{cases} ٣م + ٢ن = ٩ \\ م + ن = ٤ \end{cases}$ ، مستخدمًا طريقة التعويض.

(١٥) أوجد مجموعة حلّ النظام $\begin{cases} ٤س + ٢ص = ٣ \\ ٢ص - ٤س = \frac{٣}{٢} \end{cases}$ ، مستخدمًا طريقة الحذف.

(١٦) اكتب معادلة بحيث يكون حل النظام $\begin{cases} ٢س + ص = ١٣ \\ .....؟..... \end{cases}$ هو (٣، ٧).

(١٧) أوجد مجموعة حلّ المعادلة مستخدمًا طريقة إكمال المربع: $٣س^{٢} - ٦س + ٢ = ٠$.

(١٨) أوجد قيمة المميز وبين نوع الجذور (حقيقية أو غير حقيقية) للمعادلة: $س^{٢} + ٣س + ٢ = ٠$.

(١٩) أوجد مجموعة حلّ المعادلة: $-٣م^{٢} - ٢م + ٧ = ٠$

(٢٠) أوجد عددين مجموعهما ٢ وناتج ضربهما -٣٥.

(٢١) اكتب معادلة من الدرجة الثانية يكون جذراها -٣، ٦.

تمارين إثرائيّة

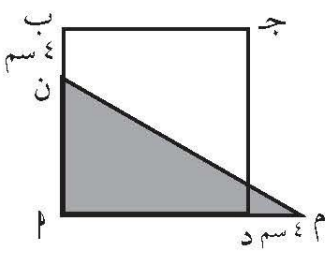
(١) أوجد مجموعة حل النظام $\begin{cases} |س| < ٤ \\ ٣س + ٣ > \frac{س}{٢} + ٦ \end{cases}$

(٢) أوجد أربعة أعداد طبيعية متتالية يكون مجموعها بين ١٩٣٨، ١٩٤٦.

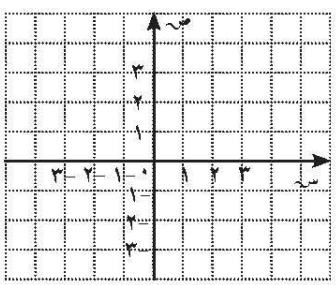
(٣) **التحدي**: قارن بين $أ = \frac{١}{٠,٩٩٩٩٩٩٩٩٧}$ ، $ب = ١,٠٠٠٠٠٠٠٠٣$.

(٤) أوجد مجموعة حل المتباينة $|س - ١| > |س - ٦|$.

(٥) أوجد طول ضلع المربع أ ب جـ د إذا كانت مساحة المثلث أ ن م تساوي $\frac{١}{٤}$ مساحة المربع.



(٦) أوجد مجموعة حل المعادلة: $||س| - ١| = ٠$. ثم تحقق من الإجابة بيانيًّا.



(٧) أوجد مجموعة حل المعادلة: $(س^٢ + س)^٢ - ٨(س^٢ + س) + ١٢ = ٠$

(٨) أوجد معادلة من الدرجة الثانية يساوي كل من جذريها خمسة أمثال كل من جذري المعادلة $٣س^٢ + س - ٥ = ٠$

(٩) أوجد مجموعة حل المعادلة: $س^٤ - ٧س^٢ - ١٨ = ٠$

(١٠) إذا كان أ، ب جذرا المعادلة: $س^٢ + ٢س - ٣ = ٠$، أوجد معادلة من الدرجة الثانية جذراها: $أ + \frac{١}{أ}$ ، $ب + \frac{١}{ب}$

(١١) أوجد مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٢س - ص = ٥ \\ س^٢ + ص^٢ = ١٠ \end{cases}$

الزوايا وقياساتها
Angles and their Measures

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد كلًّا مما يلي بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق) .

(أ) $\frac{٣}{٨}$ الزاوية القائمة _____

(ب) $\frac{٧}{١٦}$ الزاوية المستقيمة _____

(٢) أوجد كلًّا مما يلي بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق والثواني) مستخدمًا الآلة الحاسبة.

(أ) $\frac{٤}{٧}$ الزاوية القائمة _____

(ب) $\frac{٥}{١٣}$ الزاوية المستقيمة _____

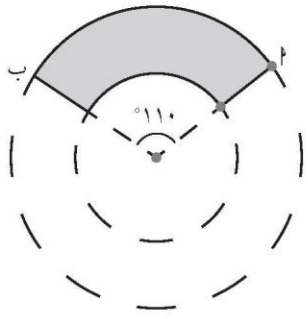
في التمارين (٣-٥) اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا π).

(٣) ١٥٠° _____ (٤) ٣٠° _____ (٥) ٢٤٠° _____

في التمارين (٦-٨) اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:

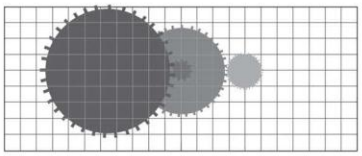
(٦) $\frac{\pi ٣}{٤}$ _____ (٧) $\frac{\pi ١١}{٦}$ _____ (٨) $\frac{\pi ٣}{٢}$ _____

(٩) على افتراض أن طول ذراع مسّاحة المياه على الزجاج الأمامي لإحدى السيارات يساوي تقريبًا ٥٦ سم وأثناء حركتها على الزجاج تصنع قوسًا $\overset{\frown}{أب}$ يقابل زاوية قياسها ١١٠°. أوجد طول هذا القوس.



_____

في التمرينين (١٠، ١١) إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (ن) والزاوية التي يدوّرها الترس (θ)، فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:



(١٠) ن = ١٠ سم، $\theta = \frac{\pi ٧}{٨}$.

(١١) ن = ٢٠ سم، $\theta = \frac{\pi ١١}{٨}$.

(١٢) عندما يفرد الطاووس جناحيه يصنع زاوية مركزية في أعلى رأسه قياسها ٢٥٥° ويتشكل تقريبًا جزء من دائرة في الأطراف النهائية حيث طول نصف قطر الدائرة يساوي حوالى ٦٠ سم.

أوجد طول القوس الذي يقابل هذه الزاوية.

(١٣) أوجد القياس الدائري للزاويتين التاليتين مقربًا الناتج لأقرب جزء من مئة.

(أ) ٢٤″١٦′٥٢°

(ب) ١٣″٤′١٠١°

في التمارين (١٤-١٦) أجب بصح أو خطأ.

(١٤) ٠,٦٢٥ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني ٣٠′١١٢°.

(١٥) الزاوية المركزية ع وَ د قياسها ٠,٧٥ د في دائرة طول قطرها ٨ سم. فإن طول القوس $\overset{\frown}{ع د}$ الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم.

(١٦) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi ١١}{٩}$ تقع في الربع الرابع.

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

في التمارين (١-٣) اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا π).

(١) ٩٠°　　(٢) ٣٠٠°　　(٣) ٢٧٠°

في التمارين (٤-٦) اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:

(٤) $\pi 2$　　(٥) $\frac{\pi 7}{6}$　　(٦) $\frac{\pi}{6}$

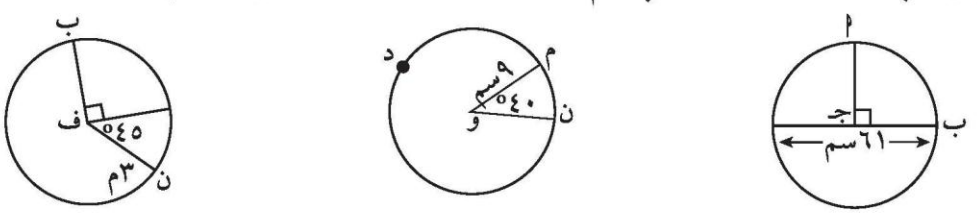
في التمرينين (٧، ٨) إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (س) والزاوية التي يدوّرها الترس (θ)، فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:

(٧) س = ١,٢ مم، $\theta = \frac{\pi 3}{2}$

(٨) س = ١٦ سم، $\theta = \frac{\pi}{6}$

(٩) أوجد طول القوس.

(أ) $\overset{\frown}{أب}$　　(ب) $\overset{\frown}{م د ن}$　　(جـ) $\overset{\frown}{ن ب}$



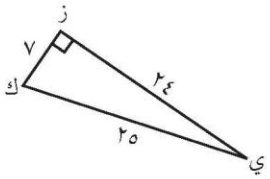
(١٠) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث هي: ٥ : ٦ : ١٣ فأوجد قياس كلّ زاوية بالقياس الستيني.

(١١) زاويتان مجموع قياسيهما ١٧′١٤٨°، والفرق بين قياسيهما $\frac{1}{16}$ من القائمة. أوجد القياس الستيني لكل منهما.

النسب المثلثية: الجيب وجيب التمام ومقلوباتهما
Trigonometric Ratios and their Reciprocals
Sine, Cosine, Secant and Cosecant

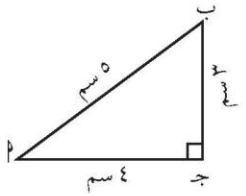
المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) في الشكل المقابل أوجد: جتاي، جاي، جتاك ، جاك.



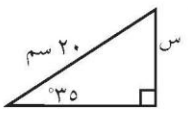
(٢) في المثلث ا ب جـ القائم في جـ ،أوجد:

(أ) قا ا (ب) قتا ب

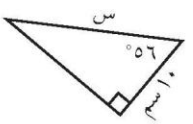


(٣) أوجد قيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

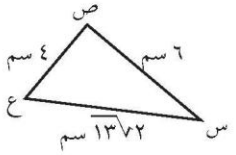
(أ)



(ب)

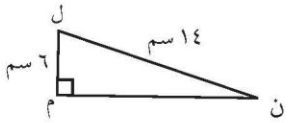


(٤) أثبت أن المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص.



أوجد جاس، جتاس، قاس ، قتاس.

(٥) Δ ل م ن قائم في م̂ . أوجد كلاً من:
م ن ، جا ن ، جتان ، جال، جتال. ماذا تستنتج؟

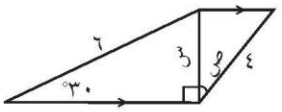


٦ منحدر التزلج المائي يشكل زاوية مع سطح الماء قياسها ١٥° وارتفاعه يساوي ١,٥٢٤ مترًا. ما طول منحدر التزلج المائي؟

_____

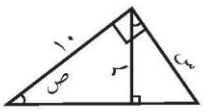
٧ أوجد قياس الزاوية ص، وقيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)



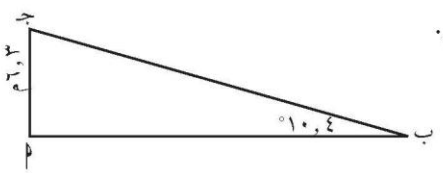
_____

(ب)



_____

٨ **تطبيق حياتي**: أطول سلم كهربائي متحرك في العالم موجود في إحدى محطات مترو الأنفاق في روسيا. إذا كان ارتفاع قمة السلم عن قاعدته ٦,٣ أمتار وكان السلم يميل على الأفقي بزاوية قياسها ١٠,٤°. فأوجد طول السلم إلى أقرب متر.



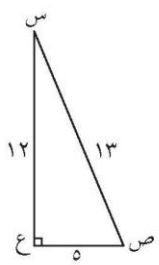
_____

في التمرينين (٩، ١٠) اختر الإجابة الصح.

٩ إذا كان ∆ أ ب جـ مثلث قائم في بˆ، فإن قيمة جتا $\left(\frac{\pi}{٢} - \text{جـ}\right)$ هي:

(أ) $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ (ب) $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$ (جـ) $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$ (د) $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$

١٠ في الشكل المقابل: المثلث س ص ع قائم في عˆ، فإن جتا٢س + جا٢س يساوي:



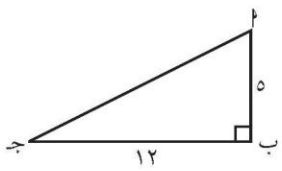
(أ) −١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) $\frac{١٧}{١٣}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في الشكل المقابل: أب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، حيث

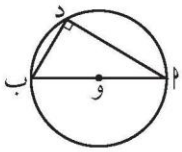
أب = ٥ سم، ب جـ = ١٢ سم.

احسب قيمة: $\frac{\text{جتا}جـ + \text{جا}جـ}{\text{جتا}جـ - \text{جا}جـ}$.

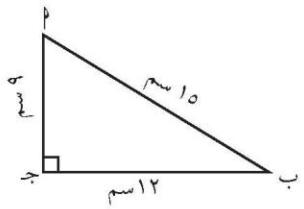


(٢) في الشكل المقابل: $\overline{أب}$ قطر في الدائرة حيث: و أ = ٥ سم، ب د = ٦ سم. احسب قيمة:

(أ) جا أ + جتاب. (ب) جا^{٢}أ + جتا^{٢}ب.



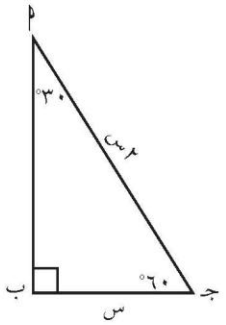
(٣) في الشكل المقابل، أوجد: قاب، قتاب، قاأ، قتاأ.



(٤) Δأب جـ فيه: ق(أ) = ٣٠°، ق(جـ) = ٦٠°.

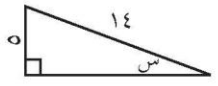
إذا كان ب جـ = س، فإن أجـ = ٢ س (نظرية).

احسب كلًّا من: أب، جا ٣٠°، جتا ٣٠°، جا ٦٠°، جتا ٦٠°.

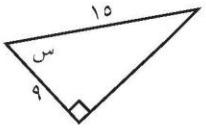


(٥) أوجد قياس الزاوية س إلى أقرب درجة.

(أ)

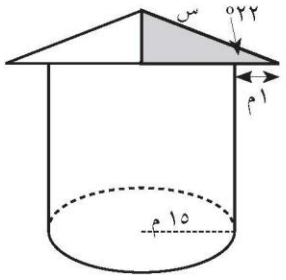


(ب)



(٦) **تطبيق في الزراعة:** مخزن غلال طول نصف قطر قاعدته ١٥ مترًا، ويميل الغطاء على الخط الأفقي بزاوية قياسها ٢٢°، يزيد طول نصف قطر قاعدة الغطاء المخروطي مترًا واحدًا عن طول نصف قطر القاعدة.

احسب قيمة س.

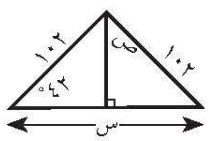


(٧) (أ) اختر ثلاث قيم لقياس زاوية س تقع بين ٠°، ٩٠°.

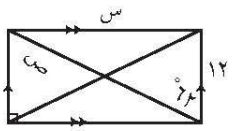
(ب) احسب قيمة جا٢س + جتا٢س عند كل قيمة اخترتها. أثبت صحة العلاقة التي حصلت عليها لأي قيمة للمتغير س بين ٠°، ٩٠°.

(٨) أوجد قياس الزاوية ص، وقيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)

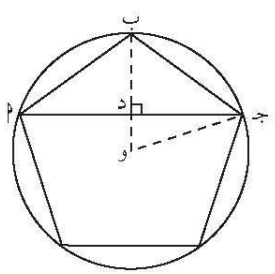


(ب)



(٩) **الكتابة في الرياضيات:** يقول أحمد أنه في مثلث قائم الزاوية، إذا كان قياس زاوية حادة معطى وطول أحد أضلاعه معطى فيمكنه إيجاد قياس بقية الزوايا وطول بقية الأضلاع. هل توافقه الرأي؟ اشرح إجابتك.

*(١٠) خماسي منتظم مرسوم داخل دائرة مركزها و. إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٠ سم:



(أ) أوجد ق(∠و).

(ب) أوجد طول كل من $\overline{جـد}$، $\overline{اجـ}$.

(جـ) أوجد ق(∠وبجـ).

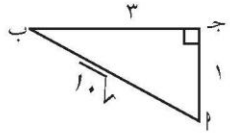
(د) أوجد طول أي ضلع في الخماسي المنتظم.

ظل الزاوية ومقلوبه
Tangent and Cotangent of an Angle

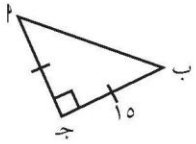
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) من الشكل اكتب ظ أ، ظ ب كنسب في كل مما يلي:

(أ)



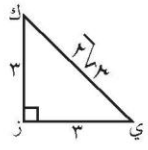
(ب)



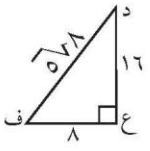
(٢) في Δ أ ب جـ القائم في جـ، إذا كان ظ ب = $\frac{٤}{٥}$ فأوجد: جا أ، جتا أ، ظ أ.

(٣) أوجد الظل ومقلوب الظل لكل من الزاويتين الموضحتين:

(أ) ك̂، ي̂.



(ب) د̂، ف̂.



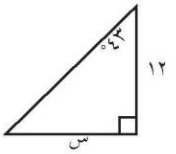
(٤) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

(أ) ص = ٢س − ١.

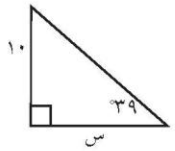
(ب) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥.

(٥) أوجد قيمة س مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)

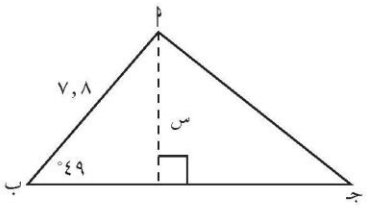


(ب)



(٦) إذا كانت أطوال قطري معيّن هي: ٢ سم، ٥ سم. فأوجد قياسات زوايا المعيّن إلى أقرب درجة.

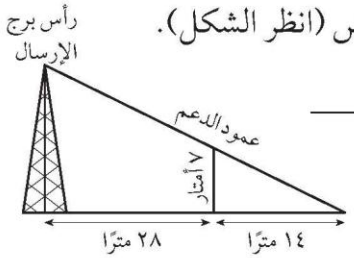
(٧) في الشّكلِ المجاورِ



(أ) أوجد س إلى أقرب جزء من عشرة. _____

(ب) إذا كانَتْ ب جـ = ٨ , ١٠ أوجد مساحة Δأب جـ إلى أقرب جزء منْ مئةٍ. _____

(٨) يستند سلك لبرج إرسال على عمود دعم ارتفاعه ٧ أمتار عن سطح الأرض (انظر الشكل).



(أ) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها السلك مع سطح الأرض. _____

(ب) أوجد ارتفاع برج الإرسال. _____

في التمرينين (٩، ١٠) أجب بصح أو خطأ.

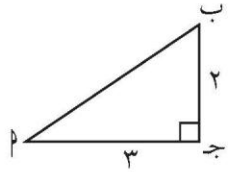
(٩) إذا كان أب جـ مثلث قائم في بْ فإن جتاجـ × ظاجـ = جاجـ. _____

(١٠) قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم ص + س = ٦ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هي ٤٥°. _____

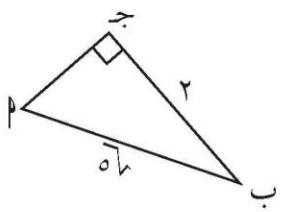
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) اكتب ظاأ، ظاب كنسب:

(أ)



(ب)



(٢) أوجد قيمة المجهول إلى أقرب جزء من عشرة:

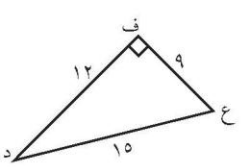
ظا(س) = ٥ , ٣، ظا(٤٣°) = ص، ظا(٢°) = ع، ظا(ل) = ٢٩ , ٥٧.

(٣) في Δأب جـ القائم في (جْ)، إذا كان ظاأ = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد: جتاأ، ظاب، جاأ.

(٤) أوجد ظل وظل تمام كل من الزاويتين الموضحتين:

(أ) مْ ، نْ

(ب) دْ ، عْ

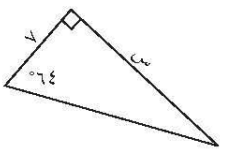


٥ أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

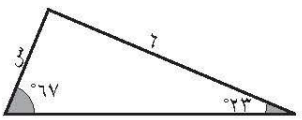
(أ) ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ٢. (ب) ٢ص − $\sqrt{٣}$ س = ١.

٦ أوجد قيمة س طول القطعة المستقيمة مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة أو قيمة س قياس الزاوية مقربًا إلى أقرب درجة.

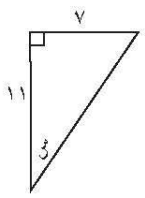
(أ)



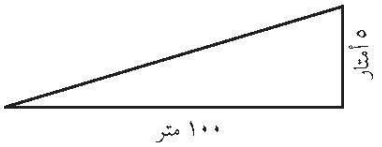
(ب)



(جـ)



* ٧ **في هندسة الطرق:** ميل طريق أو خط سكة حديد يعرف بأنه النسبة بين ارتفاع أعلى نقطة في الطريق وبين طول المسقط الأفقي للطريق، ويعبر عنه عادة بنسبة مئوية. فمثلًا إذا كان ميل خط سكة حديد ٥٪، فإن ذلك يعني أن كل ارتفاع قدره ٥ أمتار يكون طول مسقطه الأفقي ١٠٠ متر، وأيضًا إذا كان طريق يميل على الأفقي بزاوية هـ، فإن ميل هذا الطريق يساوي ظا هـ.

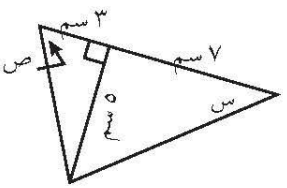


أوجد قياس زاوية ميل طريق جبل إذا كان ميله يساوي ١,٢٥،

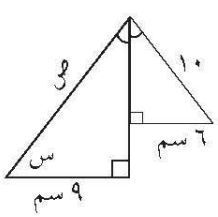
ثم أوجد طول المسقط الأفقي لجزء من هذا الطريق عند نقطة على ارتفاع ٥٠ مترًا عن الأفقي.

٨ أوجد قيمة س، ص مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة أطوال القطع المستقيمة، وإلى أقرب درجة قياسات الزوايا.

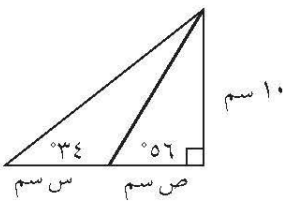
(أ)



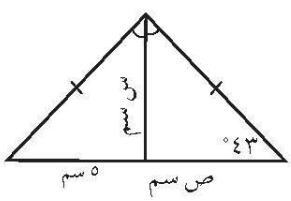
(ب)



(جـ)



(د)

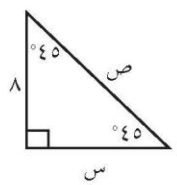


النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة
Trigonometric Ratios for Some Particular Angles

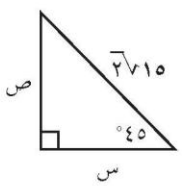
المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، أوجد قيمة كل متغيّر.

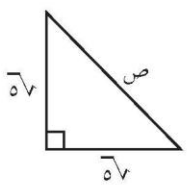
(١)



(٢)



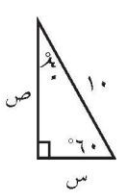
(٣)



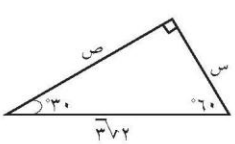
(٤) تشكل الشفرات الأربع لمروحة طائرة زوايا قائمة ولهذه الشفرات الطول نفسه. تبلغ المسافة بين طرفي شفرتين متجاورتين ١١ مترًا. ما طول كل شفرة؟

في التمارين (٥-٧) أوجد قيمة كل متغيّر.

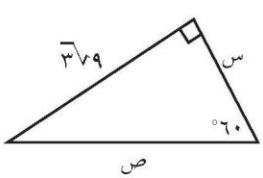
(٥)



(٦)



(٧)

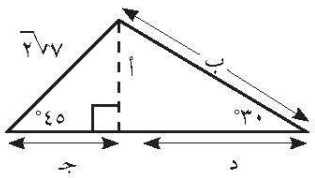


(٨) أوجد مساحة مثلث متطابق الأضلاع، طول ضلعه ١٠ سم. _____

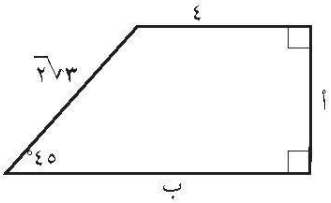
(٩) أوجد مساحة معيّن طول ضلعه ٥ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠°. _____

في التمرينين (١٠، ١١) أوجد قيمة كل متغيّر.

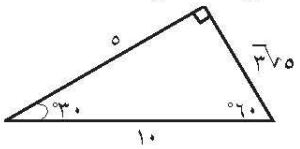
(١٠)



(١١)

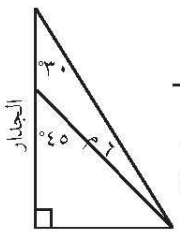


(١٢) **تحليل الخطأ**: رسمت سلوى المثلث المقابل. قالت هند إن قياسات الأضلاع لا يمكن أن تكون صحيحة. من منهما توافقه الرأي؟ وضّح إجابتك.



(١٣) **السؤال المفتوح**: اكتب مسألة حياتية يمكن حلها باستخدام مثلث ثلاثيني ستيني، طول وتره ١٢ مترًا ثم حلّها.

(١٤) لدرء خطر العواصف الرملية قررت إحدى المزارع دعم جدار المزرعة. وضعت دعامتان (انظر الشكل التالي). كونت الدعامة الصغرى وطولها ٦ أمتار زاوية قياسها ٤٥° مع الجدار والدعامة الكبرى زاوية قياسها ٣٠°.

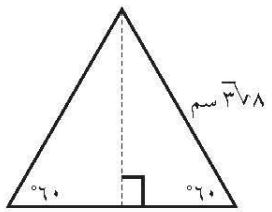


(أ) ما طول الدعامة الكبرى؟

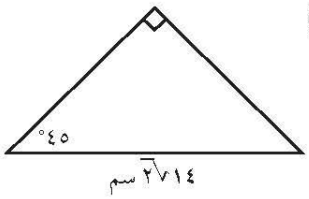
(ب) كم يزيد ارتفاع رأس الدعامة الكبرى عن رأس الدعامة الصغرى؟

في التمارين (١٥–١٧) أوجد مساحة كل شكل.

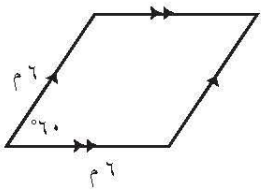
(١٥)



(١٦)

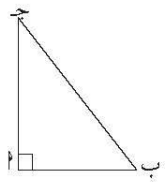


(١٧)

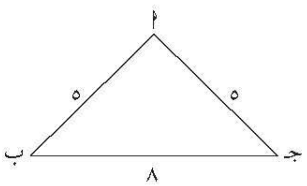


في التمارين (١٨–٢٢) أجب بصح أو خطأ.

(١٨) في المثلث المقابل، جا ب = جتا جـ. _____



(١٩) في المثلث المقابل، جا ب = $\frac{٥}{٨}$. _____



(٢٠) يوجد مثلث أ ب جـ قائم في $\hat{أ}$ حيث جا ب = $\frac{٢٤}{١٩}$. _____

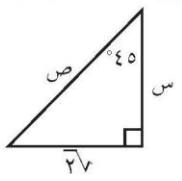
(٢١) يوجد مثلث أ ب جـ قائم في $\hat{أ}$ حيث ظا ب = $\frac{٤٥}{٢٦}$. _____

(٢٢) جتا ٩٠° جتا ١٨٠° + جا ٢٧٠° ظا ٤٥° = – ١ . _____

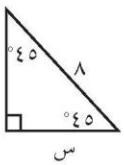
المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) أوجد قيمة كل متغيّر.

١



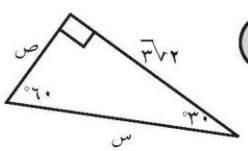
٢



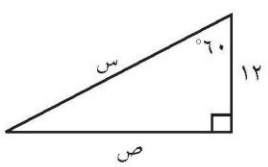
(٣) أوجد مساحة مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٢ سم وقياس إحدى زواياه ٤٥°.

في التمارين (٤-٧) أوجد قيمة كل متغيّر.

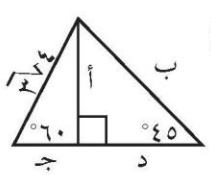
٤



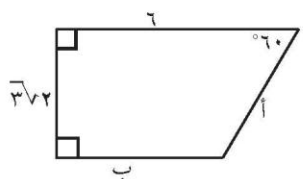
٥



٦



٧



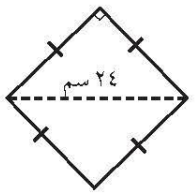
*(٨) تستخدم إحدى المزارع حزامًا كهربائيًّا متحركًا لنقل حزم القش من الأرض إلى قمة المخزن. يبلغ ارتفاع قمة المخزن ٧ أمتار ويشكل الحزام المتحرك مع الأرض زاوية قياسها ٦٠°.

(أ) ما طول الحزام من الأرض حتى قمة المخزن؟

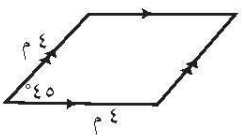
(ب) يتحرك الحزام بسرعة ٣٠ م في الدقيقة. ما الزمن اللازم لنقل حزمة قش من الأرض حتى قمة المخزن؟

في التمارين (٩-١١)، أوجد مساحة كل شكل مما يلي:

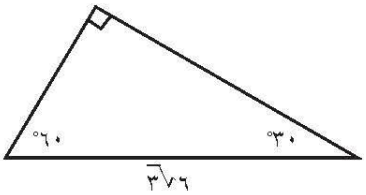
(٩)



(١٠)



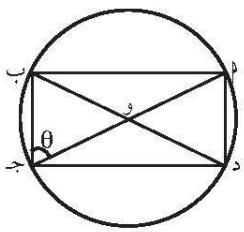
(١١)



(١٢) احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: جا٤٥° × جتا٤٥° + جتا٤٥° × جا٤٥°

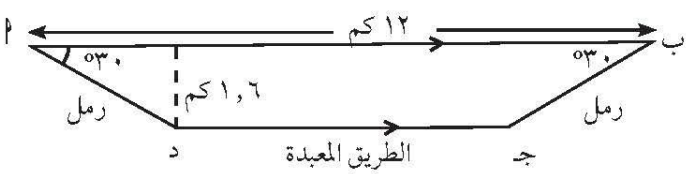
(١٣) احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: جا٦٠° × جتا٣٠° + جا٣٠° × جتا٦٠°

*(١٤) يبيّن الشكل المقابل مستطيلًا ا ب جـ د محاطًا بدائرة مركزها و وطول نصف قطرها نق .



أثبت أن مساحة المستطيل تساوي ٤ نق^{٢} جاθ جتاθ .

*(١٥) يلعب عبد العزيز كرة القدم في أحد النوادي. للحفاظ على لياقته البدنية يمارس يوميًّا رياضة الهرولة. انطلق عبد العزيز من النقطة ا على الشاطئ بزاوية قياسها ٣٠°، سار على الرمل حتى وصل إلى الطريق المعبدة عند النقطة د. أكمل الهرولة على الطريق المعبّدة حتى وصل إلى النقطة جـ. انعطف عن الطريق بزاوية قياسها ٣٠° حتى وصل إلى النقطة ب. (انظر الشكل المقابل). تبلغ سرعة هرولة عبد العزيز على الرمل ٨ ,٤ كم/ ساعة وعلى الطريق المعبدة ٨ ,١٢ كم/ ساعة.



(أ) أوجد المسافة التي قطعها عبد العزيز على الطريق المعبدة.

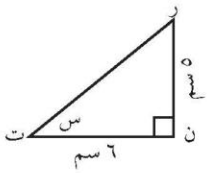
(ب) ما الزمن الذي استغرقه عبد العزيز في الهرولة؟

حل المثلث قائم الزاوية
Solving Right Triangle

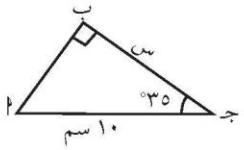
المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) أوجد في كل مثلث، قيمة س.

(١)



(٢)



(٣) حل المثلث أب جـ القائم في جـ. قرّب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) ق(∠ب) = ١٢′ ٤٧°، ب جـ = ١٨ سم .

(ب) ب جـ = ٥ , ٨ سم، أ جـ = ١٤ , ٧ سم.

(٤) يستند سلم أب طوله ٥ , ٨ أمتار بطرفه (أ) على حائط عمودي وبطرفه (ب) على أرض أفقيّة، إذا كان الطرف (ب) يبعد مترًا واحدًا عن الحائط، فأوجِدْ:

(أ) بعد الطرف أ عن الأرض.

(ب) قياس زاوية ميل السلّم على الأرض.

(جـ) قياس زاوية ميل السلم على الحائط.

(٥) ا جـ ك مثلث قائم في $\hat{أ}$ حيث: ا جـ = ٨ سم، ا ك = ٦ سم.

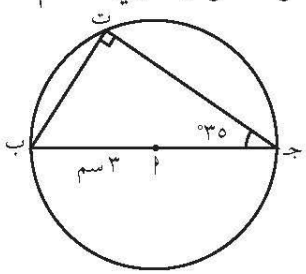
أوجد قياس كل من الزاويتين $\hat{جـ}$، $\hat{ك}$.

(٦) في كل حالة مما يلي، خطط مثلثًا ا ف جـ قائم في $\hat{ف}$.

(أ) أوجد جـ ف إذا كان: ا جـ = ٤ سم، جتا جـ = ٠,٧

(ب) أوجد جـ ف إذا كان: ا ف = ٤ سم، ق(ف $\hat{أ}$ جـ) = ٧٥°

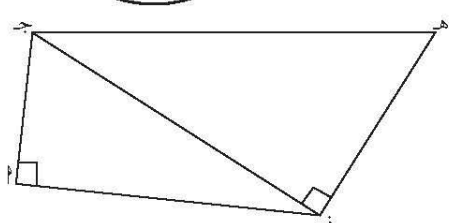
(٧) في الشكل المقابل، أوجد محيط المثلث ب جـ ت ومساحته إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٣ سم.

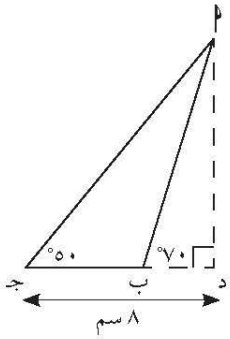


في التمرين(٨) استخدم الشكل المقابل.

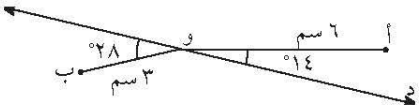
(٨) بفرض أن ق(ا $\hat{ف}$ جـ) = ٢٠°، ف جـ = ١٣ سم، هـ جـ = ١٥ سم.

أوجد: ا ف، ا جـ، ف هـ، ق(ف $\hat{جـ}$ هـ) ، ق(ا $\hat{جـ}$ ف).



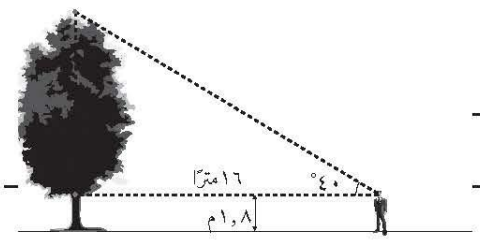


(٩)* في الشكل المجاور، أوجد مساحة المثلث أ ب جـ إلى أقرب جزء من عشرة. علمًا بأن جـ د = ٨ سم.



(١٠) **التفكير الناقد:** أيهما أقرب إلى المستقيم $\overleftrightarrow{وء}$؟ النقطة أ أو النقطة ب؟

(١١) مستخدمًا معطيات الرسم، أوجد ارتفاع الشجرة.



(١٢) **التحدي:** أ ب جـ د مستطيل مركزه و. ق(أ$\hat{و}$د) = ١٠٠°، ود = ٣ سم

(أ) أوجد ق(أ$\hat{و}$ب)

(ب) أوجد محيط المستطيل

المجموعة ب تمارين تعزيزية

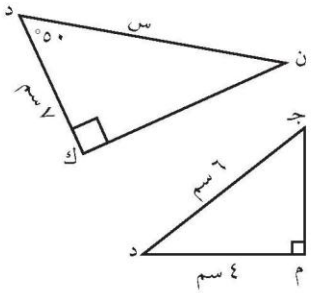
(١) حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ. قرّب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) ق(ب̂) = ٣٩°، ب جـ = ٢٨ سم

(ب) أ جـ = ٢,٨٤، أ̂ = ٣٨°

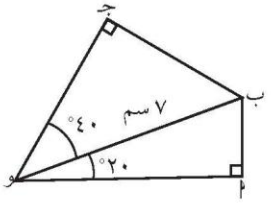
(٢) في المثلث ك ن د المقابل، أوجد قيمة س.

(٣) في المثلث م جـ د المقابل أوجد قياس كل من الزاويتين جـ̂، د̂.



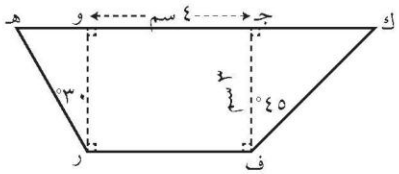
(٤) من الشكل المقابل: (أ) أوجد أطوال الأضلاع التالية (قيم تقريبية): ب جـ ، أ ب ، وجـ ، وأ.

(ب) صح أم خطأ: ب جـ = ٢ أ ب.



(٥) (أ) أوجد مساحة شبه المنحرف المقابل.

(ب) أوجد محيط شبه المنحرف المقابل.



(٦) أ ب جـ د متوازي أضلاع. أ ب = ٨ سم، أ د = ٦ سم، ق(ب أ̂ د) = ١٠٠°.

أوجد مساحة متوازي الأضلاع.

(٧) أ ب جـ د معين مركزه و بحيث يكون أ ب = ٦ سم، ق(د أ̂ ب) = ١٠٠°.

أوجد طولي قطري هذا المعين.

(٨) **التفكير العلميّ**: أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين (أ ب = أ جـ)، حيث ب جـ = ٤ سم، ق(ب أ̂ جـ) = ١٠٠°.

(أ) أوجد محيط هذا المثلث.

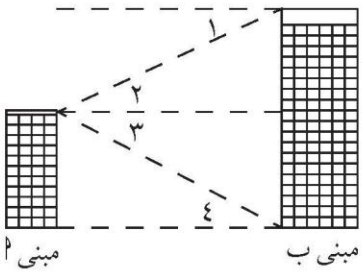
(ب) أوجد مساحة هذا المثلث.

تمرَّنْ
٦-٢

زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض
Angles of Elevation and Angles of Depression

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) صف الزوايا المبيّنة في الشكل من حيث كونها زاوية ارتفاع أو زاوية انخفاض:



(أ) $\hat{١}$ _____

(ب) $\hat{٢}$ _____

(جـ) $\hat{٣}$ _____

(د) $\hat{٤}$ _____

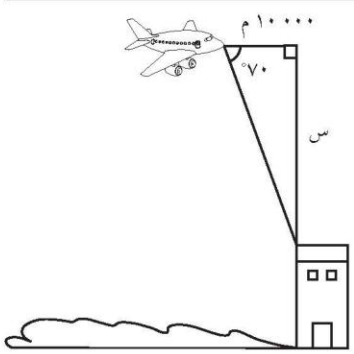
(٢) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٣٠٠ م عن قاعدة برج عمودي وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج هي ١٣°، أوجد ارتفاع البرج عن سطح الأرض.

_____

(٣) من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع طائرة، فوجد أنها ١٢′ ٥٤°، إذا كان بعد النقطة عن موقع الطائرة ٣١٠ م، فما ارتفاع الطائرة إلى أقرب متر؟

_____

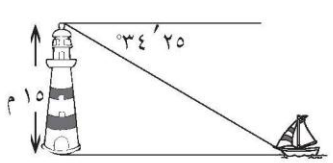
(٤) في الشكل المقابل أوجد قيمة س مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



_____

_____

(٥) رُصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه ٢٥′ ٣٤°. أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار.



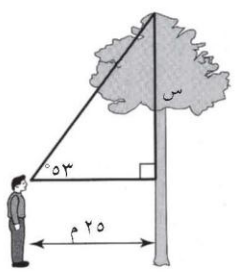
_____

٦ قاس بحّار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ م، فوجد أنها ٣٩°. أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار.

---

*٧ من قاعدة برج قيست زاوية ارتفاع قمة منزل فكانت ٣٠°، ومن قمة البرج قيست زاوية انخفاض قمة المنزل نفسه فوجد أنها ٤٥° أوجد إلى أقرب متر ارتفاع البرج علمًا بأن قاعدتي البرج والمنزل في مستوى واحد، وأن ارتفاع المنزل ٥٠ م.

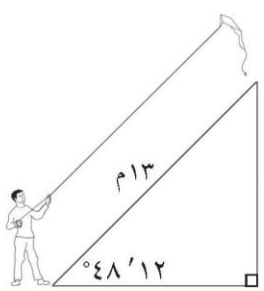
المجموعة ب تمارين تعزيزية



١ في الشكل المقابل، أوجد قيمة س مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.
ثم أوجد ارتفاع الشجرة إذا كان طول الرجل ١٧٠ سم.

٢ رصد شخص واقف على سطح الأرض طائرًا يرتفع عن سطح الأرض مسافة ١٥ م، وكانت زاوية ارتفاع الطائر ٢٥°. إذا كانت عين الشخص على ارتفاع ١,٥ م عن سطح الأرض:
(أ) ارسم الشكل.
(ب) أوجد بعد الطائر عن عين الشخص مقربًا الإجابة إلى أقرب متر.

٣ من نقطة على سطح الأرض وجد أن قياس زاوية ارتفاع طائرة ورقية ١٢′ ٤٨°. إذا كانت الطائرة مربوطة بخيط مشدود طوله ١٣ م، أوجد ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض إلى أقرب متر.



٤ رصد شخص من نافذة منزله على ارتفاع ٣٠ م سيارة في الطريق، فوجد أن قياس زاوية انخفاضها ١٥′ ٣٧°. أوجد بعد السيارة عن هذا الشخص.

٥ إذا كانت زاوية ارتفاع الشمس ٥٥°، وكان طول ظل منزل عندئذ ٧ م، أوجد ارتفاع المنزل إلى أقرب متر، ثم أوجد طول ظل المنزل عندما تكون زاوية ارتفاع الشمس ٣٤°.

القطاع الدائري والقطعة الدائريّة
Circular Sector and Circular Segment

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) قطاع دائري طول قوسه ١٣,٦ سم، وطول قطر دائرته ١٦ سم. أوجد مساحته. _____

_____

(٢) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٢٠ سم، وزاوية رأسه ١٠٠°. أوجد مساحته. _____

_____

(٣) قطاع دائري محيطه ٥٣ سم، وطول قوسه ٦,٢ سم. أوجد مساحته. _____

_____

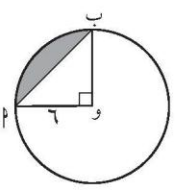
(٤) قطاع دائري مساحته ٨٥ سم^{٢}، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم. احسب طول قوسه. _____

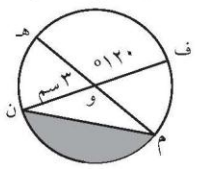
_____

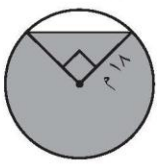
(٥) أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٢٠ سم، وطول قوسها ١٠ سم.

_____

(٦) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة. حيث و هي مركز الدائرة

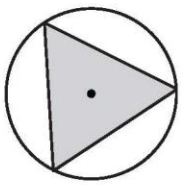






_____ _____ _____

(٧) حوض للزرع على شكل دائرة طول نصف قطرها ٤ م، قسّم إلى أربعة أجزاء بواسطة مثلث متطابق الأضلاع تقع رؤوسه على الدائرة. احسب مساحة إحدى القطع الدائرية الصغرى. _____



(٨) قطاع دائري طول قطر دائرته ١٠ سم ومساحته ١٥ سم^{٢} فإن طول قوسه يساوي: _____

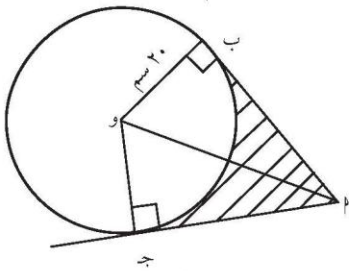
(أ) ٦ سم (ب) ٣ سم (جـ) ١٢ سم (جـ) ٤ سم

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) حوض زهور على شكل قطاع دائري محيطه ٤٨ سم، وطول نصف قطر دائرته ٨ , ٧ سم. أوجد مساحته.

(٢) في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة، وب = ٢٠ سم، و أ = ٤٠ سم.

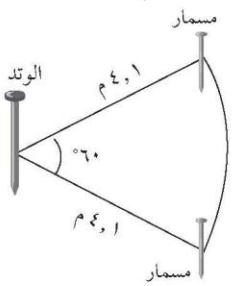
أوجد مساحة الجزء المظلل.



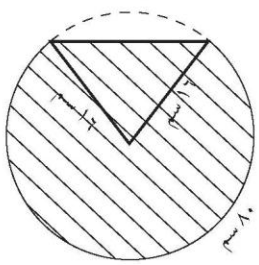
(٣) قطاع دائري زاوية رأسه ٦٠°، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم.

أوجد محيطه.

(٤) وتد مثبّت في الأرض ربط به طرف حبل طوله ١ , ٤ أمتار، وثبّت في الطرف الآخر من الحبل مسمار كبير لشدّه ثم تحريكه، فرسم طرفه الذي فيه المسمار على الأرض قوسًا يقابل زاوية مركزية عند الوتد مقدارها ٦٠°. أوجد طول القوس المرسوم ومساحة القطاع الناتج.

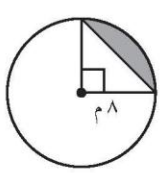


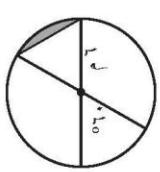
(٥) في الشكل المقابل، قطعة من الورق على شكل قطعة دائرية الشكل طول قوسها ٨٠ سم،وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها.



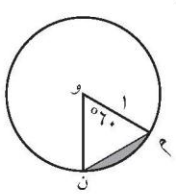
(٦) قطعة دائريّة طول وترها ٢٤ سم وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها.

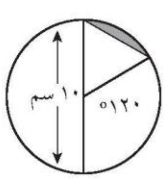
(٧) أوجد مساحة المنطقة المظللة، واكتب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



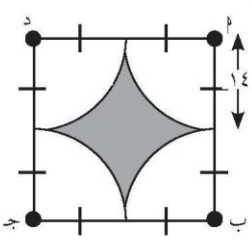


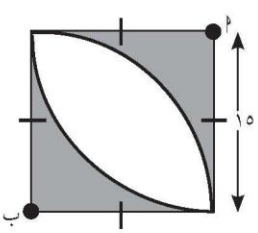
(٨) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة.

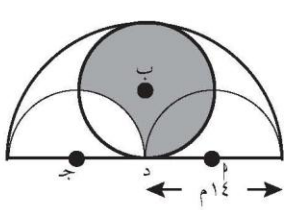




(٩)* أوجد مساحة الأجزاء المظللة في كل شكل بدلالة π حيث كل من: أ، ب، جـ، د تمثل مركز دائرة .

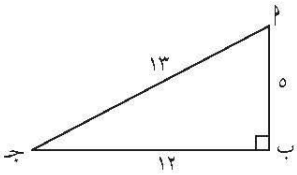






مراجعة الوحدة الثانية

في التمارين (١ – ٩) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:



(١) في الشكل المقابل جا(٩٠° – أ) تساوي: _____

(أ) $\frac{١٢}{١٣}$ (ب) $\frac{٥}{١٣}$ (جـ) $\frac{١٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

(٢) جا جـ قاجـ تساوي: _____

(أ) ظتاجـ (ب) ١ (جـ) جا^{٢} جـ (د) ظاجـ

(٣) قاجـ جتاجـ تساوي: _____

(أ) قتا^{٢} جـ (ب) ١ (جـ) $\frac{\text{جاجـ}}{\text{ظاجـ}}$ (د) جتا^{٢}جـ

(٤) جاجـ ظتاجـ تساوي: _____

(أ) جتاجـ (ب) $\frac{\text{جا}^{٢}\text{ جـ}}{\text{قاجـ}}$ (جـ) ظتا^{٢}جـ ظاجـ (د) ظاجـ

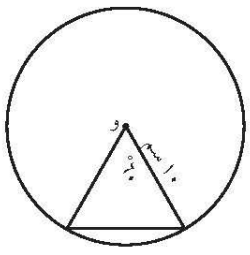
(٥) ظا ٤٥° تساوي: _____

(أ) بين ١،٠ (ب) أكبر من ١ (جـ) ١ (د) ٠

(٦) أب جـ مثلث قائم في بْ فإن أجـ تساوي: _____

(أ) أب جتاجـ (ب) أب ظاجـ (جـ) أب قتاجـ (د) أب جاجـ

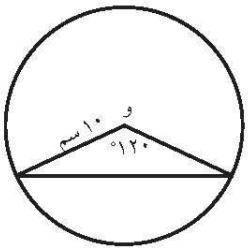
(٧) في الشكل المقابل، مساحة القطاع الأصغر تساوي: _____



(أ) $\frac{\pi ٥٠}{٣}$ سم^{٢} (ب) $\frac{\pi ١٠٠}{٣}$ سم^{٢}

(جـ) $\frac{\pi ٥٠٠}{٣}$ سم^{٢} (د) $\frac{١٠٠}{٣}$ سم^{٢}

(٨) في الشكل المقابل مساحة القطعة الدائرية الصغرى (بوحدات المساحة) تساوي:



(أ) $٥٠\left(\frac{٤١\sqrt{٣}}{٢} - ١٢٠\right)$ (ب) $٥٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢} - \frac{\pi ١٢٠}{١٨٠}\right)$

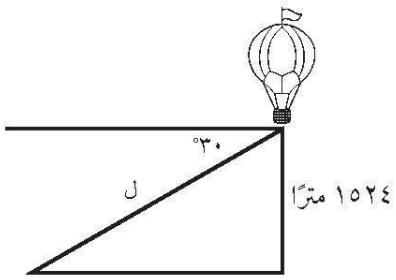
(جـ) $١٠٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢} - \frac{\pi ١٢٠}{١٨٠}\right)$ (د) $١٠٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢} - ١٢٠\right)$

(٩) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٤٠ سم، ومساحته ٥٠٠ سم^{٢}، فإن طول قوس القطاع (بالسنتيمترات) يساوي:

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٠٠ (د) ٧٥

(١٠) يرتفع منطاد في الفضاء ويصنع اتجاه المنطاد مع خط أفقي على سطح الأرض زاوية قياسها ٣٠°.

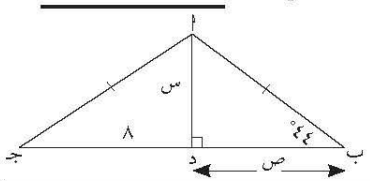
ما المسافة التي سوف يجتازها إذا وصل إلى ارتفاع ١٥٢٤ مترًا عن سطح الأرض.



(١١) $\overline{أ ب}$ جـ مثلث قائم في ب. فيه $\overline{أ ب}$ = ٦ سم، ب جـ = ٨ سم ، أوجد كلاً من:

(أ) $\overline{أ جـ}$. (ب) جا$\overline{جـ}$. (جـ) قياس $\overline{جـ}$.

(١٢) في الشكل المقابل، احسب كلًّا من س، ص.



(١٣) حل المثلث $\overline{أ ب}$ جـ القائم في $\overline{جـ}$:

(أ) $\overline{أ ب}$ = ٦٠ سم ، ق(ب) = ٧٠°

(ب) ب جـ = ١٧ سم، $\overline{أ جـ}$ = ١٥ سم.

(١٤) بينما كان أحد مهندسي الزراعة يحلق على ارتفاع ١٥٠٠ م بطائرة عمودية لرش المبيدات شاهد موقعًا على سطح الأرض بزاوية انخفاض قياسها ٢٠°. احسب بعد الموقع عن الطائرة.

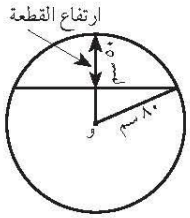
(١٥) يقف رجل إنقاذ في برج مراقبة ارتفاعه ٨ م عن سطح البحر. شاهد شخصًا متعثرًا في العوم ويكاد يغرق. رصد موقعه فكانت زاوية انخفاض الشخص ١٨°. احسب المسافة التي سيقطعها رجل الإنقاذ ليصل إلى الشخص المتعثر بدءًا من قاعدة برج المراقبة.

---

(١٦) قطاع دائري مساحته ١٢,٦٤ سم٢، وقياس زاويته ٧٥°. أوجد طول قوس القطاع.

---

(١٧) لوح من الخشب دائري الشكل طول نصف قطره يساوي ٨٠ سم يراد تقسيمه إلى قطعتين، ارتفاع إحداهما ٥٠ سم. أوجد مساحة سطح القطعة الدائرية الكبرى.

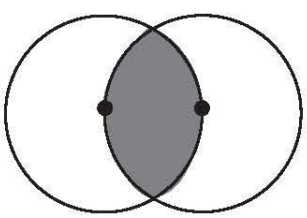


---

(١٨) سلم إطفاء طوله ٢٨ م. يستند بطرفه العلوي إلى قمة حائط عمودي وبطرفه السفلي إلى أرض أفقية بحيث يبعد طرفه السفلي عن الحائط العمودي بمقدار ١٠ م. احسب قياس زاوية ميل السلم على الأرض وارتفاع الحائط العمودي.

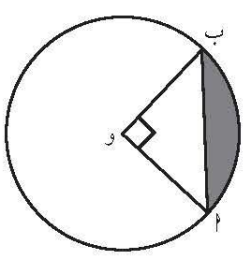
---

*(١٩) في الشكل المقابل، يقع مركز كل دائرة على الدائرة الثانية، وطول نصف قطر كل من الدائرتين يساوي ١٠ سم. أوجد محيط المنطقة المظللة.

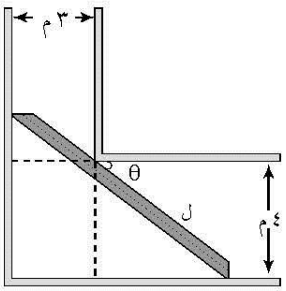


---

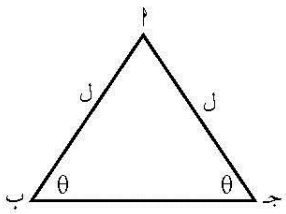
(٢٠) في الشكل المقابل، أوجد محيط ومساحة المنطقة المظللة إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٤ سم.



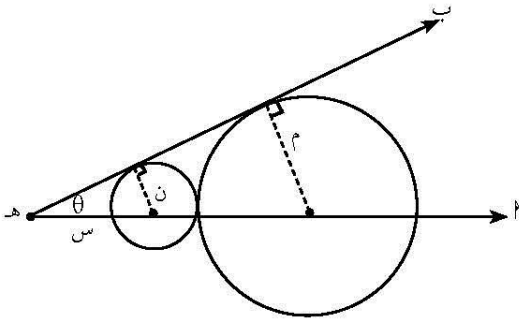
تمارين إثرائيّة



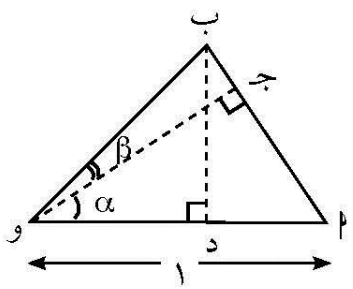
(١) يبيّن الشكل المقابل سلمًا بوضع أفقي يُراد نقله بين ممريّن.
عرض أحد الممرين ٣ أمتار وعرض الآخر ٤ أمتار.
أوجد طول السلم ل بدلالة θ.



(٢) Δ أب جـ متطابق الضلعين.
أثبت أن مساحة هذا المثلث تساوي ل^{٢} جاθ جتاθ.



(٣) في الشكل المقابل أثبت أن:
$$\text{جا}\theta = \frac{\text{م} - \text{ن}}{\text{م} + \text{ن}}$$



(٤) في الشكل المقابل، أثبت أن:
(أ) مساحة Δ و أ جـ = $\frac{١}{٢}$ جاα جتاα.
(ب) مساحة Δ و جـ ب = $\frac{١}{٢}$ × (و ب)^{٢} × جاβ × جتاβ
(جـ) مساحة Δ و أ ب = $\frac{١}{٢}$ × و ب × جا ($\beta + \alpha$)
(د) و ب = $\frac{\text{جتا}\alpha}{\text{جتا}\beta}$
*(هـ) جا($\beta + \alpha$) = جاα جتاβ + جتاα جاβ.

(٥) إذا كان جتاα = ظاβ ، جتاβ = ظاα حيث α، β هما قياسا زاويتين حادتين، فأثبت أن جاα = جاβ.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

النسبة والتناسب
Ratio and Proportion

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) إذا كان (٥س - ١): (س + ٤) = ٤:٥، أوجد س.

(٢) ما العدد الذي يطرح من حدي النسبة ٢٣:٤٣ ليكون الناتج مساويًا للنسبة $\frac{١}{٣}$ ؟

(٣) أوجد قيمة الرابع المتناسب لكل مما يلي: ١، ٣، ٩.

(٤) أكمل الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة: ٤، ٧، ... ، ٣٥.

(٥) إذا كان $\frac{أ + ٢ب}{٩أ - ب} = \frac{٥}{٧}$ ، أوجد أ:ب.

(٦) إذا كانت أ، ب جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٤، ٥، ٩ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ + ب}{جـ - ب}$

*(٧) إذا كانت أ، ب، جـ، د أعدادًا متناسبة أثبت أن: $\frac{٧أ + ٢جـ}{٧ب + ٢د} = \frac{أ - ٤جـ}{ب - ٤د}$، حيث المقام ≠ ٠ .

*(٨) إذا كانت أ، ب، جـ تكون تناسبًا (متسلسلًا) أثبت أن: $\frac{أ + ٢ب}{ب + ٢جـ} = \frac{أ - ب}{ب - جـ}$ حيث المقام ≠ ٠ .

(٩) **تفكير ناقد**: أي من أزواج النسب التالية لا تكوّن تناسبًا؟

(أ) $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{١٥}{٢٠}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٩}{١٢}$

(جـ) $\frac{٠,٤}{٠,٥}$ ، $\frac{٠,١٢}{٠,١٥}$ (د) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٢٠}{٢٤}$

(١٠) إذا كان قلب طائر الكناري يدق ١٢٠ دقة كل ١٢ ثانية، استخدم التناسب لإيجاد عدد دقات قلب الكناري في ٤٠ ثانية.

(١١) **الكتابة في الرياضيات**: اكتب مسألة من تأليفك يمكن أن تحلها باستخدام التناسب $\frac{س}{٩} = \frac{٢}{٥}$ ثم حل المسألة.

(١٢) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ أجب بصح أو خطأ.

(أ) $٤أ = ٣ب$

(ب) $\frac{٤}{ب} = \frac{ب}{أ}$

(جـ) $أب = ٣ \times ٤$

(د) $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{٤ + ٣}{٤}$

(١٣) إذا كان $\frac{س}{١٠} = \frac{١٥}{٢٢}$. فإن قيمة س هي:

(أ) $\frac{٧٥}{١١}$ (ب) $\frac{٤٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤٤}$ (د) $\frac{١١}{٧٥}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) ما العدد الذي يضاف إلى حدي النسبة ٣٧:٧ ليكون الناتج مساويًا للنسبة $\frac{١}{٣}$ ؟

(٢) أوجد الرابع المتناسب لكل مما يلي:

(أ) ٥، ٨، ٢٠، ☐

(ب) ٨، ١٣، ١٦، ☐

(٣) أكمل الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة.

(أ) ٧، ...، ٢١، ٢٤

(ب) ...، ٥، ٢٠، ٢٥

(٤) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٥}{٨}$ ، بيّن أي العبارات الآتية صحيحة، وأيها خطأ.

(أ) ٥ب = ٨أ

(ب) $\frac{٨}{ب} = \frac{٥}{٨}$

(جـ) $\frac{أ + ب}{أ - ب} = \frac{٥ + ٨}{٥ - ٨}$

(٥) أوجد س إذا كان $\frac{س + ٧}{٧} = \frac{١٣}{٥}$.

(٦)* إذا كانت أ، ب، جـ، د أعدادًا متناسبة أثبت أن: $\frac{أ + ٨ب}{جـ + ٨د} = \frac{٤أ + ب}{٤جـ + د}$ حيث المقام ≠ ٠

(٧)* إذا كانت الأعداد أ، ب، جـ تكون تناسبًا (متسلسلًا) أثبت أن: $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{أ}{جـ}$.

(٨) قبض ثلاثة إخوة لقاء عملهم معًا مبلغًا من المال قيمته ٦٤٨ دينارًا، وقد قسم هذا المبلغ عليهم حصصًا تتناسب مع الزمن الذي أمضاه كل منهم في العمل. إذا كان مروان قد عمل مدة ٥ ساعات، أحمد ٦ ساعات، يوسف ٧ ساعات. احسب نصيب كل منهم.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التغير الطردي
Direct Variation

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣) هل كل معادلة في ما يلي تمثل تغيرًا طرديًّا؟ إذا كان كذلك أوجد ثابت التغير.

(١) ص = $\frac{٢}{٣}$ س _____

(٢) ٧س + ٤ص = ٢ _____

(٣) -س + ٢ص = ٠ _____

(٤) إذا كانت المسافة (ف) التي يقطعها شخص في رحلة تتناسب مع الزمن (ن) في حالة ثبوت السرعة وإذا كانت تلزمه ساعتان ليقطع ١٠٠ كم.

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل العلاقة بين المسافة والزمن. _____

(ب) احسب المسافة التي يقطعها الشخص بعد ٣ $\frac{١}{٢}$ ساعات. _____

كل جدول مما يلي يمثل العلاقة بين س، ص. اختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تغيّرًا طرديًّا أم لا. وإذا كانت كذلك فاكتب هذه العلاقة.

(٥)

س	ص
٢	٦
٥	١٣,٥
٨	٢١

_____

(٦)

س	ص
٣	٥,٧
٥	٩,٥
٩	١٧,١

_____

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ، ب يمثل تغيرًا طرديًّا أوجد ص:

(٧) أ (٢، ١) ، ب (٦، ص) _____

(٨) أ (٥، ص) ، ب (١٥، ١٢) _____

(٩) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ، ب حيث أ (٨، ٢)، ب (س، -٣) يمثل تغيرًا طرديًّا فإن س تساوي:

(أ) ١٢ (ب) -١٢ (جـ) $\frac{١٦}{٣}$ (د) $\frac{-١٦}{٣}$

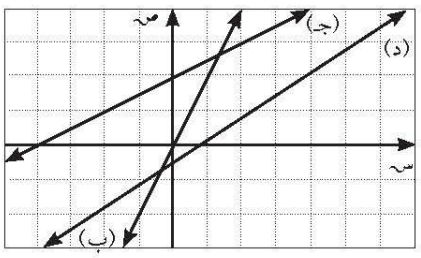
* (١٠) طبقًا لقانون شارل إذا كان حجم كمية محدودة من الغاز (ح) يتناسب طرديًّا مع درجة الحرارة (د) بالكلفن عند ثبوت الضغط (ρ)؛ وإذا كان الحجم= ٢٥٠ مل عندما درجة الحرارة = ٣٠٠ ك:

(أ) أُكتب العلاقة بين الحجم ودرجة الحرارة. _____

(ب) أوجد الحجم إذا ازدادت درجة الحرارة إلى ٤٢٠ ك. _____

(١١) أي من المستقيمات في الرسم البياني التالي يمثل تغيّرًا طرديًّا حيث ثابت التغيّر > ٠؟ علّل إجابتك.

_____



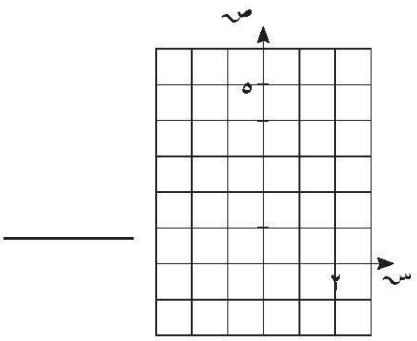
(١٢) في ما يلي، هل المستقيم الذي يمر بالنقطتين م، ن يمثل تغيّرًا طرديًّا بين س ، ص؟ اشرح إجابتك.

١. م (٢،٥) ، ن (٤،١٠) _____

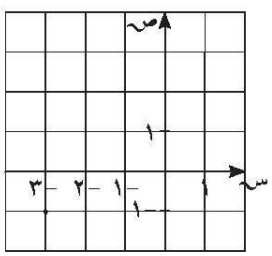
٢. م (٣،٤) ، ن (٦،١٢) _____

(١٣) ارسم الخط المستقيم الذي يمثل علاقة التغير الطردي والذي يمر بالنقطة المعطاة ثم اكتب معادلته:

(أ) (٢، ٥) (ب) (-٣، -١)

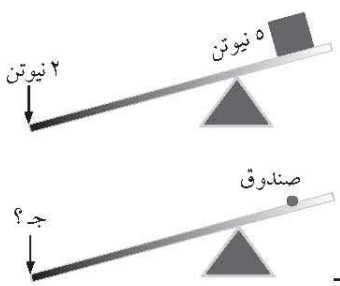


_____



_____

(١٤) **الفيزياء:** يتغير الوزن (و) الذي يمكن أن ترفعه الرافعة المبينة طرديًّا مع القوة المستخدمة (ق). إذا كانت القوة ٢ نيوتن هي التي تحتاج إليها لرفع صندوق وزنه ٥ نيوتن، فأوجد القوة (جـ) التي تحتاج إليها لرفع صندوق وزنه ٤٠ نيوتن. _____



(١٥) **تفكير ناقد:** أوجد قيمة جـ التي تجعل العلاقة أس – ب ص = جـ علاقة تغير طردي. _____

_____

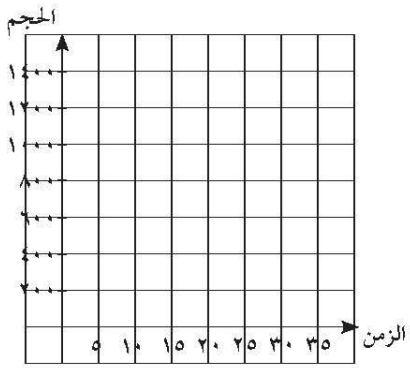
(١٦) لدينا خزان ماء فارغ نريد ملأه. يبيّن الجدول أدناه حجم الخزان وزمن التعبئة.

الحجم باللتر (ح)	٤٠٠	٦٠٠	١٢٠٠
الزمن بالدقائق (ن)	١٠	١٥	٣٠

(أ) هل العلاقة بين الحجم (ح) والزمن (ن) علاقة تغير طردي؟ فسر إجابتك.

_____

(ب) مثّل العلاقة بيانيًّا.



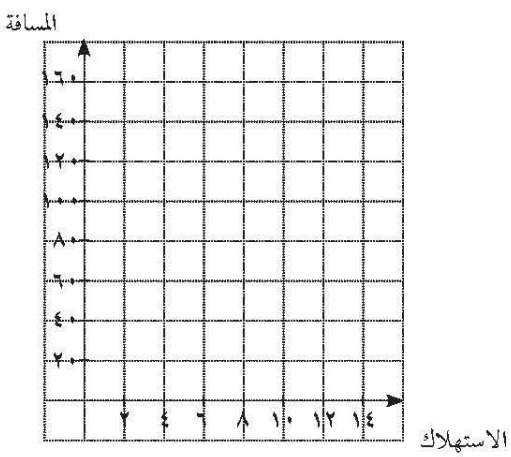
(١٧) يبيّن الجدول أدناه، استهلاك سيارة للوقود وفق المسافة المقطوعة.

الاستهلاك باللتر (س)	٤,٨	٨	١٢
المسافة بالكيلومتر (ص)	٦٠	١٠٠	١٥٠

(أ) هل العلاقة بين الاستهلاك باللتر (س) والمسافة المقطوعة بالكيلومتر (ص) علاقة طردية؟ فسر إجابتك.

_____

(ب) مثّل العلاقة بيانيًّا.



المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣) هل كل معادلة تمثل تغيّرًا طرديًّا؟ إذا كانت كذلك فأوجد ثابت التغير.

(١) ٥س - ٢ص = ٠

(٢) ٦س - ٩ص = ٣

(٣) ٦س = ٩ص

(٤) إذا كان لديك حديقة فيها أشجار من الرمان، وكان المبلغ (م) الذي تربحه يتناسب طرديًّا مع عدد أشجار الرمان (ش). وإذا كنت تحصل على ٣٦ دينارًا لجني محصول ٣ أشجار:

(أ) اكتب العلاقة بين الربح وعدد أشجار الرمان.

(ب) ما المبلغ الذي تربحه من جني ٩٠ شجرة؟

في التمرينين (٥، ٦) كل جدول يمثل العلاقة بين س، ص. اختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تغيّرًا طرديًّا أم لا. وإذا كانت كذلك فاكتب هذه العلاقة.

(٥)

س	ص
٤	٢
٨	٤
١٤	٧

(٦)

س	ص
-٢	-٥
٤	٤
٨	١٠

في التمارين (٧-٩) إذا كانت الأزواج المرتبة في كل تمرين تمثل تغيّرًا طرديًّا أوجد س أو ص:

(٧) (٢، ١) ، (س، ٣)

(٨) (س، ٢) ، (٦، ٤)

(٩) (٣، ص) ، (٦، ٨)

(١٠) إذا كانت درجتك في امتحان (د) تتناسب مع عدد الأسئلة التي قمت بالإجابة عنها بطريقة صحيحة (جـ)؛ وإذا حصلت على ٨٠ درجة في مادة الرياضيات وكنت قد أجبت عن ٢٠ سؤالًا إجابة صحيحة.

(أ) أُكتب العلاقة بين الدرجة التي حصلت عليها وعدد الإجابات الصحيحة.

(ب) ما الدرجة التي تحصل عليها عند إجابتك عن ٢٤ سؤالًا إجابة صحيحة؟

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التغير العكسي
Inverse Variation

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣) أوجد ثابت التغير لكل من التغيرات العكسية التالية:

(١) ن = ٦ عندما ب = ٩ _____

(٢) ص = ١٣ عندما س = ٧ _____

(٣) س = ٨ عندما ص = ٩,٥ _____

في التمرينين (٤، ٥) أوجد قيمة م لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة تناسبات عكسية.

(٤) (٥، ٨) ، (٤، م) _____

(٥) (٤، ٨) ، (م، ٢) _____

(٦) إذا كان حجم الغاز (ح) الموجود في إناء يتناسب عكسيًّا مع الضغط (ض)، وكان الحجم (ح) = ٢٠ م^{٣} عندما الضغط (ض) = ١ جوي.

(أ) أوجد الحجم عندما يكون الضغط = ٤ جوي. _____

(ب) أوجد الحجم عندما يكون الضغط = ٣٦ جوي.

_____

في التمرينين (٧، ٨) في البيانات الموجودة في كل جدول، اختبر في ما إذا كانت العلاقة بين س، ص تمثل تغيّرًا طرديًّا أم تغيّرًا عكسيًّا. أُكتب المعادلة التي تمثّل نوع التغيّر.

(٧)

س	ص
٢	٤
٤	٨
١٠	٢٠
١٢,٥	٢٥

_____

_____

(٨)

س	ص
١	٤٠
٢	٢٠
٤	١٠
٥	٨

_____

_____

(٩) (أ) إذا أردت أن تكسب ٨٠ دينارًا، فكم ساعة تعمل في كل مما يلي:

١. إذا كنت تكسب في الساعة ٥ دنانير. _____

_____

٢. إذا كنت تكسب في الساعة ٨ دنانير. _____

_____

٣. إذا كنت تكسب في الساعة ١٠ دنانير. _____

_____

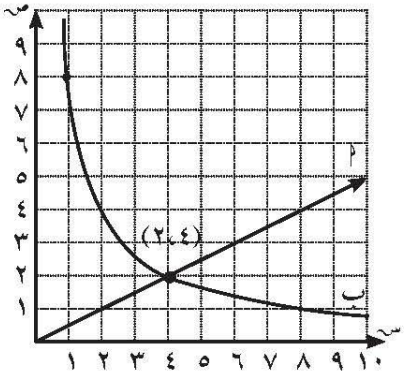
(ب) ما المتغير في (أ)؟ _____

_____

(جـ) اكتب المعادلة التي تمثل هذا الموقف. _____

_____

(١٠) **تفكير ناقد:** الرسمان البيانيان (أ)، (ب) أحدهما يمثل تغيّرًا طرديًّا والآخر يمثل تغيّرًا عكسيًّا.



اكتب معادلة كل من المتغيرين.

_____

_____

(١١) إذا كانت شدة التيار (ش) في موصل تتغيّر عكسيًّا مع المقاومة (م) لذلك الموصل، وإذا كانت شدة التيّار $\frac{١}{٣}$ أمبير عندما كانت المقاومة ٣٦٠ أوم، فاكتب العلاقة بين شدة التيّار والمقاومة لذلك الموصل.

_____

_____

(١٢)* إذا كان حجم الأسطوانة الدائرية القائمة (ح) يُعطى بالعلاقة ح = π نـ^{٢} ع، حيث (نـ) طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة، (ع) ارتفاعها. وإذا كان حجم الأسطوانة: ٢٠π سم^{٣}:

(أ) اكتب (ع) كدالة في (نـ) _____

_____

(ب) أوجد قيمة تقريبية لـ (ع) عندما نـ = ٢,٥ سم. _____

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) أوجد (ن) لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة على تناسبات عكسية.

١ (ن، ٧) ، (٢، ١٤)

٢ $\left(\frac{٣}{٤}، ن\right)$ ، $\left(١٨، \frac{٢}{٣}\right)$

اختبر ما إذا كانت العلاقة بين س، ص تمثل تغيّرًا طرديًّا أم تغيّرًا عكسيًّا. اُكتب المعادلة التي تمثّل نوع التغيّر.

٣

س	ص
١	٨
٢	٤
٤	٢
٨	١

٤

س	ص
٠,٠١	٩
٠,٩	٠,١
٠,١	٠,٩
٣	٠,٠٣

٥

س	ص
١٤,٤	١,٢
١٢	١
٩	٠,٧٥
٣,٦	٠,٣

٦ أي التناسبات التالية تمثل تغيّرًا عكسيًّا؟

(أ) $\frac{س_٢}{ص_٢} = \frac{ص_١}{س_١}$

(ب) $\frac{س_١}{ص_٢} = \frac{ص_١}{س_٢}$

(جـ) $\frac{س_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{ص_١}$

٧ الزمن اللازم (ن) لقطع مسافة معينة (ف) يتناسب عكسيًّا مع السرعة. بفرض أنك تستغرق $٢\frac{١}{٢}$ ساعة للسفر بين مدينتين عندما يكون متوسط سرعة السيارة ٩٠ كم/ ساعة.

(أ) احسب ثابت التغير. ماذا يمثل هذا الثابت؟

(ب) كم تستغرق سيارة «ميكرو باص» لقطع المسافة نفسها إذا كان متوسط سرعتها ٧٥ كم/ ساعة؟

٨ خصصت قطعتا أرض لهما المساحة نفسها لبناء مجمعين سكنيين، كل منهما على شكل مستطيل. أبعاد القطعة الأولى ٣٤ × ٢١ م. إذا كان طول القطعة الثانية ٥٢,٥ م فهل تتوقع أن عرضها يزيد عن عرض القطعة الأولى أم يقل عنه؟ ولماذا؟ احسب ذلك العرض لتتأكد من صحة توقعك.

٩ إذا كان بإمكان فريق مؤلف من ٤ عمال طلاء صفوف المدرسة خلال ٦ أيام. فكم يومًا يلزم فريق مؤلف من ٦ عمال للقيام بالعمل نفسه؟

مراجعة الوحدة الثالثة

اختر الإجابة الصحيحة.

(١) إذا كان ٢س − ٥ص = ٠ فإن $\frac{س}{ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٢}$

(٢) إذا كان $\frac{س}{ص}$ = ٧ فإن س + ٧ص تساوي:

(أ) ٧ س (ب) ٨س (جـ) ٢س (د) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

(٣) إذا كان أ ∝ ب، $\frac{١}{جـ}$ ∝ ب فإن جـ تساوي:

(أ) $\frac{\text{مقدار ثابت}}{أ}$ (ب) أ × مقدار ثابت

(جـ) ب × مقدار ثابت (د) $\frac{\text{مقدار ثابت}}{أب}$

(٤) إذا كانت $\frac{س}{٨}$ = $\frac{١}{ص}$ فإن إحدى الإجابات الصحيحة هي:

(أ) س = $\frac{١}{٤}$ ، ص = $\frac{١}{٢}$ (ب) س = ٢ ، ص = −٤

(جـ) س = ٢ ، ص = ٤ (د) س = −١ ، ص = ٨

(٥) إذا كانت ٦، ٩، س، ١٥ في تناسب فإن س تساوي:

(أ) ٣٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

(٦) العدد الذي إذا طرح من كل من الأعداد ١٦، ١٠، ١١، ٧ بالترتيب نفسه صارت متناسبة هو:

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

(٧) إذا كانت ٤٢ب، س، ٧ب، ٢أ أربع كميات متناسبة فإن س تساوي:

(أ) ١٤أ (ب) $\frac{١}{٣}$أ (جـ) ٣أ (د) ١٢أ

(٨) إذا كانت ٢٠، س، ٣٢ في تناسب متسلسل فإن س تساوي:

(أ) $\pm\sqrt{٢٧٠}$ (ب) $\pm\sqrt{٤٧٠}$ (جـ) $\pm\sqrt{٧٨٠}$ (د) $\pm\frac{١}{\sqrt{٧٨٠}}$

(٩) إذا كانت $\frac{س}{٢ص}$ = $\frac{٣}{٥}$ فإن $\frac{س + ٢ص}{٢س - ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{١٥}{٩}$ (ب) $\frac{١٦}{٧}$ (جـ) $\frac{٧}{١٦}$ (د) $\frac{٩}{١٥}$

(١٠) إذا كان ٢س^{٢} − ٧س ص + ٣ص^{٢} = ٠ حيث ص، س موجبان فإن $\frac{س}{ص}$ يمكن أن تساوي:

(أ) $\frac{٣}{١}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{-٣}{١}$ (د) $\frac{-١}{٣}$

(١١) الوسط المتناسب بين ٤أ^{٢} ب^{٣}، ٩أ^{٤} ب يساوي:

(أ) ±٦أ^{٣}ب^{٢} (ب) ±٦أ^{٢}ب^{٢} (جـ) ±٦أب (د) ±٦أ^{٢}ب

(١٢) إذا كانت $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن $\frac{أ + ب}{ب}$ تساوي:

(أ) $\frac{أ + جـ}{ب + جـ}$ (ب) $\frac{جـ + د}{ب}$ (جـ) $\frac{أ + جـ}{ب}$ (د) $\frac{جـ + د}{د}$

(١٣) إذا كان ص ∝ $\frac{١}{س}$ ، ص = ٥ عندما س = ١٠ فإن س ص تساوي:

(أ) ١٠٠ (ب) ٢٥٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٥٠

(١٤) إذا كانت $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{س + ص}{٢ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٦}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

(١٥) إذا كانت أ، ٣س، ٢ب، ٤س في تناسب فإن $\frac{أ}{ب}$ تساوي:

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

(١٦) الرابع المتناسب للمقادير (أ + ب)^{٢}، (أ^{٢} − ب^{٢})، (أ − ب) يساوي:

(أ) $\frac{ب - أ}{(أ + ب)^{٢}}$ (ب) $\frac{٢(ب - أ)}{أ + ب}$ (جـ) $\frac{(أ + ب)^{٢}}{أ - ب}$ (د) $\frac{(أ - ب)^{٢}}{أ + ب}$

(١٧) إذا كانت ص = $\frac{٥}{س}$ فإن:

(أ) ص ∝ $\frac{١}{س^{٢}}$ (ب) ص ∝ س^{٢} (جـ) ص ∝ $\frac{١}{س}$ (د) ص ∝ س

(١٨) إذا كان ص ∝ س وكانت ص = ٨ عندما س = ٤، فإنه عندما ص = ٦ فإن س تساوي:

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٨}$

(١٩) إذا كانت $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن $\frac{٢أ - ٣جـ}{٢ب - ٣د}$ تساوي:

(أ) $\frac{ب}{د}$ (ب) $\frac{أ}{جـ}$ (جـ) $\frac{ب}{أ}$ (د) $\frac{أ}{ب}$

(٢٠)* إذا كانت ص = أ + ب حيث أ ثابت، ب ∝ س وكانت ص = ١٣ عندما س = ٢، ص = ١ عندما س = ١ فإن قيمة ص عندما س = −٥ تساوي:

(أ) −٧١ (ب) −٦٠ (جـ) −١١ (د) ١٢

(٢١) مساحة سطح الكرة م = ٤π نـ^{٢} فإن المساحة م تتناسب طرديًّا مع:

(أ) نـ (ب) πنـ (جـ) نـ^{٢} (د) π

(٢٢) مثلث طول قاعدته س وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ص، إذا كانت مساحته ١٢ سم^{٢} فإن:

(أ) ص − س = ١٢ (ب) س + ص = ٢٤

(جـ) ص $\propto \frac{١}{س}$ (د) ص $\propto$ س

(٢٣) إذا كان ٩س + ٦س = ٥ (٥س − ص) فإن

(أ) س $\propto$ ص (ب) س $\propto$ ص^{٢}

(جـ) س $\propto \frac{١}{ص}$ (د) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

(٢٤) إذا كان $\frac{٩}{١٣} = \frac{٣س + ص}{٢س + ٣ص}$، فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{س + ٣ص}{٣س + ٢ص}$.

---

(٢٥) تتناسب مقاومة سلك كهربائي (م) عكسيًّا مع مربع طول نصف قطر مقطعه (نق^{٢})، إذا كانت مقاومة السلك = ٠,٤ (أوم) عندما يكون طول نصف قطر مقطعه نق = ٠,٣ سم، فأوجد العلاقة بين م، نق، ثم احسب مقاومة السلك عندما يكون نق = ٠,٢ سم.

---

(٢٦) إذا كانت العلاقة بين حجم الأسطوانة (ح) وطول نصف قطر قاعدتها (نق) وارتفاعها (ع) هي ح = π نق^{٢} ع، فبيّن نوع العلاقة في الحالات التالية:

(أ) بين ح، نق^{٢} بفرض ثبوت ع.

(ب) بين ح، ع عند ثبوت نق.

(٢٧) (أ) إذا كانت أ، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٣، ٥، ٢ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{٥أ + ب}{٣ب + جـ}$.

(ب) إذا أنتج ٢٠ عاملًا في مصنع ٣٠٠٠ آلة في ١٢ يوم عمل، فما المدة التي سوف يستغرقها ١٥ عاملًا لإنتاج ٣٠٠٠ آلة؟

تمارين إثرائيّة

(١) وضع ١٠٠ كيلوجرام من العنب للتجفيف للحصول على الزبيب. يحتوي هذا العنب على ٩٥٪ ماء. بعد ٣ أسابيع من التجفيف ، انخفضت نسبة الماء فيه إلى ٩٠٪. فكم أصبح وزن العنب؟

(٢) (أ) إحداثيات النقطتين أ، ب هي: (-١، -٢) ، (٥, ١٣٢، ٢٦٥).

هل يمكن معرفة ما إذا كانت النقاط أ، ب، و نقطة الأصل على استقامة واحدة؟ كيف؟

(ب) كرر نفس السؤال في (أ) بالنسبة لأزواج النقاط:

م، ن حيث م $(\sqrt{٢} - ١، \sqrt{٢} + ١)$ ، ن $(١، ٣ + ٢\sqrt{٢})$

ك، ل حيث ك $(\overline{٣}, ٠, ٥)$ ، ل $(\overline{٣}, ٢ ، ٣, ٥)$

(٣) ارتفع سعر عدسة آلة تصوير تلفزيونية ٤ ,٣٪ ثم ارتفع السعر الجديد ٦ ,١٦٪ ليصبح سعرها الحالي ٤٨ ,١٦ دينارًا. فكم كان سعر العدسة قبل الزيادات؟

(٤) هل توجد دالة تغير طردي في كل مما يلي:

(أ) س سعر سلعة بالدولار ، ص سعرها بالدينار.

(ب) س طول ضلع مكعب، ص حجم هذا المكعب.

(جـ) س ارتفاع أسطوانة طول نصف قطرها ٥سم، ص حجم هذه الأسطوانة بالسنتيمترات المكعبة.

(٥) يعمل طلال في إحدى الشركات، ويتألف راتبه الشهري من راتب ثابت قيمته ٩٧٠ دينارًا وعمولة قدرها ٤٪ على مجمل مبيعاته الشهريّة. إذا بلغ راتب طلال في نهاية هذا الشهر ١٥٠٠ دينار، فما مجمل مبيعاته خلاله؟

(٦) يقبض صالح راتبًا شهريًّا قدره ٩٠٠ دينار مقابل ٦٠ ساعة عمل، فيدفع منه ١٥٪ لشراء بعض حاجياته. وقد اضطر هذا الشهر إلى العمل ساعات إضافية من أجل تسديد دين قيمته ١٢٠٠ دينار، على أن يقبض أجرة ساعة ونصف لقاء كل ساعة عمل إضافية. فكم ساعة عمل إضافية عليه أن يعمل؟

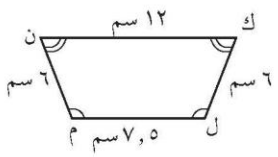
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

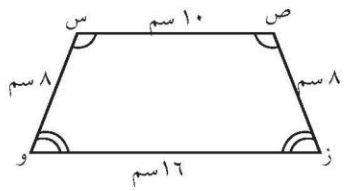
المضلعات المتشابهة
Similar Polygons

المجموعة أ تمارين أساسية

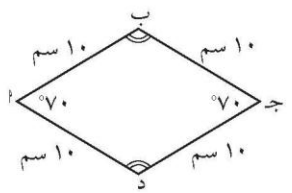
(١) تمارين **هندسية**: في كل من الأشكال التالية: ابحث تشابه المضلعين، فإذا كان المضلعان متشابهين، اكتب عبارة التشابه ونسبة التشابه، وإذا لم يكن المضلعان متشابهين اشرح السبب.

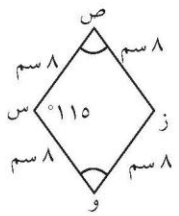
(أ)



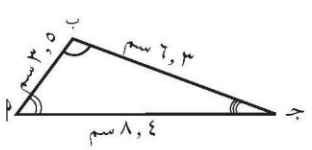


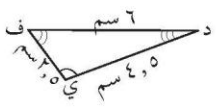
(ب)





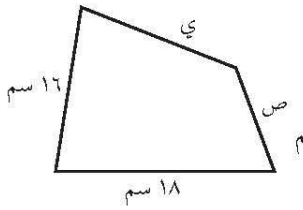
(جـ)



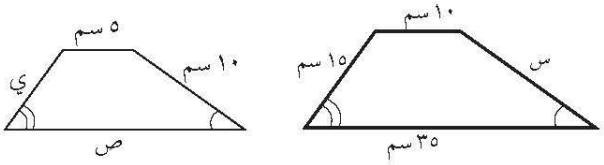


(٢) احسب س، ص، ي في الحالات التالية علمًا بأن المضلعان متشابهان:

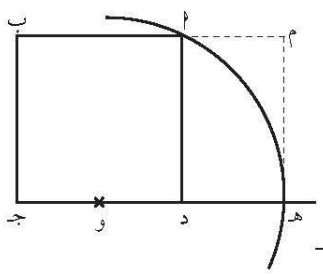
(أ)



(ب)

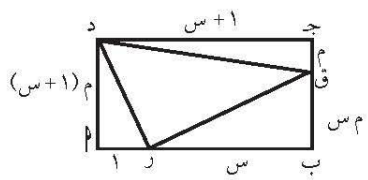


(*٣) ا ب جـ د مربع طول ضلعه ١ سم. و منتصف دجـ. الدائرة التي مركزها و المارة بالنقطة ا تقطع جـ د في هـ. أكمل المستطيل ب جـ هـ م.
أثبت أن ب جـ هـ م مستطيل ذهبي.



(٤) قاست لولوة أبعاد لوحة فنية معلقة في صالة الاستقبال في منزلها فتبيّن لها أن النسبة بين طول اللوحة وعرضها تساوي النسبة الذهبية.
إذا كان عرض اللوحة يساوي ٧٠ سم، فأوجد طول هذه اللوحة:

٥ ا ب جـ د مستطيل أبعاده ١ + س ، م (١ + س) بالسم.



حيث س هي النسبة الذهبية وتحقق المعادلة:

$$س = \frac{١ + س}{س} ،$$

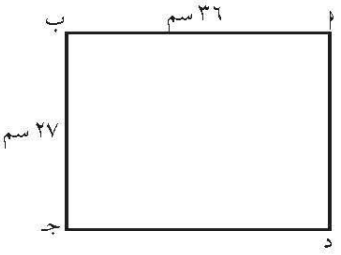
م عدد صحيح نسبي بين الصفر والواحد.

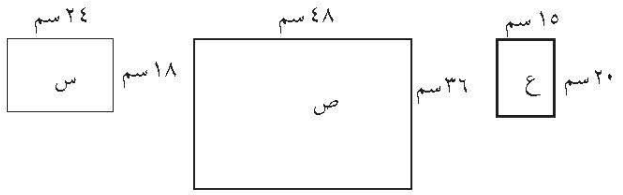
(أ) أوجد مساحة المثلثات ق جـ د، ق ب ر، د ا ر.

(ب) أثبت أن المساحات الثلاث متساوية.

٦ عام ٢٠٠٤ في مهرجان بورتسموث في إنكلترا، أطلق فريق كويتي طائرة ورقية على شكل علم الكويت. بلغ طول الطائرة ٤٢ مترًا وعرضها ٢٥ مترًا. هل المستطيل الذي تكونه الطائرة هو مستطيل ذهبي؟

٧ المستطيلات المشابه للمستطيل ا ب جـ د هي:





(أ) س فقط (ب) ص فقط

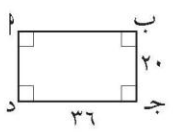
(جـ) س، ص فقط (د) س، ص، ع

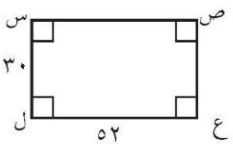
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) من الأبراج الشهيرة في العالم برج بيزا في إيطاليا، وهو برج مائل يبلغ طوله حوالى ٥٤ مترًا، ويبلغ طول صورته ٨ سم على بطاقة تذكارية. أوجد نسبة التشابه بين الطول في الصورة والطول الحقيقي.

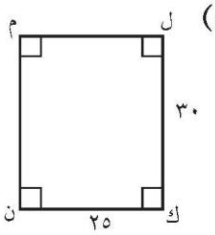
(٢) **تمارين هندسية**: في كل من الأشكال التالية: ابحث تشابه المضلعين، فإذا كان المضلعان متشابهين، اكتب منطوق التشابه ونسبة التشابه، وإذا لم يكن المضلعان متشابهين اشرح السبب.

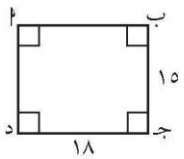
(أ)



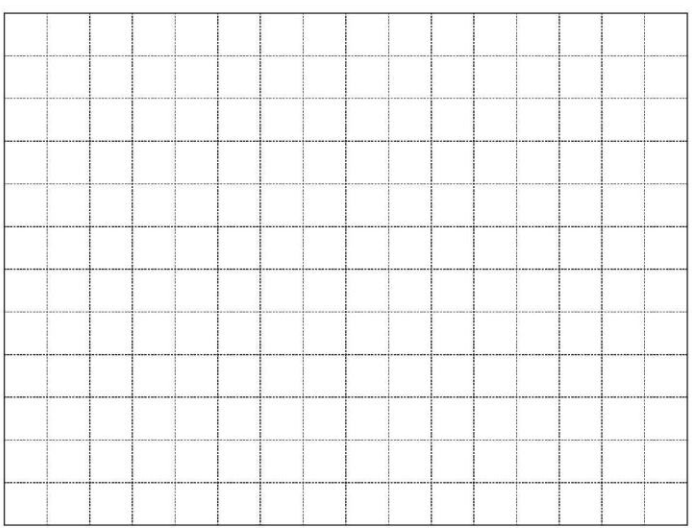


(ب)



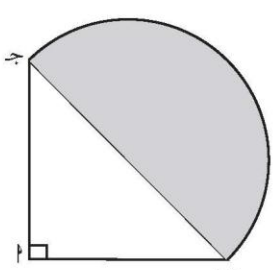


(٣) أراد محلّ تصوير تكبير بطاقة على شكل مستطيل ٤ سم × ٨ سم
بحيث يكون أقصى طول لها ٣٦ سم. ما أكبر عرض للبطاقة المكبرة؟



(٤) أبعاد ملعب كرة السلة هي ٢٦٠٠ سم، ١٥٠٠ سم.
اختر مقياس رسم، وارسم شكلًا يمثل ملعب كرة السلة بمقياس الرسم الذي اخترته.

*(٥) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ متطابق الضلعين. هل نسبة مساحة نصف الدائرة إلى مساحة المثلث تساوي النسبة الذهبية؟ وضح ذلك.



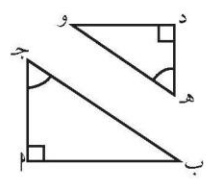
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تشابه المثلثات
Similar Triangles

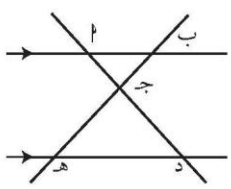
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) بيِّن سبب تشابه كلّ مثلثين، واكتب النظرية التي استخدمتها.

(أ)

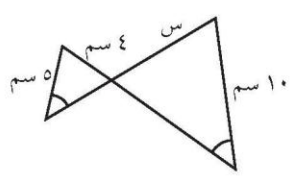


(ب)

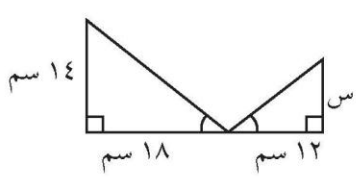


(٢) استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.

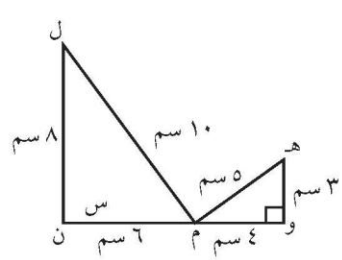
(أ)



(ب)

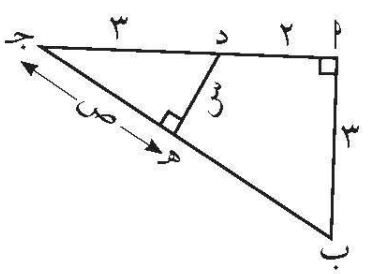


(٣) أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س في ما يلي:

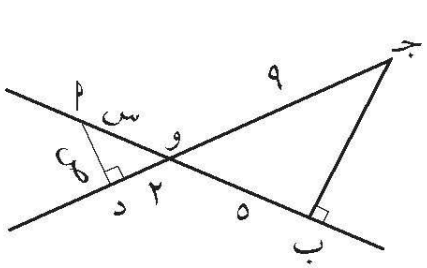


في التمارين (٤-٦)، أوجد قيم المجهولين س، ص مستخدمًا المثلثات المتشابهة.

٤

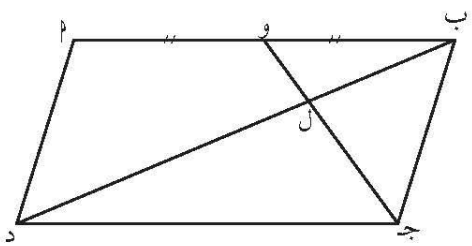


٥



٦ $\overline{\text{أب}}$ جـ د متوازي أضلاع. و منتصف $\overline{\text{أب}}$.

(أ) أثبت تشابه المثلثين ل و ب، ل جـ د.



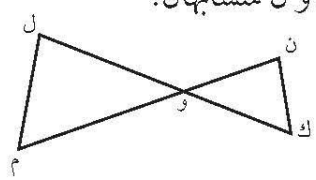
(ب) أوجد نسبة التشابه.

٧ التفكير الناقد:

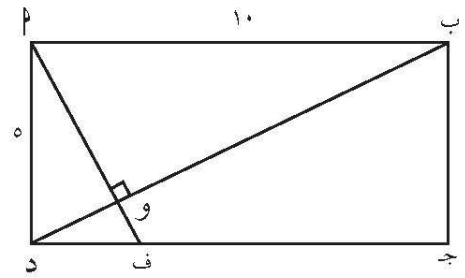
(أ) هل كل مثلثين متطابقي الضلعين متشابهان؟ فسِّر.

(ب) هل كل مثلثين قائمي الزاوية ومتطابقي الضلعين متشابهان؟ فسِّر.

٨ في الشكل المقابل، إذا كانت ل و × وك = و م × ون أثبت أن المثلثين ل و م ، ك و ن متشابهان.



* ٩ ا ب جـ د مستطيل.

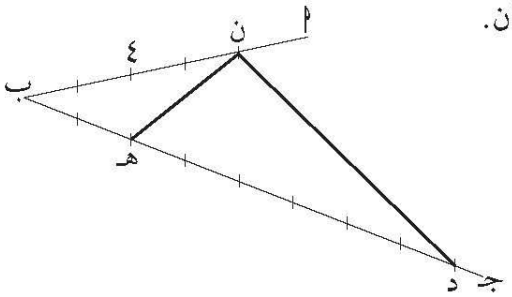


(أ) أوجد طول $\overline{ب د}$.

(ب) أثبت تشابه المثلثين ا ب د، و ب ا.

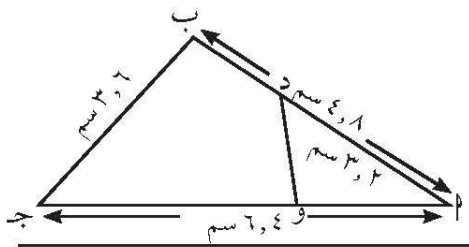
(جـ) أوجد طول القطعة $\overline{ا و}$.

١٠ من الشكل المقابل: أثبت أن المثلثين ب ن هـ ، ب د ن متشابهان.



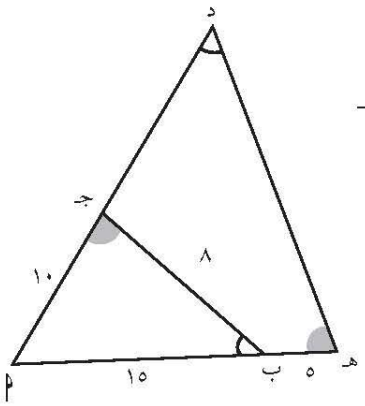
١١ ا ب جـ مثلث، أطوال أضلاعه: ا ب = ٨ , ٤ سم، ب جـ = ٦ , ٣ سم، ا جـ = ٦ , ٤ سم.
ضع النقطة د على القطعة $\overline{ا ب}$ بحيث يكون ا د = ٢ , ٣ سم، والنقطة و على القطعة $\overline{ا جـ}$ بحيث يكون ا و = ٤ , ٢ سم.

(أ) قارن بين النسبتين $\frac{ا ب}{ا جـ}$ ، $\frac{ا و}{ا د}$.



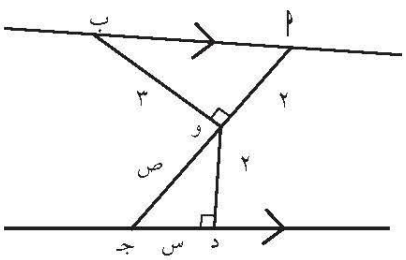
(ب) استنتج تشابه المثلثين ا ب جـ ، ا و د.

(١٢) (أ) استخدم معطيات الرسم لإيجاد مثلثين متشابهين.



(ب) أوجد محيط المثلث أدهـ.

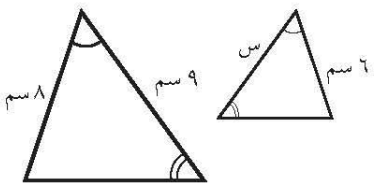
(١٣) من الشكل المقابل قيمة س هي:



(أ) ٣ (ب) ٢

(جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(١٤) في الشكل المقابل قيمة س تساوي:



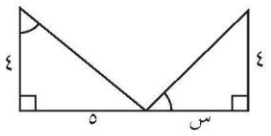
(أ) $٥\frac{١}{٣}$ سم (ب) ٦ سم

(جـ) ٦,٧٥ سم (د) ٧ سم

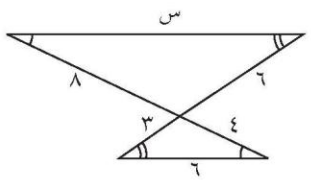
المجموعة ب تمارين تعزيزية

١ استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.

(أ)

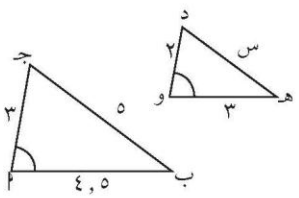


(ب)

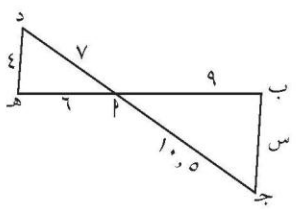


٢ أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س في كل مما يلي:

(أ)

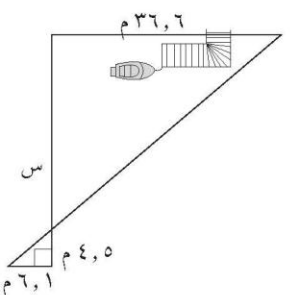


(ب)

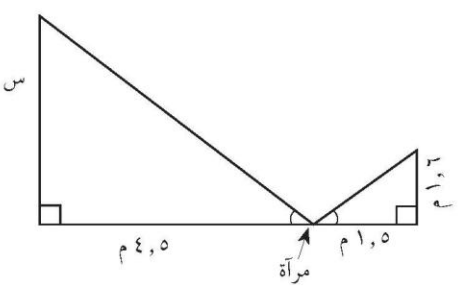


٣ **قياس غير مباشر**: أوجد المسافة (س) في كل من الحالات التالية:

(أ)



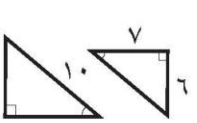
(ب)



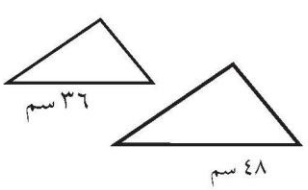
٤* ارسم مثلثًا ا ب جـ. استخدم المسطرة والفرجار لإنشاء المثلث م ك ل بحيث يكون: Δم ك ل ~ Δا ب جـ نسبة التشابه ١:٣ .

٥ في كل من أزواج الأشكال المتشابهة، أوجد النسبة بين محيطي الشكلين، وكذلك النسبة بين مساحتيهما.

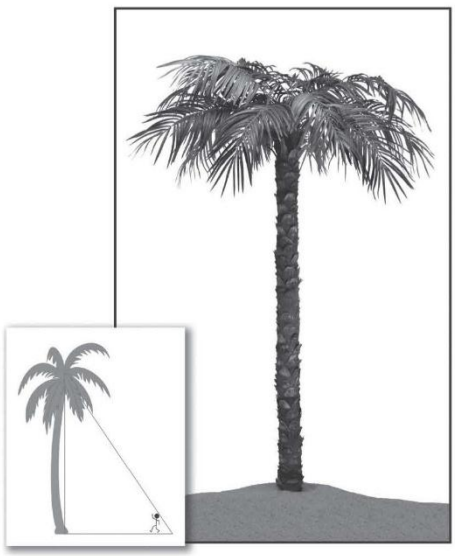
(أ)



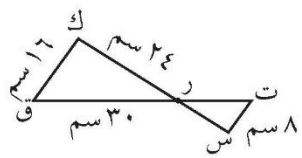
(ب)



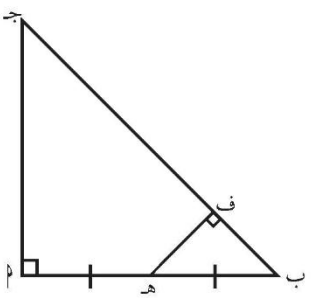
(٦) بفرض أن شخصًا طوله ١٨٠ سم يقف بطريقة تنطبق فيها نقطة طرف ظله على نقطة طرف ظل الشجرة.
إذا كان الشخص يبعد ١٢٠ سم عند ملتقى طرفي الظلين وعلى بعد ٢,٧ م من قاعدة الشجرة، فأوجد ارتفاع الشجرة.



(٧) في الشكل المقابل، Δق ك ر ~ Δت س ر، أوجد طول $\overline{رت}$.



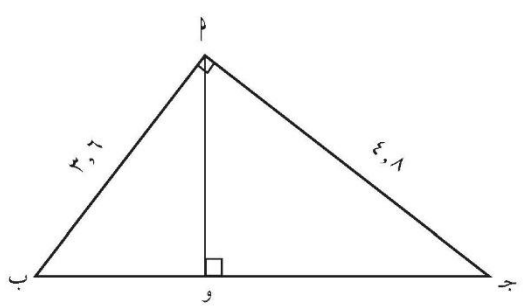
(٨) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ. هـ منتصف القطعة $\overline{أب}$. $\overline{هـ ف} \perp \overleftrightarrow{ب جـ}$.



(أ) أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ، ف ب هـ.

(ب) مستخدمًا نسبة التشابه، أثبت أن ب جـ × ب ف = $\frac{١}{٢}$ (أ ب)^{٢}.

(٩) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ.



(أ) أوجد طول القطعة ب جـ.

(ب) استخدم تشابه المثلثات لإيجاد طول $\overline{أو}$.

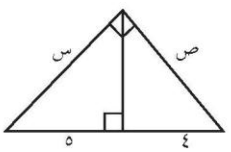
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التشابه في المثلثات قائمة الزاوية
Similarity in Right Triangles

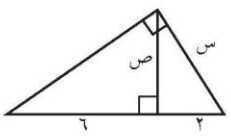
المجموعة ١ تمارين أساسية

١ أوجد قيمة كل من س، ص في كل مما يلي:

(أ)

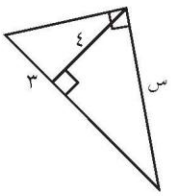


(ب)

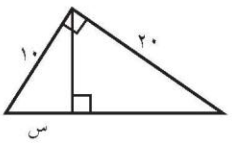


٢ أوجد قيمة س في كل مما يلي:

(أ)

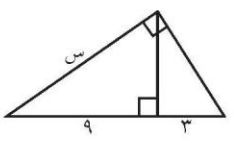


(ب)

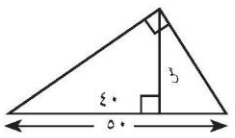


٣ احسب س لأبسط صورة بحسب المعطيات في كل شكل:

(أ)



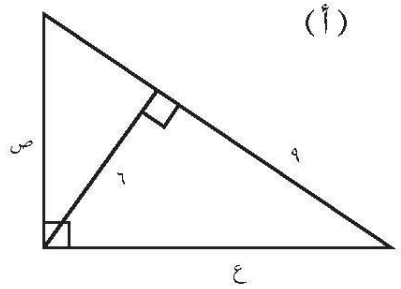
(ب)



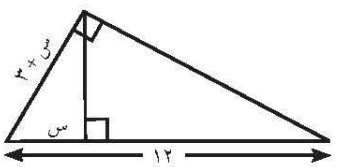
* ٤ إذا كان العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في المثلث قائم الزاوية يقسم الوتر إلى قطعتين النسبة بين طوليهما ١ : ٢، وإذا كان طول العمود يساوي ٤ √٢، فأوجد طول الوتر، ثم أوجد طولي الضلعين الآخرين للمثلث.

٥ أوجد قيم س ، ص ، ع في أبسط صورة في كل من الحالات التالية:

(أ)



(ب)

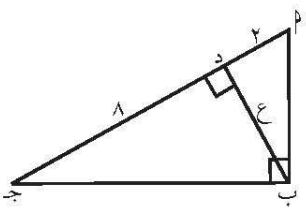


٦ أ ب جـ مثلث ثلاثيني ستيني. إذا كان طول أقصر ضلع فيه يساوي ١٠ سم، فأوجد طول العمود المرسوم من رأس القائمة إلى الوتر.

٧ في الشكل المقابل فإنّ ع =

(أ) ١٦ (ب) ٦

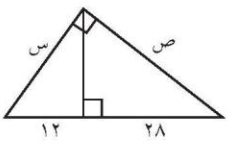
(جـ) ١٠ (د) ٤



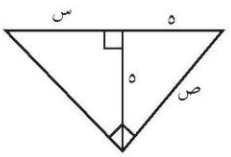
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) أوجد قيمة كل من س، ص في كل مما يلي:

(أ)

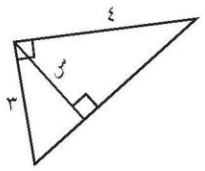


(ب)

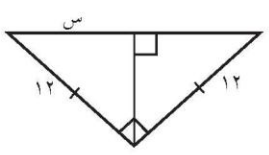


(٢) أوجد قيمة س في كل مما يلي:

(أ)

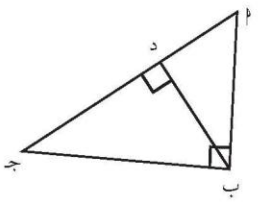


(ب)

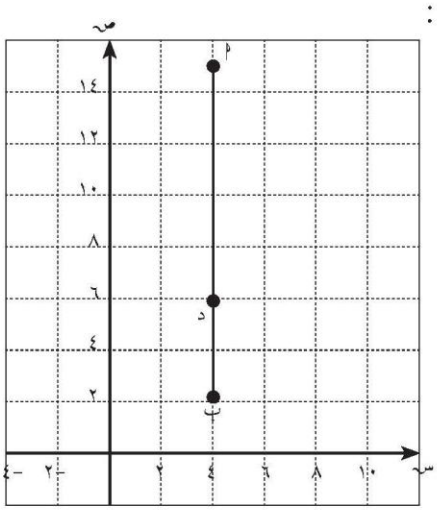


(٣) انظر إلى الشكل وأكمل:

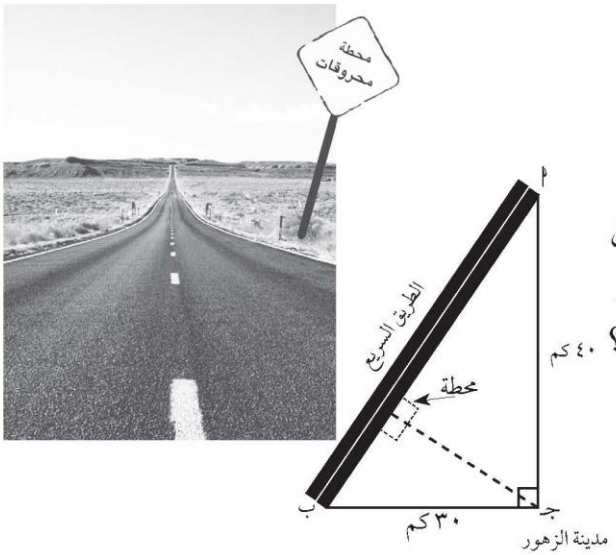
Δ ~ Δ ~ Δأب جـ.



(٤)* **هندسة إحداثية**: إذا كان جـ د هو العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في المثلث قائم الزاوية أب جـ، وكانت إحداثيات النقاط: ب ، د ، أ هي على الترتيب: (٤، ٢)، (٤، ٦)، (٤، ١٥)، فأوجد كل الإحداثيات الممكنة للنقطة جـ.

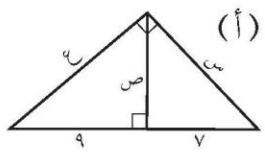


٥ **هندسة مدنية:** الخريطة التي في الشكل، تبيّن محطة خدمة للمحروقات يراد إقامتها على الطريق السريع (المار بالمدينتين أ، ب) عند تقاطعه مع طريق جانبي يؤدي إلى مدينة الزهور. كم ينبغي أن تبعد المحطة عن المدينة ب إذا أردنا أن يكون الطريق من مدينة الزهور عموديًّا على الطريق السريع بفرض أن: $\overline{أجـ} \perp \overline{ب جـ}$؟

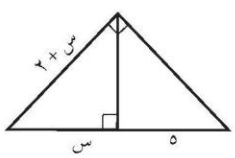


٦ أوجد قيم س ، ص ، ع في أبسط صورة في كل من الحالات التالية:

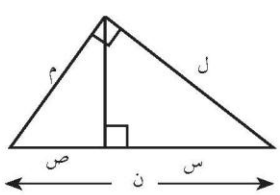
(أ)



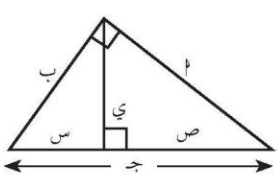
(ب)



*٧ أثبت نظرية فيثاغورث من النظرية (١).



٨ أكمل التناسبات التالية مستعينًا بالشكل:



(أ) $\frac{أ}{ص} = \frac{جـ}{\quad}$

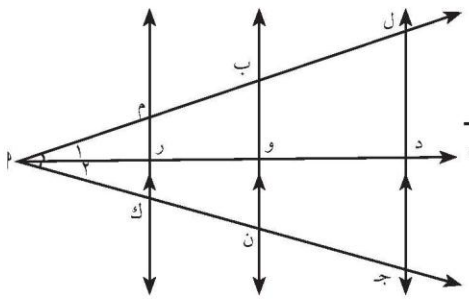
(ب) $\frac{ي}{س} = \frac{\quad}{ي}$

(جـ) $\frac{ب}{جـ} = \frac{\quad}{ب}$

(د) $\frac{ي}{أ} = \frac{\quad}{ب}$

التناسبات والمثلثات المتشابهة
Proportions and Similar Triangles

المجموعة أ تمارين أساسية

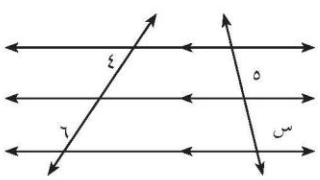


(١) أكمل بحسب الشكل المبيّن علمًا بأن: ق(∠١) = ق(∠٢).

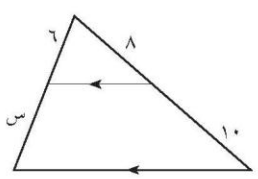
(أ) $\frac{\text{جـ ك}}{\text{أ م}} = \frac{\text{م ل}}{\text{أ م}}$ (ب) $\frac{\text{ن جـ}}{\text{ب ل}} = \frac{\text{ك ن}}{\text{ب ل}}$ (جـ) $\frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ د}} = \frac{\text{}}{\text{د ل}}$

(٢) أوجد قيمة س.

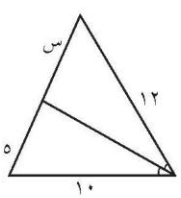
(أ)



(ب)



(جـ)



(٣) طولا ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية ٦٠ سم، ٨٠ سم. أوجد طولي القطعتين اللتين ينقسم إليهما الوتر بمنصف الزاوية القائمة.

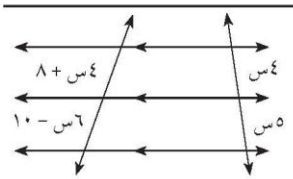
(٤)* رسم كريم المثلث أ ب جـ فوجد أن منصف الزاوية جـ ينصف الضلع المقابل لهذه الزاوية.

(أ) ارسم مثلثًا له مواصفات مثلث كريم نفسه.

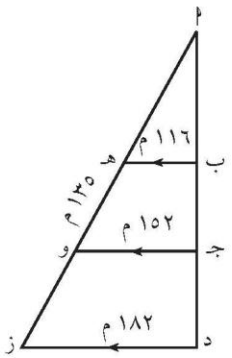
(ب) ما نوع هذا المثلث؟ فسّر إجابتك.

(٥) منصف إحدى زوايا مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين طولهما ٥ سم ، ٣ سم. إذا كان طول أحد ضلعي المثلث يساوي ٥ , ٧ سم. فأوجد كل الأطوال الممكنة للضلع الآخر.

(٦) في الشكل أوجد قيمة س.



المجموعة ب تمارين تعزيزية



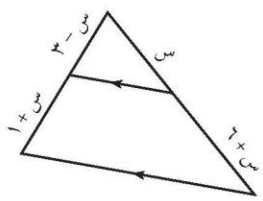
(١) في الشكل المقابل، أوجد:

(أ) أهـ

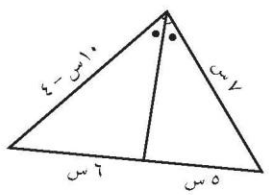
(ب) وز

(٢) أوجد قيمة س.

(أ)



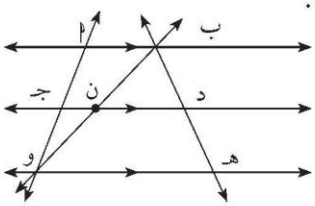
(ب)



(٣)* أثبت صحة النتيجة التالية: (مستخدمًا نظرية المستقيم الموازي لقاعدة المثلث).

إذا كان $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـ د} // \overleftrightarrow{وهـ}$، فإنّ $\frac{أجـ}{جـ و} = \frac{ب د}{د هـ}$.

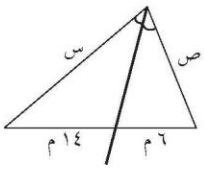
إرشاد: ارسم $\overleftrightarrow{ب و}$ يقطع $\overleftrightarrow{جـ د}$ في نقطة ن.



(٤) **مساح الأراضي:** قطعة أرض على شكل مثلث محيطها ٦٠ م.

إذا كان شريط المساح (الذي يقيس الأرض) ينصف إحدى زوايا المثلث كما في الشكل.

فأوجد طولي الضلعين: س، ص.

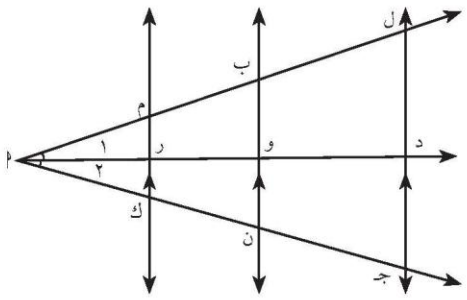


(٥) أكمل بحسب الشكل المبيّن علمًا بأن: ق(أ١) = ق(أ٢).

(أ) $\frac{أم}{م ب} = \frac{أك}{\quad}$

(ب) $\frac{ب و}{أب} = \frac{ون}{\quad}$

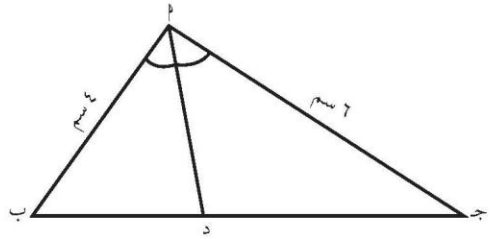
(جـ) $\frac{أل}{أب} = \frac{أجـ}{\quad}$



(٦) في المثلث أب جـ، $\overline{أد}$ منصف أ̂.

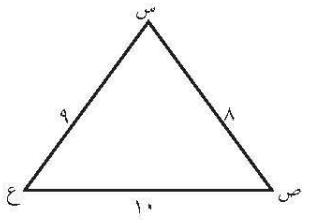
إذا كان أب = ٤ سم، أجـ = ٦ سم، ب جـ = ٨ سم.

فأوجد دجـ، دب.

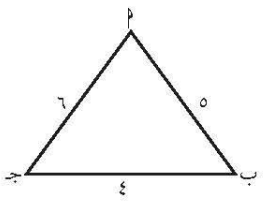


مراجعة الوحدة الرابعة

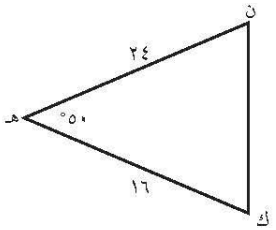
١ أي زوج من المثلثات متشابه؟ _____



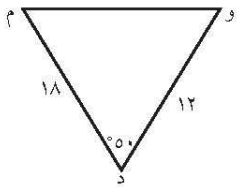
(أ)



(ب)



(جـ)

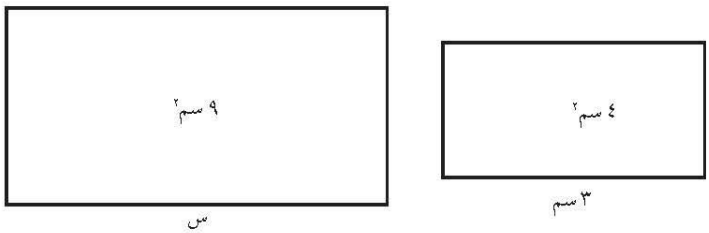


(د)

٢ إذا نصفت زاوية $\hat{أ}$ بالمنصف $\overleftrightarrow{أد}$ في Δ أب جـ، فإنّ التناسب الصحيح فيما يلي هو: _____

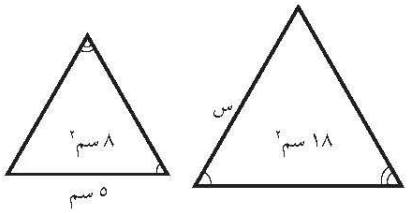
(أ) $\frac{أب}{جـ د} = \frac{أجـ}{ب د}$ (ب) $\frac{أب}{ب جـ} = \frac{أجـ}{جـ د}$ (جـ) $\frac{أب}{ب جـ} = \frac{أد}{أجـ}$ (د) $\frac{أب}{أجـ} = \frac{ب د}{جـ د}$

٣ إذا علمت أن المستطيلين التاليين متشابهين فإن س تساوي: _____



(أ) ٤ سم (ب) ٥ سم (جـ) $\frac{٩}{٢}$ سم (د) $\frac{٩}{٤}$ سم

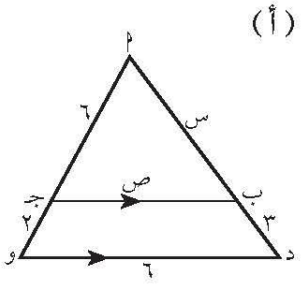
٤ في الشكل المقابل قيمة س هي: _____



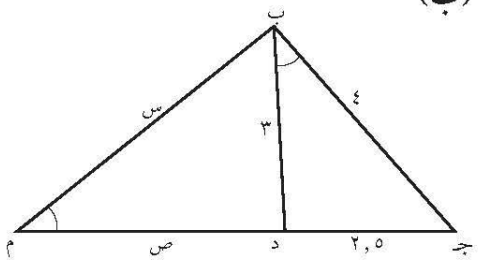
(أ) ٧ سم (ب) ٨ سم (جـ) $\frac{١٥}{٢}$ سم (د) $\frac{١٥}{٤}$ سم

٥ أوجد س، ص.

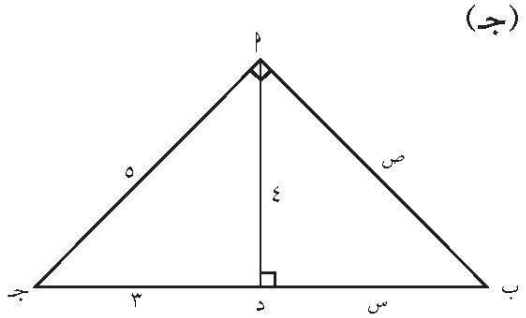
(أ)



(ب)

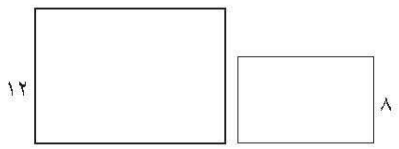


(جـ)

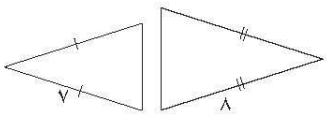


٦ أوجد النسبة بين مساحتي الشكلين المتشابهين في كل مما يلي:

(أ)

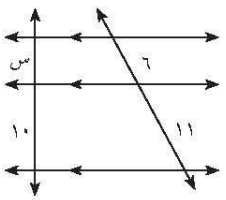


(ب)

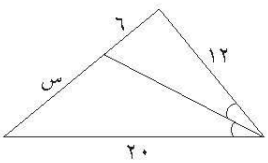


٧ أوجد س.

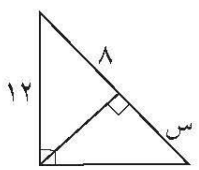
(أ)



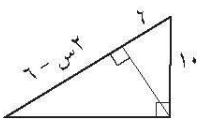
(ب)



(جـ)



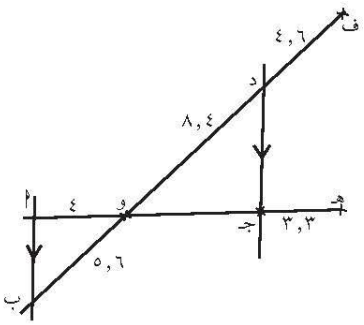
(د)



تمارين إثرائيّة

(١) في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{دجـ}$

هل المستقيمان $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{فهـ}$ متوازيان؟

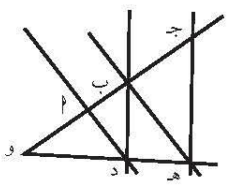


(٢) و، أ، ب، جـ على استقامة واحدة.

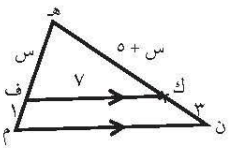
و، د، هـ على استقامة واحدة.

$\overleftrightarrow{أد} // \overleftrightarrow{بهـ}$ ، $\overleftrightarrow{بد} // \overleftrightarrow{جهـ}$

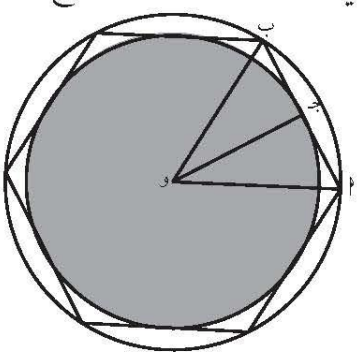
أثبت أن: $(وب)^{٢} = وأ \times وجـ$



(٣) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س. ثم وضح هل المثلث هـ ف ك قائم الزاوية.



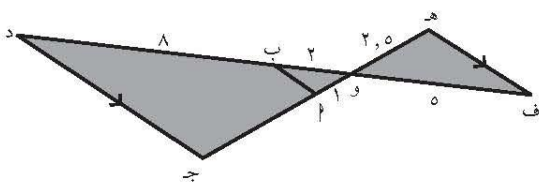
(٤) هل يمكن إيجاد النسبة بين مساحتي الدائرتين، علمًا أن المضلع السداسي هو مضلع منتظم؟



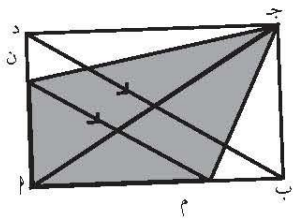
(٥) المعطيات: $\overleftrightarrow{فهـ} // \overleftrightarrow{جـد}$

ب د = ٤ × ب و.

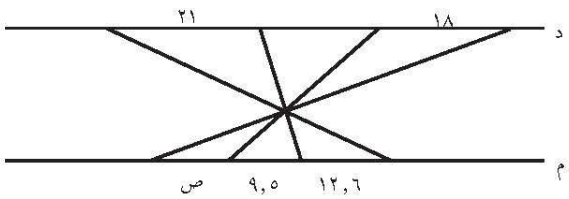
السؤال: هل جـ د = ٤ أ ب؟



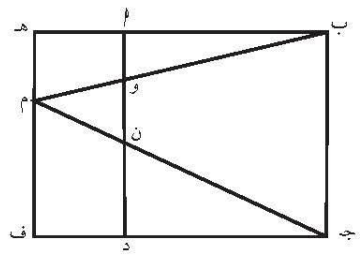
(٦) في المستطيل أ ب جـ د، $\overline{\text{ن م}} // \overline{\text{ب د}}$.
قارن بين مساحتي المثلثين أ جـ م، أ جـ ن.



(٧) المستقيمان: د، م متوازيان.
أوجد قيمة ص.



(٨) في الشكل، أ ب جـ د مربع، ب جـ ف هـ مستطيل.
أثبت أن مساحة المثلث م ن و لا تتغير عندما يتغير موقع م على $\overline{\text{ف هـ}}$.



التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الأنماط الرياضيّة والمتتاليات (المتتابعات)
Mathematical Patterns and Sequences

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) اكتشف النمط ثم اكتب الحدين التاليين.

(١) ٨٠، ٧٧، ٧٤، ٧١، ٦٨، ...

(٢) ٤، ٨، ١٦، ٣٢، ٦٤، ...

في التمرينين (٣، ٤) اكتب صيغة ارتداديّة لكل متتالية، ثم أوجد الحد التالي.

(٣) (-٢، -١، ٠، ١، ٢، ...)

(٤) $(١٤٤، ٣٦، ٩، \frac{٩}{٤}، ...)$

في التمرينين (٥، ٦) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية. ثم أوجد $ح_{١٢}$.

(٥) (٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ...)

(٦) (٤، ٧، ١٠، ١٣، ١٦، ...)

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كان كل مما يلي صيغة ارتداديّة أو صيغة صريحة. ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى.

(٧) $ح_ن = ٢ح_{ن-١} + ٣، ح_١ = ٣$

(٨) $ب_ن = \frac{١}{٢} ن (ن - ١)$

(٩) $ك_ن = ٢ن^٢ + ١$

(١٠) **الكتابة في الرياضيّات:** اشرح الفرق بين الصيغة الارتداديّة والصيغة الصريحة.

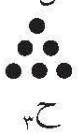
(١١) **السؤال المفتوح**

(أ) اكتب أربعة حدود من متتالية حقيقية يمكن وصفها بأنها ارتداديّة وصريحة معًا.

(ب) اكتب صيغة ارتداديّة وصيغة صريحة للمتتالية التي اخترتها.

(جـ) أوجد الحد السادس باستخدام كلًّا من الصيغتين.

*(١٢) **الهندسة:** تشكل الأعداد المثلثة متتالية. يمثّل المخطط



أوّل ٣ أعداد مثلثة: ١، ٣، ٦

(أ) أوجد العدد المثلث السادس.

(ب) هل الصيغة الصريحة: $ح_ن = \frac{١}{٢}(ن^٢ + ن)$ تصلح لهذه المتتالية؟ اشرح.

*(١٣) **تفكير ناقد:** في الصيغة $ح_ن = ح_{ن-١} + ٣$، هل يمكنك إيجاد الحد الرابع $ح_٤$؟ اشرح.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) اكتشف النمط ثم اكتب الحدين التاليين.

(١) ٤، -٨، ١٦، -٣٢، ٦٤، ...

(٢) $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$، $\frac{١}{١٦}$، $\frac{١}{٣٢}$، ...

في التمرينين (٣، ٤) اكتب صيغة ارتداديّة لكل متتالية. ثم اكتب الحد التالي.

(٣) (٤٣، ٤١، ٣٩، ٣٧، ٣٥، ...)

(٤) (٤٠، ٢٠، ١٠، ٥، $\frac{٥}{٢}$، ...)

في التمرينين (٥، ٦) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية. ثم أوجد $ح_{٨}$.

(٥) ($\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٥}$، $\frac{١}{٦}$، ...)

(٦) (٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩، ...)

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كانت كل صيغة ارتداديّة أم صريحة. ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى.

(٧) $ح_{ن} = (ن - ٥)(ن + ٥)$

(٨) $ل_{ن} = -٣ ل_{ن-١}$ ، $ل_{١} = -٢$

(٩) $ح_{ن} = -٤ن^{٢} - ٢$

في التمرينين (١٠-١١) استخدم الصيغة المعطاة لكتابة الحدين الرابع والخامس في كل متتالية.

(١٠) $ح_{١} = -١$ ، $ح_{ن} = (ح_{ن-١})^{٢} + ١$

(١١) $ح_{ن} = (ن + ١)^{٢}$

في التمرينين (١٢، ١٣) أجب بصح أو بخطأ.

(١٢) الحد النوني للمتتالية (٦، ٨، ١٢، ...) هو $ح_{ن} = ٢ن$

(١٣) الحد العاشر للمتتالية (٢، ٤، ٨، ١٦، ...) هو ١٠٢٤

(١٤)* ناتج جمع الحد الثاني لمتتالية صيغتها الارتداديّة $ح_{ن} = ٢ح_{ن-١} + ١$ ، $ح_{١} = -٥$ مع الحد الثاني لمتتالية صيغتها الارتداديّة $ح_{ن} = -ح_{ن-١} + ٣$ ، $ح_{١} = -٣$ هو:

(أ) ١٥ (ب) ٢ (جـ) +٣ (د) -٣

(١٥)* الصيغة الارتداديّة للمتتالية التي صيغتها الصريحة $ح_{ن} = (ن + ١)^{٢}$ هي:

(أ) $ح_{ن} = (ح_{ن-١} + ١)^{٢}$ ، $ح_{١} = ١$

(ب) $ح_{ن} = (\sqrt{ح_{ن-١}} + ١)^{٢}$ ، $ح_{١} = ٤$

(جـ) $ح_{ن} = ح_{ن-١} + ٤$ ، $ح_{١} = ٤$

(د) $ح_{ن} = (ح_{ن-١})^{٢} + ١$ ، $ح_{١} = ٤$

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

المتتالية الحسابيّة
Arithmetic Sequence

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) هل المتتالية المعطاة حسابيّة؟ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.

(١) (١، ٤، ٩، ١٦، ...) _____

(٢) (-٢١، -١٨، -١٥، -١٢، ...) _____

في التمرينين (٣، ٤) في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الثاني والثلاثون.

(٣) (٣٤، ٣٧، ٤٠، ٤٣، ...) _____

(٤) (٢١٣، ٢٠١، ١٨٩، ١٧٧، ...) _____

في التمرينين (٥، ٦) أوجد س في كل متتالية حسابيّة.

(٥) (-١٦، س، ١، ...) _____

(٦) $(\frac{١٣}{٢}، س، \frac{٥١}{٢}، ...)$ _____

في التمرينين (٧، ٨) أوجد الوسط الحسابي.

(٧) $ح_{ن-١} = ٧، ح_{ن+١} = ١$ _____

(٨) $ح_{ن-١} = \frac{٣}{٥}، ح_{ن+١} = ١$ _____

(٩) **تحليل الخطأ:**

قال خالد أن الحد التالي في المتتالية (٠، ٢، ٤، ...) هو ٨. ما الخطأ الذي اقترفه؟

_____

(١٠) أوجد الحد السابع عشر من المتتالية الحسابية:

(أ) $ح_{١٦} = ١٨، ى = ٥$ _____

(ب) $ح_{١٨} = ١٨، ى = -٤$ _____

في التمرينين (١١، ١٢)، لكل متتالية اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية.

(١١) (٠، ٦، ١٢، ١٨، ٢٤، ...)

(١٢) (-٤، -٨، -١٢، -١٦، ...)

في التمرينين (١٣، ١٤)، في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الأول $ح_1$ والأساس $س$.

(١٣) $ح_3 = ٥$، $ح_5 = ١١$، ...

(١٤) $ح_{10} = ١٧$، $ح_{14} = ٣٤$، ...

*(١٥) المتتالية الحسابيّة التي لا تتضمن حدًّا قيمته ٣٣ في ما يلي هي:

(أ) (١، ٥، ٩، ١٣، ...)

(ب) (١، ١١، ٢١، ...)

(جـ) (٣، ٩، ١٥، ...)

(د) (٨٥، ٧٢، ٥٩، ...)

(١٦) متتالية حسابيّة فيها الحد الأول يساوي ٢ والحد العاشر يساوي ٢٠ فإن مجموع الحدود العشرة الأولى منها يساوي:

(أ) ٢٢ (ب) ٥٥ (جـ) ١١٠ (د) ٢٢٠

في التمرينين (١٧، ١٨) أوجد مجموع حدود كل متتالية مما يلي:

(١٧) $(\frac{1}{2}، \frac{3}{2}، \frac{5}{2}، ...، \frac{15}{2})$

(١٨) (-٥, ٣، -٢٥, ١، ١، ...، ٢٥, ١٢)

(١٩) (أ) ما عدد حدود المتتالية: (١٠، ١٣، ١٦، ...، ٣١)؟ اشرح.

(ب) أوجد مجموع هذه الحدود.

(٢٠) في متتالية حسابيّة $جـ_8 = ٤٤٠$، الأساس $س = ٦$، أوجد $ح_1$

(٢١) أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابيّة (٥، ٧، ٩، ...).

(٢٢) أوجد الحد الأربعون $ح_{40}$ في المتتالية الحسابيّة حيث $ح_1 = ٤$، $جـ_{40} = ٦٠٨٠$. ثم أوجد $ح_{30}$.

(٢٣) كم حدًّا يلزم أخذها بدءًا من الحدّ الأول من المتتالية الحسابيّة (١٦، ١٢، ٨، ...) ليكون مجموعها −٢٠؟

---

(٢٤) مسرح مدرسي فيه ١٥ مقعدًا في الصف الأول وكان كل صف آخر يتسع لعدد من المقاعد يزيد عن الصف الذي يسبقه مباشرة بمقدار ٤ مقاعد. كم عدد المقاعد في هذا المسرح إذا كان يتسع لعدد ١٤ صفًا؟

---

*(٢٥) **التحدي**: (ح$_{ن}$) متتالية حيث جـ$_{ن}$ = ح$_{١}$ + ح$_{٢}$ + ... + ح$_{ن}$ = ٣ن^{٢} + ٥ن

(أ) أثبت أن (ح$_{ن}$) متتالية حسابيّة.

(ب) أوجد ح$_{٢٠١٢}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) هل المتتالية المعطاة حسابيّة؟ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.

(١) (١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨)

(٢) (٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩)

في التمرينين (٣، ٤) في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الثاني والثلاثون.

(٣) (١٠١، ١٠٥، ١٠٩، ١١٣، ...)

(٤) (٣، ١، −١، −٣، ...)

في التمرينين (٥، ٦) أوجد الحد الناقص في كل متتالية حسابيّة.

(٥) (١٠١، □، −١٥٥)

(٦) (١٤، □، ٢٨)

في التمرينين (٧، ٨) أوجد الوسط الحسابي.

(٧) ح$_{ن-١}$ = ١٠٠، ح$_{ن+١}$ = ١٤٠

(٨) ح$_{ن-١}$ = ر، ح$_{ن+١}$ = ر + ز

(٩) أوجد الحد السابع عشر من المتتالية: ح$_{١٨}$ = ١٨، ء = −١١

في التمرينين (١٠، ١١)، لكل متتالية حسابيّة اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية.

(١٠) (-٥، -٤، -٣، -٢، ...)

(١١) (-٢، ٥، ١٢، ١٩، ...)

في التمرينين (١٢، ١٣) في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الأول $ح_1$ والأساس $ء$ وفقًا للمعطيات التالية:

(١٢) $ح_٤ = ٨$، $ح_٧ = ٢٠$

(١٣) $ح_٣ = ٣٢$، $ح_٧ = -٨$

في التمرينين (١٤، ١٥) مجموع لحدود متتالية حسابيّة، أوجد هذا المجموع.

(١٤) $٥ + ١٣ + ٢١ + ... + ٦١$

(١٥) $(-١٣) + (-٥, ١٤) + (-١٦) + ... + (-٥, ٢٣)$

(١٦) إذا كان $ح_1 = -٦$، $جـ_{٥٠} = -١٥٠$ ٥ في متتالية حسابيّة. فأوجد $ح_{٥٠}$. ثم أوجد $ح_{٣٢}$

(١٧) في متتالية حسابيّة $جـ_{٣٠} = ٢٤٠$، الأساس $ء = -٢$، أوجد $ح_1$

(١٨) أوجد مجموع العشرين حدًّا الأولى من المتتالية الحسابيّة (٢٠، ١٦، ١٢، ...)

*(١٩) إذا كان مجموع ن حدًّا الأولى من متتالية حسابيّة هو $\frac{ن}{٢}$ (٤٩ - ٣ن)، أوجد المتتالية ثم احسب قيمة ن التي تجعل هذا المجموع يساوي ٣٠

(٢٠) أدخل ثمانية أوساط حسابيّة بين العددين ٥، ٣٢.

(٢١) أدخل ستة أوساط حسابيّة بين العددين -٣، $\frac{١}{٢}$.

الاختيار من متعدد: في التمرينين (٢٢، ٢٣) اختر الإجابة الصحيحة:

(٢٢) في المتتالية الحسابية (٤، ١، -٢، ...) رتبة الحد الذي قيمته -٢٣ هي:

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٠ (د) ١٢

(٢٣) إذا أدخلنا ثلاثة أوساط حسابية بين العددين ٥، ٢١ فإن هذه الأوساط هي:

(أ) ١٠، ١٤، ١٨ (ب) ٩، ١٣، ١٧

(جـ) ٨، ١٢، ١٦ (د) ٩، ١٤، ١٩

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

المتتالية الهندسيّة
Geometric Sequence

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) هل المتتاليات الآتية هندسيّة؟ إذا كانت كذلك أوجد الأساس.

(١) (١، ٢، ٤، ٨، ١٦) _____

(٢) (١، -١، ١، -١، ١) _____

في التمرينين (٣-٤) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية هندسيّة. ثم اكتب الحدود الأربعة الأولى.

(٣) $ح_{١} = ٥، ر = -٣$ _____

(٤) $ح_{١} = \frac{١}{٢}، ر = \frac{٢}{٣}$ _____

في التمرينين (٥، ٦) أوجد قيمة س في المتتالية الهندسيّة.

(٥) $(\frac{٢}{٥}، س، \frac{٨}{٤٥}، \frac{١٦}{١٣٥})$ _____

(٦) (١٨٠، ٩، س، ٢٥٥، ...) _____

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابيّة أم هندسيّة. ثم أوجد الحد التالي.

(٧) (٤٥، ٩٠، ١٨٠، ٣٦٠، □) _____

(٨) (٣٠، ٣٥، ٤٠، ٤٥، □) _____

(٩) (١٥، ١١، ٧، ٣، □) _____

في التمرينين (١٠، ١١) في المتتالية الهندسيّة (٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ...) أوجد:

(١٠) الحد الخامس. _____

(١١) الحد النوني. _____

في التمرينين (١٢، ١٣) أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسيّة.

(١٢) $ح_{١} = ٨، ر = \frac{١}{٢}$ _____

(١٣) $ح_{١} = -٥، ر = -\frac{١}{٢}$ _____

(١٤) **الكتابة في الرياضيّات:** صف التشابه والاختلاف بين أساس المتتالية الحسابيّة وأساس المتتالية الهندسيّة.

_____

_____

(١٥) أوجد الحد الأول $ح_{١}$ للمتتالية الهندسيّة حيث $ح_{٥} = ١١٢، ح_{٧} = ٤٤٨$. _____

في التمرينين (١٦، ١٧) أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسيّة حيث:

(١٦) $ح_{١} = ٣، ر = \frac{١}{٢}$ عدد الحدود = ٥ _____

(١٧) $ح_{١} = ٥٠، ر = ٠,٨$ عدد الحدود = ٩ _____

في التمارين (١٨ – ٢٠) أجب بصح أو خطأ.

(١٨) $(١، \frac{١}{٢}، \frac{١}{٣}، \frac{١}{٤}، \frac{١}{٥})$ متتالية هندسية _____

(١٩) متتالية هندسية فيها $ح_{٩} = ٨، ر = \frac{١}{٢}$ فإن $ح_{١٠} = ٤$ _____

(٢٠) في المتتالية الهندسية الموجبة الحدود (١٢، س، ٣، ...) تكون قيمة س هي ٦ _____

الاختيار من متعدد: في التمارين (٢١–٢٣) اختر الإجابة الصحيحة:

(٢١) لتكن (٢٤٣، أ، ب، جـ، ١٩٦٨٣) متتالية هندسية فإن ر =

(أ) ٣ فقط (ب) ٣ أو -٣ (جـ) $\frac{١}{٣}، -\frac{١}{٣}$ (د) $-\frac{١}{٣}$ فقط

(٢٢) المتتالية الهندسية التي لا تتضمن حدًّا قيمته ١٠٠ هي:

(أ) (٥، ١٠، ٢٠، ...) (ب) (٥, ٣٣٧، ٢٢٥، ١٥٠، ...)

(جـ) $ح_{١} = ٥، ح_{ن} = ٢ ح_{ن-١}$ (د) $ح_{ن} = ٤ \times ٥^{ن}$

(٢٣) ناتج ضرب الوسط الهندسيّ السالب للعددين ٢، ٣٢ والوسط الهندسي السالب للعددين ١، ٤ هو:

(أ) -١٦ (ب) ١٦ (جـ) ٣٢ (د) ٢٥٦

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) متتاليات هندسيّة أوجد الأساس والحد التالي.

(١) (١٠، ٤، ٦, ١، ٦٤, ٠، ...)

(٢) (٧، ٧, ٠، ٠٧, ٠، ...)

في التمرينين (٣، ٤) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية هندسيّة وفقًا للمعطيات. ثم اكتب الحدود الأربعة الأولى.

(٣) $ح_{١} = ١$ $\quad ر = ٠,٥$

(٤) $ح_{١} = ١٠٢٤$ $\quad ر = ٠,٥$

في التمارين (٥-٧) حدّد ما إذا كانت المتتالية هندسيّة أو حسابيّة. ثم أوجد الحد التالي □ .

(٥) (٢٥، ٥٠، ٧٥، ١٠٠، □)

(٦) (-٥، ١٠، -٢٠، ٤٠، □)

(٧) (٢، ٢، ٢، □)

في التمرينين (٨، ٩) في كل متتالية هندسيّة أوجد الحدود الناقصة □ علمًا بأن الأساس موجب.

(٨) (٥, ١٢، □، □، □، ١٢, ٥، ...)

(٩) (-٤، □، □، □، -٣٢٤، ...)

في التمرينين (١٠، ١١) لديك المتتالية الهندسيّة (٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ...) أوجد:

(١٠) الحد السابع

(١١) الحد السابع عشر

في التمرينين (١٢، ١٣) أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسيّة.

(١٢) $ح_{١١} = ٨$، $ر = \frac{١}{٢}$

(١٣) $ح_{١١} = -\frac{١}{٣}$، $ر = \frac{١}{٢}$

(١٤) أوجد الحد الأول من المتتالية الهندسيّة حيث $ح_{٩} = \frac{١}{٢}$، $ح_{١٢} = \frac{١}{١٦}$

في التمرينين (١٥، ١٦) أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسيّة حيث:

(١٥) $ح_{١} = ٤$، $ر = \frac{١}{٢}$ ، عدد الحدود = ٦

(١٦) $ح_{١} = ٢٠$، $ر = ٠,٤$ ، عدد الحدود = ٧

مراجعة الوحدة الخامسة

في التمرينين (١، ٢) اكتب صيغة صريحة وصيغة ارتداديّة لكل متتالية ثم أوجد الحدّ التالي.

(١) (٧، ١٣، ١٩، ٢٥، ٣١، □)

(٢) (١٠، ٢٠، ٤٠، ٨٠، ١٦٠، □)

في التمارين (٣–٥) حدّد ما إذا كانت كل متتالية حسابيّة أو هندسيّة. ثم أوجد الحد العاشر، جـ$_{١٠}$ الأولى.

(٣) (٢٣، ٢٧، ٣١، ٣٥، ٣٩، ...)

(٤) (−١٢، −٥، ٢، ٩، ١٦، ...)

(٥) (−٥، ١٥، −٤٥، ١٣٥، −٤٠٥، ...)

في التمرينين (٦، ٧) أوجد الوسط الحسابيّ.

(٦) ح$_{ن-١}$ = ٤، ح$_{ن+١}$ = ١٢

(٧) ح$_{٨}$ = −١١، ح$_{١٠}$ = ٢٣

(٨) **السؤال المفتوح:** اكتب متتالية حسابيّة. ثم اكتب صيغة صريحة لها.

في التمرينين (٩، ١٠) اكتب الحدود الخمسة الأولى في المتتالية الهندسيّة.

(٩) ح$_{١}$ = ٢، ر = −٢

(١٠) ح$_{١٠٠}$ = −١٠٠، ر = $\frac{١}{٥}$

في التمرينين (١١، ١٢) اكتب الحدود الخمسة الأولى في المتتالية الحسابيّة.

(١١) ح$_{١}$ = ٣، س = ٧

(١٢) ح$_{١}$ = ١٩، س = −٤

في التمرينين (١٣، ١٤) أوجد الحد الناقص في □ للمتتالية الهندسيّة.

(١٣) (٢، □، ٠,٥، $\frac{١}{٤}$)

(١٤) (٢، □، ٨، ١٦)

في التمرينين (١٥، ١٦) مجموع لحدود متتالية حسابيّة أو هندسيّة. أوجد المجموع.

(١٥) ٢ + ٧ + ١٢ + ... + ح$_{٨}$

(١٦) ٥٠٠٠ + ١٠٠٠ + ٢٠٠ + ... + ح$_{١٥}$

(١٧)* إذا كانت ٦، س، ...، ٤س − ٣، ٣٦ متتالية حسابيّة فإن س تساوي:

(أ) ٣٣ (ب) ١٢ (جـ) ٩ (د) ٢١

(١٨) أدخل خمسة أوساط هندسيّة بين العددين $\frac{١}{٣}$، ٢٤٣

(١٩) أدخل ستة أوساط هندسيّة بين العددين −$\frac{١}{٢}$، −٦٤

تمارين إثرائيّة

(١) $(ح_ن)$ متتالية حسابيّة حيث إن: $ح_{١٠} + ح_{١٢} + ح_{١٤} = ٣٣$، $ح_{١٠٠} = ٥٥$.
أوجد الحد الأول $ح_١$ والأساس $ء$.

(٢) $(ح_ن)$ متتالية هندسيّة جميع حدودها قيم سالبة وأساسها قيمة موجبة حيث
إن: $ح_١ \times ح_٣ = \frac{٤}{٩}$، $ح_١ + ح_٢ + ح_٣ = -\frac{١٩}{٩}$
أوجد الحد الأول $ح_١$ والأساس $ر$.

(٣) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية $أ$، ب، جـ تشكل على الترتيب متتالية حسابيّة حيث إن:
$أ + ب + جـ = ٣٩$ ؛ $أ^٢ + ب^٢ + جـ^٢ = ٥٢٥$

(٤) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية $أ$، ب، جـ تشكل على الترتيب متتالية هندسيّة حيث إن:
$أ + ب + جـ = ٢١$ ؛ $٢أ + ب - جـ = ٢٧$

(٥) $(ح_ن)$ متتالية معرفة بصيغة ارتدادية كما يلي: لكل $ن \geq ١$
$ح_{ن+١} = ٢ح_ن + ٦$، $ح_١ = ٢$.
(أ) أوجد قيم $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$
(ب) لكل $ن \geq ١$ نأخذ المتتالية $(ع_ن)$ معرفة بصيغة ارتدادية كما يلي: $ع_ن = ح_ن + ٦$
١. أوجد قيم $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ ، $ع_٤$
٢. أثبت أن $\frac{ع_{ن+١}}{ع_ن}$ قيمة ثابتة لكل قيم $ن \geq ١$، استنتج أن $(ع_ن)$ هي متتالية هندسيّة حدها الأول $ع_١$ وأساسها قيمة ثابتة.
(جـ) أوجد الحد النوني $ع_ن$ بدلالة ن فقط.
(د) استنتج الحد النوني $ح_ن$ بدلالة ن فقط.

ملاحظات

ملاحظات